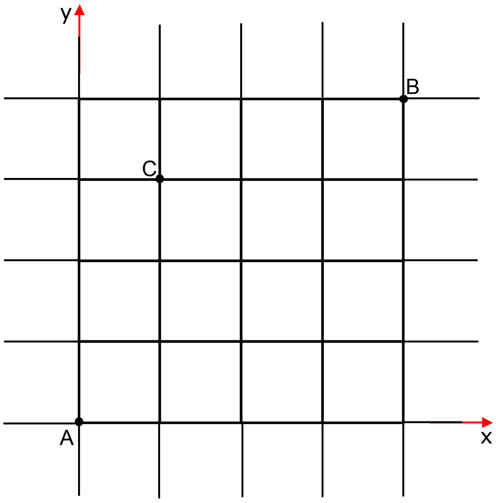
Örnek Problem - 1



A noktasındaki bir hareketli, yalnız +x ve +y yönlerinde hareket ederek, çizgiler üzerinde yer değiştirecektir.

Yolu boyunca karşılaştığı kavşaklarda, **seçebileceği** farklı yolları seçme olasılıkları eşittir.

a. Hareketlinin B noktasına gitmesi olasılığı kaçtır?

b. A'dan B'ye gelmiş olan hareketlinin, C'den geçmiş olması olasılığı kaçtır?

Çözüm

a. A'dan B'ye tüm güzergahlar üzerinde, her biri ikişer seçenekli 8'er kavşak vardır.

$s(d_{AB}) = \dfrac{8!}{4!\cdot 4!} = 70$ olduğundan,

$P(AB) = 70\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^8 = \dfrac{35}{128}$ olur.

b.

1. yol

$s(d_{AC}) = \dfrac{4!}{1!\cdot 3!} = 4\,,\quad s(d_{CB}) = \dfrac{4!}{3!\cdot 1!} = 4$

d_{AC} ve d_{CB} güzergahlarının her birinde ikişer seçenekli 4'er kavşak vardır.

Buna göre;

$P(AC) = P(CB) = 4\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = \dfrac{1}{4}$ ve

$P(ACB) = P(AC)\cdot P(CB) = \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{16}$ olur.

$P(AB) = \dfrac{35}{128}$ olduğu bulunmuştu.

A'dan B'ye gelmiş olan hareketlinin C'den geçmiş olması olasılığı;

$P(AC-B) = \dfrac{P(ACB)}{P(AB)} = \dfrac{1}{16} : \dfrac{35}{128} = \dfrac{8}{35}$ bulunur.

2. yol

$s(d_{AB}) = \dfrac{8!}{4!\cdot 4!} = 70$ ve

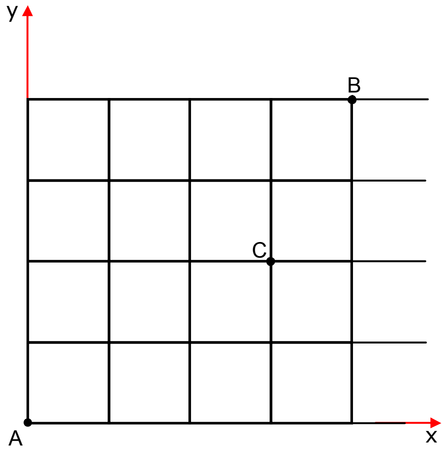
$s(d_{ACB}) = s(d_{AC})\cdot s(d_{CB}) = 4\cdot 4 = 16$'dır.

A'dan B'ye tüm güzergahlar eş olumlu olduğundan, A'dan B'ye gelmiş olan hareketlinin C'den geçmiş olması olasılığı;

C'den geçerek A'dan B'ye gelen güzergah sayısının, A'dan B'ye güzergah sayısına oranına eşit olur.

$P(AC-B) = \dfrac{s(d_{ACB})}{s(d_{AB})} = \dfrac{16}{70} = \dfrac{8}{35}$ bulunur.

Örnek Problem - 2



A noktasındaki bir hareketli, yalnız +x ve +y yönlerinde hareket ederek, çizgiler üzerinde yer değiştirecektir.

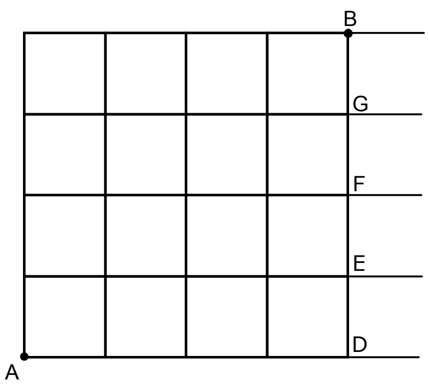
Yolu boyunca karşılaştığı kavşaklarda, **seçebileceği** farklı yolları seçme olasılıkları eşittir.

a. Hareketlinin B noktasına gitmesi olasılığı kaçtır?

b. A'dan B'ye gelmiş olan hareketlinin, C'den geçmiş olması olasılığı kaçtır?

Çözüm

a.



1. yol

Belirtilen hareket koşullarına göre, A'dan çıkan hareketlinin D, E, F, G ve B noktalarından +x yönüne geçmeleri olasılığı 1'dir.

Buna göre; hareketlinin A'dan B'ye gelmesi olasılığı,

$P(AB) = 1 - [P(AD) + P(AE) + P(AF) + P(AG)]$

olur.

D'den +x yönüne geçen güzergah sayısı 1'dir. Bu güzergah üzerinde, A ve D içinde olmak üzere, her biri 2 seçenekli 5 kavşak vardır.

$P(AD) = \left(\frac{1}{2}\right)^5$ olur.

$s(d_{AE}) = \frac{5!}{4!\cdot 1!} = 5$'tir. Bu 5 güzergahın her birinde, 2'şer seçenekli 6 kavşak vardır.

$P(AE) = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$ olur.

$s(d_{AF}) = \frac{6!}{4!\cdot 2!} = 15$'tir. Bu 15 güzergahın her birinde, 2'şer seçenekli 7 kavşak vardır.

$P(AF) = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7$ olur.

$s(d_{AG}) = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = 35$'tir. Bu 35 güzergahın her birinde, 2'şer seçenekli 8 kavşak vardır.

$P(AG) = 35 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8$ olur.

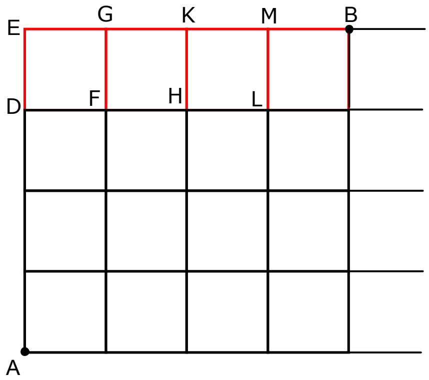
$$P(AB) = 1 - [P(AD) + P(AE) + P(AF) + P(AG)]$$

$$= 1 - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^5 + 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6 + 15\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7 + 35\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^8\right]$$

$$= \frac{163}{256}$$

bulunur.

2. yol



ADEB güzergahındaki kavşakların 4'ü 2 seçenekli, 4'ü 1 seçeneklidir.

$P(ADEB)=\left(\frac{1}{2}\right)^4$ olur.

$s(d_{AFGB})=s(d_{AF})\cdot s(d_{GB})=\frac{4!}{1!\cdot 3!}\cdot 1=4$ olup bu 4 güzergahın her birinde 2'şer seçenekli 5 kavşak ve 1'er seçenekli 3 kavşak vardır.

$P(AFGB)=4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5$ olur.

$s(d_{AHKB})=s(d_{AH})\cdot s(d_{KB})=\frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot 1=10$ olup bu 10 güzergahın her birinde 2'şer seçenekli 6 kavşak ve 1'er seçenekli 3 kavşak vardır.

$P(AHKB)=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6$ olur.

$s(d_{ALMB})=s(d_{AL})\cdot s(d_{MB})=\frac{6!}{3!\cdot 3!}\cdot 1=20$ olup bu 20 güzergahın her birinde 2'şer seçenekli 7 kavşak ve 1 seçenekli 1 kavşak vardır.

$P(ALMB)=20\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7$ olur.

E, G, K veya M'den geçen güzergahların toplam sayısı $1+4+10+20=35$'tir.

$s(d_{AB})=\frac{8!}{4!\cdot 4!}=70$ olup bu kavşaklardan geçmeyen güzergahların sayısı 35 olur. Bu 35 güzergahın her birinde, 2'şer seçenekli 8 kavşak bulunur.

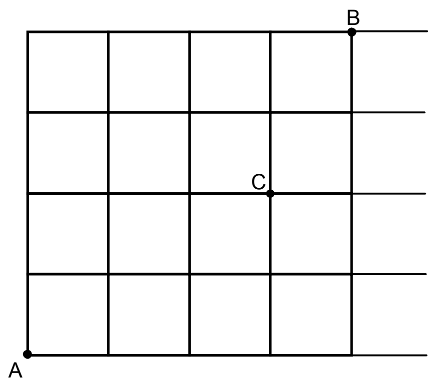
Hareketlinin bu güzergahlardan B'ye gelmesi olasılığı,

$P(\text{Diğer})=35\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^8$ olur.

A'dan çıkan hareketlinin B'ye gelmesi olasılığı,

$$\begin{aligned}P(AB)&=P(ADEB)+P(AFCB)+P(AHKB)\\&\quad+P(ALMB)+P(\text{Diğer})\\&=\left(\frac{1}{2}\right)^4+4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5+10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6+20\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7\\&\quad+35\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^8\\&=\frac{163}{256}\end{aligned}$$ bulunur.

b.



$s(d_{AC})=\frac{5!}{3!\cdot 2!}=10$ olup bu güzergahlar üzerinde, her biri 2 seçenekli 5'er kavşak vardır.

$s(d_{CB})=\frac{3!}{1!\cdot 2!}=3$'tür. Bu güzergahlardan biri üzerinde her biri 2 seçenekli 2 kavşak, ikisinde 3'er kavşak vardır.

Buna göre;

$P(AC)=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{5}{16}$,

$P(CB)=\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{2}$

$P(ACB)=P(AC)\cdot P(CB)=\frac{5}{16}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{32}$ olur.

$P(AB)=\frac{163}{256}$ olduğu bulunmuştu.

A'dan B'ye gelmiş olan hareketlinin C'den geçmiş olması olasılığı;

$P(AC-B)=\frac{P(ACB)}{P(AB)}=\frac{5}{32}:\frac{163}{256}=\frac{40}{163}$

bulunur.