4.2 – Taban Aritmetiği
4.2.1 – Sayma Sistemleri

Etkinlik – 4.44

a. 5256 gün; kaç yıl, kaç ay, kaç hafta, kaç gündür?
(1 yıl 365 gün, 1 ay 30 gün sayılacaktır.)

b. 57684 saniye; kaç saat, kaç dakika, kaç saniyedir?

c. 578 kg fındık önce 80 kg lık çuvallara, kalanı 8 kg lık torbalara konulacak; artanından da 1'er kg lık paketler yapılacaktır.
Kaç çuval, kaç torba, kaç paket fındık olur.

Etkinlik – 4.45

453 tane fındık kutulara doldurulacaktır. Aşağıdaki kutu sütunlarının üzerindeki sayılar o sütundaki her bir kutunun kaç tane fındık aldığını göstermektedir. Doldurma işlemine en sol sütundaki kutudan başlanacaktır. Dolan kutuların içine "*X*" işareti konulacak, tam doldurulmayan kutuya hiç fındık konulmadan sağ sütundaki kutulara geçilecektir. Fındıklar kutulara doldurulduktan sonra her sütunun altına kaç kutunun dolu olduğu yazılacaktır.

Bu kurala göre, 453 tane fındık 10'un kuvvetleri kadar fındık alan kutulara aşağıdaki gibi doldurulmuştur.

1000	100	10	1
	X	X	X
	X	X	X
	X	X	X
	X	X	
		X	

$(4 \quad 5 \quad 3)_{10}$

Siz de aşağıdaki, 6'nın kuvvetleri kadar fındık alan kutularla, 5'in kuvvetleri kadar fındık alan kutuları bu 453 tane fındıkla doldurarak sonucu $(....)_6$ ve $(....)_5$ biçiminde gösteriniz.

a.

1296	216	36	6	1

b.

625	125	25	5	1

Sonsuz sayıdaki doğal sayıların her biri için yeni bir sembol atamak mümkün değildir. Bu yüzden, doğal sayıların belli sayıdaki sembollerle gösterildiği **yazma sistemleri**nin geliştirilmesi zorunlu olmuştur. Bildiğiniz **onluk yazma sistemi** bu zorunluluğun ürünlerinden biridir. Bu sistemde her doğal sayı **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** sembolleri ile yazılabilmektedir.

Sayıların yazılmasında on rakamın kullanılması, "*on*" sayısının diğer doğal sayılara bir üstünlüğünün sonucu değildir. "*On*" sayısına yakınlık, insanların sayma işlemine önce parmaklarıyla başlamasından kaynaklanır. Etkinlik – 4.31'de keşfettiğiniz gibi doğal sayılar beş rakamla da, altı rakamla da, oniki rakamla da, … yazılabilir. Bu yazma sistemlerinin her biri en az onluk yazma sistemi kadar kullanışlıdır. Bununla birlikte; burada diğer yazma sistemlerinden söz etmemizdeki amacımız, sayıların yazımı için başka seçenekler sunmak değildir. Yazma sistemlerinin genel olarak incelenmesiyle, bunların temelindeki düşünce ortaya konulacak, dolayısıyla onluk yazma sisteminin de daha iyi kavranması sağlanacaktır. Daha da önemlisi; bilgisayar biliminde bilgilerin kaydedilmesi ve taşınması, doğal sayıların **0** ve **1** rakamları ile yazıldığı **ikilik yazma sistemi**yle gerçekleştirilir. Bu bakımdan, ikilik yazma sistemi bilgisayar diline başlangıç için bir temel oluşturacaktır.

+ Bir **yazma sistemi** ya da **sayma sistemi** kurmak için **taban** denilen 1'den büyük bir t doğal sayısı ile t tane işaret (**rakam**) seçmek gerekir. Bu t tane rakam, t'den küçük doğal sayıları temsil eden işaretlerdir.

$\mathbf{a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n}$ rakamlardan oluşan kat sayılar ve **t** taban olmak üzere; bir **a** doğal sayısı,

$\mathbf{a = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \ldots + a_2 t^2 + a_1 t + a_0}$ ①

olarak yazılabilir ve bu a sayısı

$\mathbf{a = (a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)_t}$ ② biçiminde gösterilir.

① ifadesine, t tabanında yazılmış a sayısının **çözümlenmiş biçimi** denir.

② ifadesinde, rakamların bulunduğu yerlere **basamak**; bir rakamın, bulunduğu basamaktaki değerine **basamak değeri** adı verilir.

$\mathbf{(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)_t}$

- $\mathbf{a_0} \rightarrow$ **t^0 lar basamağı**
- $\mathbf{a_1} \rightarrow$ **t^1 ler basamağı**
- $\mathbf{a_2} \rightarrow$ **t^2 ler basamağı**
- $\mathbf{a_{n-1}} \rightarrow$ **t^{n-1} ler basamağı**
- $\mathbf{a_n} \rightarrow$ **t^n ler basamağı**

Örneğin, a_n rakamının basamak değeri $a_n t^n$; a_2 rakamının basamak değeri $a_2 t^2$ dir.

Bunları, bildiğiniz onluk yazma sistemindeki bir sayı üzerinde gösterelim:

Örnek 4.12

$(206443)_{10}$ sayısı onluk yazma sisteminde (on tabanında) yazılmıştır.

$(2\ 0\ 6\ 4\ 4\ 3)_{10}$

- $3 \rightarrow 10^0$ lar basamağı
- $4 \rightarrow 10^1$ ler basamağı
- $4 \rightarrow 10^2$ ler basamağı
- $6 \rightarrow 10^3$ ler basamağı
- $0 \rightarrow 10^4$ ler basamağı
- $2 \rightarrow 10^5$ ler basamağı

$(206443)_{10}$ sayısının çözümlenmiş biçimi,

$(206443)_{10}$

$= 2 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^0$

ya da

$(206443)_{10} = 2 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 3$

tür.

Sayının, örneğin 10^3 ler basamağındaki rakamın sayı değeri 6, basamak değeri $6 \cdot 10^3 = 6000$ dir.

+ Bir yazma sisteminde taban "*on*" dan küçükse, rakamlar onluk yazma sisteminden tanıdığınız işaretler olarak seçilir. Taban "*on*" dan büyükse 10, 11, 12, 13, … için özel işaretler atanır.

Biz, kolaylık sağlar düşüncesiyle 10 için A, 11 için B, 12 için C, … işaretlerini seçeceğiz.

Buna göre; örneğin,

6'lık sistemdeki rakamların kümesi

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$;

12'lik sistemdeki rakamların kümesi

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C\}$ olur.

Bir yazma sisteminde rakamlar belirlendikten sonra, tüm sayılar bu rakamlarla yazılmalıdır.

Örneğin; on tabanında "*on*" sayısının ayrı bir işaretle değil, "1" ve "0" rakamları ile yazıldığına dikkat ediniz. Ancak; biz, sayıları çözümlerken işlemlerde kolaylık sağlaması için, onluk yazma sistemi dışın-daki sistemlerde tabana karşılık gelen sayıları onluk sistemdeki biçimiyle göstereceğiz. Örneğin; $(23)_{\text{sekiz}}$ sayısını $(23)_8$ biçiminde yazıp $2 \cdot 8 + 3$ biçiminde çözümleyeceğiz. Bir doğal sayının tabanı belirtilmemişse, bu sayıyı on tabanında sayacağız.

Örnek 4.13

Aşağıda verilen sayıları çözümleyiniz.

a. $(20342)_5$ **b.** $(101101)_2$ **c.** $(B8A4)_{12}$

Çözüm

a. $(2\ 0\ 3\ 4\ 2)_5 = 2 \cdot 5^4 + 0 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0$

$\downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow\ \downarrow$

$5^4 5^3 5^2 5^1 5^0$

$= 2 \cdot 5^4 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 2$

b. $(\overset{5}{1}\ \overset{4}{0}\ \overset{3}{1}\ \overset{2}{1}\ \overset{1}{0}\ \overset{0}{1})_2$

$= 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

$= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1$

c. $(B8A4)_{12} = B \cdot 12^3 + 8 \cdot 12^2 + A \cdot 12^1 + 4 \cdot 12^0$

A, "on" rakamını; B, "onbir" rakamını göstermektedir.

Teorem –4.26

*Her **a** doğal sayısı bir **t** $\in \mathbb{N}^+ - \{1\}$ tabanına göre,*

$$\mathbf{a = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots + a_2 t^2 + a_1 t + a_o}$$

biçiminde ya da kısaca

$$\mathbf{a = (a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_o)_t}$$

biçiminde yazılabilir.

Teorem –4.26'ya göre; her **a** doğal sayısını, istenilen her **t** tabanında (t, birden büyük doğal sayıdır.) yazmak mümkündür.

Teorem –4.27

*Her **a** doğal sayısı bir **t** tabanında yalnız bir biçimde yazılabilir.*

Teorem –4.27'ye göre; örneğin,

$a = 7^5 + 2 \cdot 7^3 + 3 \cdot 7 + 4$ ise, a sayısı 7'nin başka kuvvetlerinin başka rakamlarla çarpımının toplamı olarak yazılamaz.

On Tabanında Yazılmış Bir Sayının Başka Tabanda Yazılması

Bir örnek üzerinde anlatalım.

On tabanındaki 285 sayısını 8 tabanında yazalım:

1. yol

$8^0 = 1,\ 8^1 = 8,\ 8^2 = 64,\ 8^3 = 512$ dir.

8^3	8^2	8^1	8^0

Etkinlik – 4.45'teki gibi düşünelim.

285 tane fındık 512 tane fındık alan kutuyu doldurmaz. Demek ki önce 64 fındık alan kutuları dolduracağız.

64 tane fındık alan kutulardan 4 tanesi dolar. Geriye 29 tane fındık kalır.

$$\begin{array}{r|l} 285 & 64 \\ \cline{2-2} -256 & 4 \\ \hline 29 & \end{array}$$

29 tane fındık ile 8 tane fındık alan 3 kutu dolar. geriye 5 tane fındık kalır.

$$\begin{array}{r|l} 29 & 8 \\ \cline{2-2} -24 & 3 \\ \hline 5 & \end{array}$$

5 tane fındık da 1'er fındık alan 5 kutuyu doldurur.

8^3	8^2	8^1	8^0
0	4	3	5

$(285)_{10} = (435)_8$ bulunur.

$(435)_8$ sayısı "**sekiz tabanında dört, üç, beş**" diye okunur.

2. yol

On tabanındaki 285 sayısının sekiz tabanındaki basamakları, 285 sayısı art arda 8 ile bölünerek daha kolay bulunur.

İşlemi inceleyiniz.

$$\begin{array}{r|l} 285 & 8 \\ \cline{2-2} -24 & 35 \\ \hline 45 & \\ -40 & \\ \hline 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35 & 8 \\ \cline{2-2} -32 & 4 \\ \hline 3 & \end{array}$$

35 tane 8^1

4 tane 8^2

3 tane 8^1

5 tane 8^0

$(285)_{10} = (435)_8$

Dikkat ederseniz; en sağdaki bölüm en büyük basamağı, sola doğru kalanlar, sırasıyla diğer basamakları vermektedir.

Örnek 4.14

$(173)_{10}$ sayısını 2 tabanında yazalım.

I. yol

$2^0 = 1,\ 2^1 = 2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8,\ 2^4 = 16,\ 2^5 = 32,$

$2^6 = 64,\ 2^7 = 128$'dir.

173 sayısının kaç tane 2^7, kaç tane 2^6, kaç tane 2^5, ..., kaç tane 2^0 ın toplamına eşit olduğunu bulacağız.

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
?	?	?	?	?	?	?	?

$$\begin{array}{r|l} 173 & 128 \\ \cline{2-2} -128 & 1 \\ \hline 45 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 32 \\ \cline{2-2} -32 & 1 \\ \hline 13 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 13 & 8 \\ \cline{2-2} -8 & 1 \\ \hline 5 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1 \\ \hline 1 & \end{array}$$

1 tane 2^7 1 tane 2^5 1 tane 2^3 1 tane 2^2

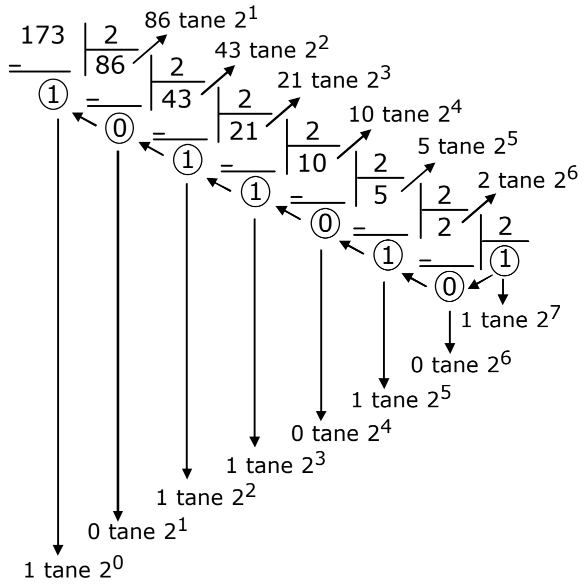
1 tane 2^0

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	0	1	1	0	1

$(173)_{10} = (10101101)_2$ bulunur.

II. yol

Aşağıdaki işlemi inceleyiniz.



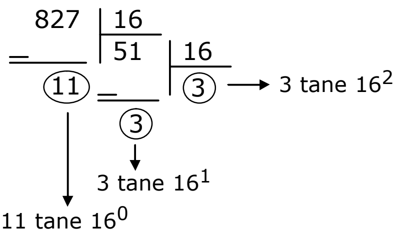
Çember içine alınmış rakamların sağdan sola doğru sıralaması soldan sağa doğru yazılırsa, $(173)_{10}$ sayısının 2 tabanındaki karşılığı elde edilir.

$(173)_{10} = (10101101)_2$ bulunur.

Örnek 4.15

$(827)_{10}$ sayısını 16 tabanında yazalım:

16 tabanında $A = (10)_{10}$, $B = (11)_{10}$, $C = (12)_{10}$, $D = (13)_{10}$, $E = (14)_{10}$, $F = (15)_{10}$, olsun.



$(827)_{10} = (33B)_{16}$ bulunur.

Etkinlik – 4.46

Aşağıda verilen sayıları, istenilen tabanda yazınız.

a. $(587)_{10} = (?)_7$ **b.** $(2875)_{10} = (?)_{12}$

c. $(79)_{10} = (?)_2$ **d.** $(673)_{10} = (?)_3$

Herhangi Bir Tabanda Yazılmış Sayının On Tabanında Yazılması

Herhangi bir tabanda yazılmış bir sayıyı on tabanında yazmak için, sayının çözümlenmiş biçimi, verilen tabanda yazılır. Çözümlenmiş biçimdeki taban ve kat sayılar yerine onluk sistemdeki karşılıkları konulur. Bulunan değerler arasındaki işlemler onluk sistemde yapılır.

Örnek 4.16

$(6042)_7$ sayısını on tabanında yazalım:

$$\begin{aligned}(6042)_7 &= 6 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^1 + 2\\ &= 6 \cdot 343 + 28 + 2\\ &= 2058 + 30\\ &= (2088)_{10} \quad \text{bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek 4.17

$(AB3)_{12}$ sayısını on tabanında yazalım:

$A = (10)_{10}$ ve $B = (11)_{10}$ dur.

$$\begin{aligned}(AB3)_{12} &= A \cdot 12^2 + B \cdot 12 + 3\\ &= 10 \cdot 144 + 11 \cdot 12 + 3\\ &= (1575)_{10} \quad \text{bulunur.}\end{aligned}$$

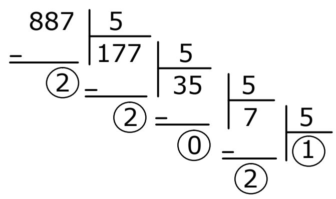
On'dan Farklı Bir Tabandaki Bir Sayının Başka Bir Tabanda Yazılması

Verilen sayı once on tabanında yazılır. Sonra, on tabanındaki sayı istenilen tabana çevrilir.

Örnek 4.18

$(4035)_6$ sayısını beş tabanında yazalım:

$(4035)_6 = 4 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6 + 5 = (887)_{10}$



$(887)_{10} = (12022)_5$

$\Rightarrow (4035)_6 = (12022)_5$ bulunur.

“a” Tabanındaki Bir Sayının “a^n” Tabanında Yazılması

Bir örnek üzerinde anlatalım.

$(110101101)_2$ sayısını $2^2\,(=4)$ tabanında yazalım:

Verilen sayıyı çözümleyip, 4’ün azalan kuvvetleri türünden yazacağız.

$$\begin{aligned}(110101101)_2 &= 1\cdot 2^8 + \underbrace{1\cdot 2^7 + 0\cdot 2^6} + \underbrace{1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4} \\ &\quad + \underbrace{1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2} + \underbrace{0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0} \\ &= 1\cdot 2^8 + \left(1\cdot 2^1 + 0\right)\cdot 2^6 + (1\cdot 2 + 0)\cdot 2^4 \\ &\quad + (1\cdot 2 + 1)\cdot 2^2 + \left(0\cdot 2^1 + 1\right)2^0 \\ &= 1\cdot\left(2^2\right)^4 + 2\cdot\left(2^2\right)^3 + 2\cdot\left(2^2\right)^2 + 3\cdot\left(2^2\right) + 1\cdot\left(2^2\right)^0 \\ &= 1\cdot 4^4 + 2\cdot 4^3 + 2\cdot 4^2 + 3\cdot 4 + 1 \\ &= (12231)_4\end{aligned}$$

Yukarıdaki çözümleme ve işlemler incelenirse, bundan aşağıdaki sonuç çıkarılabilir.

$$\big(\underbrace{01}_{(2^2)^4}\ \underbrace{10}_{(2^2)^3}\ \underbrace{10}_{(2^2)^2}\ \underbrace{11}_{(2^2)^1}\ \underbrace{01}_{(2^2)^0}\big)_2$$

$$\begin{aligned}&= (01)_2\cdot\left(2^2\right)^4 + (10)_2\cdot\left(2^2\right)^3 + (10)_2\cdot\left(2^2\right)^2 \\ &\quad + (11)_2\cdot\left(2^2\right)^1 + (01)_2\cdot\left(2^2\right)^0 \\ &= 1\cdot 4^4 + 2\cdot 4^3 + 2\cdot 4^2 + 3\cdot 4 + 1 \\ &= (12231)_4\end{aligned}$$

“a” tabanında yazılmış bir sayıyı “a^n” tabanında yazmak için, verilen sayının rakamları sağdan başlanarak n’li gruplara ayrılır. Her grubun, verilen tabanda belirttiği sayı yerine bunun a^n tabanında belirttiği sayı yazılır.

Örnek 4.19

$(1010111101)_2$ sayısını sekiz tabanında yazalım:

$8 = 2^3$ olduğundan, verilen sayıyı sağdan 3’lü gruplara ayıracağız.

$$(\underbrace{001}_{(1)_8}\ \underbrace{010}_{(2)_8}\ \underbrace{111}_{(7)_8}\ \underbrace{101}_{(5)_8})_2 = (1275)_8 \text{ bulunur.}$$

Örnek 4.20

$(837)_9$ sayısını üç tabanında yazalım:

$9 = 3^2$ olduğundan, Örnek-4.19’da yaptığımızın tersini yapacağız.

Her rakamın yerine, o rakamın 3 tabanındaki karşılığını yazacağız.

$(8\ 3\ 7)_9 = (221021)_3$ bulunur.

$7 \rightarrow (21)_3$

$3 \rightarrow (10)_3$

$8 \rightarrow (22)_3$

Etkinlik – 4.47

Aşağıda verilen sayıları, istenilen tabanda yazınız.

($A = (10)_{10}$, $B = (11)_{10}$, $C = (12)_{10}$, $D = (13)_{10}$, $E = (14)_{10}$, $F = (15)_{10}$ alınacaktır.)

a. $(120120)_3 = (?)_{10}$

b. $(A2B)_{13} = (?)_{10}$

c. $(2587)_{10} = (?)_8$

d. $(673)_{10} = (?)_{12}$

e. $(23102)_4 = (?)_7$

f. $(7632)_8 = (?)_6$

g. $(11011011)_2 = (?)_4$

h. $(1202102)_3 = (?)_9$

i. $(125)_8 = (?)_2$

j. $(387)_9 = (?)_3$

k. $(2130)_4 = (?)_8$

l. $(357)_8 = (?)_{16}$

Herhangi Bir Tabandaki Sayının Tekliği; Çiftliği

$$(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)_t = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \ldots + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

sayısında t çift ise; a_0 dışındaki toplam çift olacağından, sayının tek ya da çift olması a_0 değerine bağlıdır.

Taban çift iken,

a_0 tek ise sayı tektir;

a_0 çift ise sayı çifttir.

$$(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)_t = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \ldots + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

sayısında t tek ise toplamdaki her terimin tek ya da çift olması a_n, a_{n-1}, ... kat sayılarının tek ya da çift olmasına bağlıdır.

Kat sayı tek ise terim tek; çift ise terim çift olur.

Taban tek iken,

$\mathbf{a_n + a_{n-1} + \ldots + a_2 + a_1 + a_0}$

toplamı tek ise sayı tektir; çift ise sayı çifttir.

Örneğin,

$(345023)_6$ sayısı tektir.

$(135601)_7$ sayısı çifttir.

($1+3+5+6+1=16$ çift olduğundan)

4.2.2 – Bir Sayma Sisteminde İşlemler

20'ye kadar olan doğal sayıların değişik tabanlarda nasıl yazıldığını bilmeniz, -ya da zihinden kolayca bulabilmeniz- işlemleri yaparken kolaylık sağlayacaktır.

Aşağıdaki tabloyu incelerseniz, bu konuda önemli ipuçları elde edebilirsiniz.

10'luk sistem	8'lik sistem	5'lik sistem	2'lik sistem
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	10	101
6	6	11	110
7	7	12	111
8	10	13	1000
9	11	14	1001
10	12	20	1010
11	13	21	1011
12	14	22	1100
13	15	23	1101
14	16	24	1110
15	17	30	1111
16	20	31	10000
17	21	32	10001
18	22	33	10010
19	23	34	10011
20	24	40	10100

Toplama İşlemi

Etkinlik – 4.48

Bir çiftçi A tarlasından aldığı buğdayla
80 kg lık 4,
8 kg lık 7,
1 kg lık 6 teneke kabı;

B tarlasından aldığı buğdayla
80 kg lık 3,
8 kg lık 5,
1 kg lık 5 teneke kabı doldurmuştur.

Her kap tam doldurulacağına göre, bu çiftçi toplam ürününü en az kaç kaba yerleştirebilir?

Toplama işleminin nasıl yapıldığını örneklerle anlatalım:

Örnek 4.21

$(928)_{10} + (3836)_{10}$ işlemini, sayıları çözümleyerek yapalım:

$$\begin{array}{rl} & 9\cdot 10^2 + 2\cdot 10^1 + 8 \\ + & 3\cdot 10^3 + 8\cdot 10^2 + 3\cdot 10^1 + 6 \\ \hline & 3\cdot 10^3 + (9+8)\cdot 10^2 + (2+3)\cdot 10^1 + 8 + 6 \\ = & 3\cdot 10^3 + (10+7)\cdot 10^2 + 5\cdot 10 + 10 + 4 \\ = & 3\cdot 10^3 + 10^3 + 7\cdot 10^2 + 6\cdot 10 + 4 \\ = & 4\cdot 10^3 + 7\cdot 10^2 + 6\cdot 10 + 4 \\ = & (4764)_{10} \end{array}$$

+ Sayıları çözümlemeden, toplama işlemi şöyle yapılır:

Sayılar, aynı adlı basamaklar alt alta gelecek biçimde yazılır. Birlikler toplanır. Birliklerin oluşturduğu 10'lukların sayısı 10'luklara eklenir; kalan 1'liklerin sayısı birler basamağına yazılır. 10'luklar toplanır. 10'lukların oluşturduğu 100' lüklerin sayısı 100'lüklere eklenir; kalan 10'lukların sayısı 10'lar basamağına yazılır. 100'lükler toplanır. 100'lüklerin oluşturduğu 1000'liklerin sayısı 1000'liklere eklenir; kalan yüzlüklerin sayısı 100'ler basamağına yazılır. 1000'likler toplanır…

$8+6 = 1\cdot 10 + 4$

$(1+2+3)\cdot 10 = 6\cdot 10$

$(9+8)\cdot 10^2 = (10+7)\cdot 10^2$

$= 1\cdot 10^3 + 7\cdot 10^2$

$(1+3)\cdot 10^3 = 4\cdot 10^3$

$$\begin{array}{r} 928 \\ +\ 3836 \\ \hline 4764 \end{array}$$

Örnek 4.22

$(342)_5 + (234)_5$ işlemini yapalım:

$$\begin{array}{r} 5^2\ 5\ 1 \\ (3\ 4\ 2)_5 \\ +\ (2\ 3\ 4)_5 \\ \hline (1\ 1\ 3\ 1)_5 \end{array}$$

Birliklerin toplamı altı'dır. "Altı" sayısı beş tabanında $(11)_5$ olarak yazılır. Yani "altı" tane birlik, 1 tane 5'lik ve 1 tane 1'lik eder. 1'ler basamağına 1 yazılır, 1 tane 5'lik ele alınır.
5'liklerin toplamı $(1+4+3)_5 = (\text{sekiz})_5$ dir.

"Sekiz" sayısı 5 tabanında $(13)_5$ olarak yazılır. Yani, "sekiz" tane 5'lik, 1 tane 5^2 ve 3 tane 5'lik eder. 5'ler basamağına 3 yazılır; 1 tane 5^2 lik ele alınır.

5^2 liklerin toplamı $(1+3+2) = (\text{altı})_5$ dır. "Altı" sayısı beş tabanında $(11)_5$ olarak yazılır. Yani "altı" tane 5^2 lik, 1 tane 5^3 lük ve 1 tane 5^2 lik eder. 5^2 ler basamağına 1, 5^3 ler basamağına 1 yazılır.

Örnek 4.23

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

a.
$$\begin{array}{r} (2305)_7 \\ +\ (4564)_7 \\ \hline (10202)_7 \end{array}$$

$(5+4)_7 = (12)_7$
$(1+6)_7 = (10)_7$
$(1+3+5)_7 = (12)_7$
$(1+2+4)_7 = (10)_7$

b.
$$\begin{array}{r} (12210)_3 \\ +\ (2221)_3 \\ \hline (22201)_3 \end{array}$$

$(0+1)_3 = (1)_3$
$(1+2)_3 = (10)_3$
$(1+2+2)_3 = (12)_3$
$(1+2+2)_3 = (12)_3$
$(1+1)_3 = (2)_3$

Etkinlik – 4.49

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\begin{array}{r} (2303)_4 \\ +\ (332)_4 \\ \hline \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r} (101101)_2 \\ +\ (1110)_2 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} (374)_8 \\ +\ (563)_8 \\ \hline \end{array}$ **d.** $\begin{array}{r} (3A4B)_{12} \\ +\ (BB63)_{12} \\ \hline \end{array}$

Çıkarma İşlemi

Etkinlik – 4.50

Bir çiftçi 80 kg lık 7, 8 kg lık 3, 1 kg lık 4 kap dolusu buğdayının; 80 kg lık 2, 8 kg lık 5, 1 kg lık 6 kap dolusu kısmını satacaktır.

Her kap tam doldurulacağına göre; kalan buğdayını en az kaç kaba yerleştirebilir?

Çıkarma işlemini örneklerle anlatalım:

Örnek 4.24

$(3065)_{10} - (873)_{10}$ işlemini, sayıları çözümleyerek yapalım:

$$\begin{array}{r} 3\cdot 10^3 + 0\cdot 10^2 + 6\cdot 10^1 + 5 \\ -\quad 8\cdot 10^2 + 7\cdot 10^1 + 3 \\ \hline \end{array}$$

Birliklerden birlikleri, onluklardan onlukları, yüzlüklerden yüzlükleri, … çıkaracağız.

6 tane 10'luktan 7 tane 10'luk; 0 tane 100'lükten 8 tane 100'lük çıkarılamaz. Bu durumda, 1000'liklerin birini 100'lüklere ve 10'luklara çevireceğiz.

$$1\cdot 10^3 = 10\cdot 10^2 = 9\cdot 10^2 + 10^2$$
$$= 9\cdot 10^2 + 10\cdot 10 \text{ olduğundan}$$
$$3\cdot 10^3 + 0\cdot 10^2 + 6\cdot 10^1 + 5$$
$$= 2\cdot 10^3 + 9\cdot 10^2 + (10+6)\cdot 10^1 + 5$$
$$= 2\cdot 10^3 + 9\cdot 10^2 + 16\cdot 10^1 + 5 \text{ olur.}$$

Bu yeni kat sayılarla, işlem aşağıdaki gibi yapılır:

$$\begin{array}{r} 2\cdot 10^3 + 9\cdot 10^2 + 16\cdot 10^1 + 5 \\ -\quad 8\cdot 10^2 + 7\cdot 10^1 + 3 \\ \hline 2\cdot 10^3 + 1\cdot 10^2 + 9\cdot 10^1 + 2 = (2192)_{10} \end{array}$$

Aynı yöntemi, sayıları çözümlemeden de uygulayabiliriz.

$$\begin{array}{r} 2\ \ 9(10{+}6) \\ \cancel{3}\ \cancel{0}\ 6\ 5 \\ -\quad 8\ 7\ 3 \\ \hline 1\ 9\ 2 \end{array}$$

5 birlikten 3 birlik çıkarılırsa 2 birlik kalır. 2 sayısı 1'ler basamağına yazılır.

6 tane 10'luktan 7 tane 10'luk çıkarılamaz. 10^2 likler 0 tane olduğundan, 3 tane 10^3 ün 1 tanesi 9 tane 10^2 ve 10 tane 10^1 e çevrilir. $(10+6)$ tane 10'luktan 7 tane 10'luk çıkarılırsa 9 tane 10'luk kalır. 10'lar basamağına 9 yazılır.

9 tane 10^2 den 8 tane 10^2 çıkarılırsa 1 tane 10^2 kalır. 10^2 ler basamağına 1 yazılır. 2 tane 10^3 ler basamağından çıkarılan olmadığı için 10^3 ler basamağına 2 yazılır.

Örnek 4.25

$(3012)_5 - (1434)_5$ işlemini yapalım:

2 tane 1'den 4 tane 1 çıkmaz. eksilenin 1 tane 5'liğini 1'liklere çeviririz. $(\text{beş}+2)_5 = (\text{yedi})_5$ tane birlik olur.

$$\begin{array}{r} 2\;4\;5\;\;\;\;\; \\ \cancel{0}\;5+2 \\ (\cancel{3}\;\cancel{0}\;\cancel{1}\;\cancel{2})_5 \\ -\;(1\;4\;3\;4)_5 \\ \hline (1\;0\;2\;3)_5 \end{array}$$

"Yedi" tane 1'den, 4 tane 1 çıkarılırsa 3 tane 1'lik kalır. Birler basamağına 3 yazılır. 0 tane 5'ten 3 tane 5 çıkarılamaz. 3 tane 5^3 ten birini 5^2 lere çevirirsek, 5 tane 5^2 olur. Bunun da 1'ini 5'lere çevirirsek; 5^3'ler basamağı 2, 5^2'ler basamağı 4, 5^1 ler basamağı "beş" olur.

"Beş" tane 5^1 likten 3 tane 5^1 lik çıkarılırsa 2 tane 5^1 lik kalır. 5^1 ler basamağına 2 yazılır. 4 tane 5^2 likten 4 tane 5^2 lik çıkarılırsa 0 kalır. 5^2 ler basamağına 0 yazılır.

2 tane 5^3 ten 1 tane 5^3 çıkarılırsa, 1 tane 5^3 kalır. 5^3 ler basamağına 1 yazılır.

Örnek 4.26

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

a.
$$\begin{array}{r} 3(7+2)\;\;\;\;\;\;\;\;\; \\ \cancel{2}(7+5)\;\; \\ (\cancel{4}\;\cancel{3}\;5\;6)_7 \\ -\;(2\;5\;6\;4)_7 \\ \hline (1\;4\;6\;2)_7 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 0\;2\;\;\;\;0\;2\;\;\;\; \\ 0\;2\;\;\;\;0\;2\; \\ (\cancel{1}\;\cancel{1}\;\cancel{0}\;\cancel{1}\;\cancel{1}\;\cancel{0})_2 \\ -\;(1\;1\;0\;1\;1)_2 \\ \hline (0\;1\;1\;0\;1\;1)_2 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 9(14+7)\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\; \\ \cancel{7}(14+11) \\ (\cancel{A}\;\cancel{8}\;\cancel{B})_{14} \\ -\;(9\;C\;C)_{14} \\ \hline (0\;9\;D)_{14} \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 4(6+2)\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\; \\ \cancel{2}\;\;5\,(6+4) \\ (\cancel{5}\;\cancel{3}\;\cancel{0}\;\cancel{4})_6 \\ -\;(4\;3\;5)_6 \\ \hline (4\;4\;2\;5)_6 \end{array}$$

Etkinlik – 4.51

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\begin{array}{r} (2102)_3 \\ -\;(211)_3 \\ \hline \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r} (3122)_4 \\ -\;(2331)_4 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} (6504)_8 \\ -\;(4736)_8 \\ \hline \end{array}$ **d.** $\begin{array}{r} (9A04)_{12} \\ -\;(3BB7)_{12} \\ \hline \end{array}$

Çarpma İşlemi

Bir Doğal Sayının, Tabanın Kuvveti ile Çarpımı

Teorem –4.28

t tabanına göre yazılmış bir doğal sayının $t^p\left(p \in N^+\right)$ ile çarpımı olan doğal sayı, verilen sayının sağına p tane sıfır konularak elde edilen sayıdır.

Teorem –4.28'e göre; örneğin;

$(231)_{\text{Dört}} \cdot (\text{Dört})^3 = (231000)_{\text{Dört}}$ ya da

$(231)_4 \cdot (10)_4{}^3 = (231000)_4$ dır.

Etkinlik – 4.52

Teorem-4.28'i ispatlayınız.

Bir Doğal Sayının Bir Rakam ile Çarpımı

Örnek 4.27

$(452)_{10} \cdot (4)_{10}$ işlemini, $(452)_{10}$ sayısını çözümleyerek yapalım:

$$\begin{aligned} & (452)_{10} \cdot (4)_{10} \\ &= \left(4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2\right) \cdot 4 \\ &= 4 \cdot 4 \cdot 10^2 + 4 \cdot 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 2 && \text{(D)} \\ &= (10+6) \cdot 10^2 + (2 \cdot 10) \cdot 10^1 + 8 && \text{(Toplama ve çarpma t.)} \\ &= 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2 + 8 && \text{(TB)} \\ &= 1 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 8 \\ &= (1808)_{10} \end{aligned}$$

Yukarıdaki yöntemi, çözümleme yapmadan uygulayalım:

$$\begin{array}{r} (452)_{10} \\ \times\;\;\;(4)_{10} \\ \hline (1808)_{10} \end{array}$$

$4 \cdot 2 = 8$ dir.

Birler basamağına 8 yazılır.

$4 \cdot 5$ tane 10'luk, $2 \cdot 10$ tane

10'luk eder. Bu da 2 tane 100'lük, sıfır tane 10'luktur.

10'lar basamağına 0 yazılır; 2 tane 100'lük ele alınır.

$4\cdot 4$ tane 100'lük, $(10+6)$ tane 100'lük eder. Eldeki 2 tane 100'lük eklenirse $(10+8)$ tane 100'lük olur. Bu da 1 tane 1000'lik, 8 tane 100'lük demektir.

100'ler basamağına 8; 1000'ler basamağına 1 yazılır.

Örnek 4.28

$(231)_4\cdot(3)_4$ işlemini yapalım:

$(3\cdot 1)_4=(3)_4$ dir. Birler basamağına 3 yazılır.

$$\begin{array}{r} (231)_4 \\ \times\quad (3)_4 \\ \hline (2013)_4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (3\cdot 1)_4=(3)_4 \\ (3\cdot 3)_4=(21)_4 \\ (3\cdot 2+2)_4=(20)_4 \end{array}$$

$3\cdot 3$ tane 4'lük $(21)_4$ tane 4'lük eder. Bu da, 2 tane 4^2 ve 1 tane 4 tür. 4'ler basamağına 1 yazılır; 2 tane 4^2 ele alınır. $3\cdot 2$ tane 4^2 lik $(12)_4$ tane 4^2 eder. Eldeki 2 tane 4^2 eklenirse $(20)_4$ tane 4^2 elde edilir. Bu da 2 tane 4^3 ve sıfır tane 4^2 demektir. 4^2 ler basamağına 0 ve 4^3 ler basamağına 2 yazılır.

Örnek 4.29

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

a. $$\begin{array}{r} (234)_5 \\ \times\quad (4)_5 \\ \hline (2101)_5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (4\cdot 4)_5=(31)_5 \\ (4\cdot 3+3)_5=(30)_5 \\ (4\cdot 2+3)_5=(21)_5 \end{array}$$

b. $$\begin{array}{r} (307)_8 \\ \times\quad (6)_8 \\ \hline (2452)_8 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (6\cdot 7)_8=(52)_8 \\ (6\cdot 0+5)_8=(5)_8 \\ (6\cdot 3)_8=(24)_8 \end{array}$$

Örnek 4.30

$(23)_4\cdot(300)_4$ işlemini yapalım:

$$\begin{aligned} &(23)_4\cdot(300)_4 \\ &=(23)_4\cdot(3\cdot 100)_4 \\ &=\underbrace{(23)_4\cdot(3)_4}(100)_4 \\ &=(201)_4\cdot(100)_4=(201)_4(10)_4^2 \\ &=(20100)_4 \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

$(23)_4\cdot(300)_4$ çarpımını bulmak için, $(23)_4$ ile $(3)_4$ çarpılır, çarpımın sağına iki tane 0 konulur.

İki Doğal Sayının Çarpımı

Örnek 4.31

$(47)_{10}\cdot(56)_{10}$ çarpımını yapalım:

$$\begin{aligned} &(47)_{10}\cdot(56)_{10} \\ &=(47)_{10}\cdot\left[(50)_{10}+(6)_{10}\right] \\ &=(47)_{10}\cdot(50)_{10}+(47)_{10}\cdot(6)_{10} \\ &=(2350)_{10}+(282)_{10} \\ &=(2632)_{10} \end{aligned}$$

bulunur.

Yukarıdaki işlemi, çarpanları alt alta yazarak yapabiliriz.

Önce 47'yi 6 ile, sonra 47'yi 50 ile çarparak, çarpımları alt alta yazıp toplarız.

$$\begin{array}{r} (47)_{10} \\ \times\ (56)_{10} \\ \hline (282)_{10} \\ +\ (2350)_{10} \\ \hline (2632)_{10} \end{array}$$

47'yi 50 ile çarpmak yerine 5 ile çarpıp sonucu diğer çarpanın altına, bir basamak sola kaydırarak yazmak daha pratik olur.

$$\begin{array}{r} (47)_{10} \\ \times\ (56)_{10} \\ \hline (282)_{10} \\ +\ (235)_{10} \\ \hline (2632)_{10} \end{array}$$

Örnek 4.32

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

a.
$$\begin{array}{r} (45)_6 \\ \text{x}\ (34)_6 \\ \hline (312)_6 \\ +\ (223)_6 \\ \hline (2542)_6 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}(4\cdot 5)_6=(32)_6\\ (4\cdot 4+3)_6=(31)_6\end{array}\right\} \Rightarrow (4)_6\cdot(45)_6=(312)_6$$

$$\left.\begin{array}{l}(3\cdot 5)_6=(23)_6\\ (3\cdot 4+2)_6=(22)_6\end{array}\right\} \Rightarrow (3)_6\cdot(45)_6=(223)_6$$

b.
$$\begin{array}{r} (214)_5 \\ \text{x}\ (43)_5 \\ \hline (1202)_5 \\ +\ (1421)_5 \\ \hline (20412)_5 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}(3\cdot 4)_5=(22)_5\\ (3\cdot 1+2)_5=(10)_5\\ (3\cdot 2+1)_5=(12)_5\end{array}\right\} \Rightarrow (3)_5\cdot(214)_5=(1202)_5$$

$$\left.\begin{array}{l}(4\cdot 4)_5=(3\cdot 1)_5\\ (4\cdot 1+3)_5=(12)_5\\ (4\cdot 2+1)_5=(14)_5\end{array}\right\} \Rightarrow (4)_5\cdot(214)_5=(1421)_5$$

Örnek 4.33

$(23400)_5\cdot(24000)_5$ işlemini yapalım:

$$\begin{aligned}&(23400)_5\cdot(24000)_5\\ &=(234)_5\cdot(100)_5\cdot(24)_5\cdot(1000)_5\\ &=(234)_5\cdot(24)_5\cdot(10)_5^2\cdot(10)_5^3\\ &=(234)_5\cdot(24)_5\cdot(10)_5^5\\ &=(12331)_5\cdot(10)_5^5\\ &=(1233100000)_5\end{aligned}$$ bulunur.

$$\begin{array}{r} (234)_5 \\ \text{x}\ (24)_5 \\ \hline (2101)_5 \\ +\ (1023)_5 \\ \hline (12331)_5 \end{array}$$

+ Sağ basamakları sıfır olan doğal sayıların çarpımını bulmak için; sıfırlar atılarak işlem yapılır. Elde edilen çarpımın sağına, atılan sayıda sıfır konulur.

Örneğin;

$(26000)_8\cdot(500)_8=(15600000)_8$ olur.

Etkinlik – 4.53

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\begin{array}{r}(3020)_4\\ \text{x}\ (210)_4\\ \hline\end{array}$ **b.** $\begin{array}{r}(43000)_7\\ \text{x}\ (2400)_7\\ \hline\end{array}$

c. $\begin{array}{r}(6400)_9\\ \text{x}\ (350)_9\\ \hline\end{array}$ **d.** $\begin{array}{r}(AB30)_{12}\\ \text{x}\ (BA0)_{12}\\ \hline\end{array}$

Bölme İşlemi

Bir Doğal Sayının, Tabanın Kuvveti ile Bölümü

Teorem –4.29

t *tabanına gore yazılmış bir doğal sayının* $\mathbf{t^p}\left(p\in N^+\right)$ *ile bölünmesinde* ***bölüm,*** *verilen sayının sağdan p tane rakamının atılmasıyla elde edilen sayıdır.*

Verilen sayının sağındaki ***p*** *tane rakamın gösterdiği sayı da* ***kalan****dır.*

Teorem –4.29'e göre; örneğin; 237$\underline{86}$'nın 10^2 ile bölünmesinde bölüm 237 ve kalan 86 olur.

Etkinlik – 4.54

Teorem-4.29'u ispatlayınız.

Örnek 4.34

$(234\underline{013})_{Beş}$ sayısının $(Beş)^3$ ile bölünmesinde, bölüm $(234)_5$ ve kalan $(13)_5$ tir.

Örnek 4.35

$(101110111101)_2$ sayısının 4^3 ile bölünmesindeki bölüm ve kalanı bulalım:

$4^3=\left(2^2\right)^3=2^6=(10)_2^6$ olduğundan;

sayının sağdan altı basamağını ayırırsak,

$(101110\underline{111101})_2$

bölümün $(101110)_2$ ve kalanın $(111101)_2$ olduğu görülür.

Bölümün Basamak Sayısını Bulmak

Örnek 4.36

2748'in 24 ile bölünmesinde, bölümün basamak sayısını bulalım:

Bölme özdeşliğine göre;

r, $k \in N$; $2748 = 24 \cdot k + r$; $r < 24$ tür.

Buna göre,

$24 \cdot k \le 2748 < 24(k+1)$ ① olur.

24'ün, tabanın kuvvetleriyle çarpımları;

24, 240, 2400, 24000, … olup

$24 \cdot 10^2 < 2748 < 24 \cdot 10^3$ tür.

Diğer taraftan, ①'e göre, 24'ün 2748'den küçük olan en büyük katı $24 \cdot k$; 2748'den büyük olan en küçük katı da $24(k+1)$ dir.

Öyleyse;

$24 \cdot 10^2 \le 24 \cdot k$ ve $24(k+1) \le 24 \cdot 10^3$

$\Rightarrow 10^2 \le k$ ve $k+1 \le 10^3$

$\Rightarrow 10^2 \le k$ ve $k \le 10^3 - 1$

$\Rightarrow 10^2 \le k \le 10^3 - 1$ olur.

O hâlde; bölüm üç basamaklıdır.

+ Dikkat edilirse; $a = 2748$, $b = 24$ ve $t = 10$ olmak üzere, $\mathbf{b \cdot t^2 < a < b \cdot t^3}$ iken bölümün basamak sayısı 3 olmuştur.

Bu sonucu, **bölümün basamak sayısını bulma kuralı** olarak genelleştirebiliriz :

t tabanında yazılmış a ve b doğal sayıları için $\mathbf{a < b \cdot t^p}$ eşitsizliğini sağlayan en küçük p sayısı; a'nın b'ye bölünmesinden elde edilen bölümün basamak sayısını verir.

Örnek 4.37

a. 28785'in 46 ile bölünmesinde;

$46 \cdot 10^2 < 28785 < 46 \cdot 10^3$ olduğundan, bölüm 3 basamaklıdır.

b. $(432410)_5$ in $(324)_5$ ile bölünmesinde;

$(324000)_5 < (432410)_5 < (324\underline{000})_5$

$\Rightarrow (324)_5 \cdot (10)_5^3 < (432410)_5 < (324)_5 \cdot (10)_5^4$

olduğundan, bölüm 4 basamaklıdır.

c. $(11101011)_2$ in $(101)_2$ ile bölünmesinde;

$(10100000)_2 < (11101011)_2 < (101\underline{000000})_2$

$\Rightarrow (101)_2 \cdot (10)_2^5 < (11101011)_2 < (101)_2 \cdot (10)_2^6$

olduğundan, bölüm 6 basamaklıdır.

Bölümün Soldan İlk Rakamını Bulmak

Örnek 4.38

3475'in 32 ile bölünmesinde, bölümün soldan ilk rakamını bulalım:

3200<3475<32000

$\Rightarrow 32 \cdot 10^2 < 3475 < 32 \cdot 10^3$ olduğundan, bölüm 3 basamaklıdır.

Bölüme xyz dersek,

$3475 = 32 \cdot (xyz) + r$, $r < 32$

$\Rightarrow 3475 = 32\left(x \cdot 10^2 + y \cdot 10 + z\right) + r$

$\Rightarrow 3475 = 32 \cdot 10^2 \cdot x + \underbrace{32 \cdot 10y + 32 \cdot z + r}$ olur.

$32 \cdot 10y + 32 \cdot z + r$ ifadesinin en büyük değeri $320 \cdot 9 + 32 \cdot 9 + 31$ olup $32 \cdot 10^2$ den küçüktür.

O hâlde; $320 \cdot y + 32z + r = r_1$ toplamı 3475'in $32 \cdot 10^2$ ile bölünmesindeki kalandır.

Bu durumda, $3475 = 32 \cdot 10^2 \cdot x + r_1$ eşitliğinde x rakamı 3475'in 3200'e ya da 34'ün 32'ye bölünmesindeki bölüm olur.

Burada, x rakamı 1'dir.

+ Dikkat edilirse; $a = 3475$, $b = 32$ ve $t = 10$ iken bölüm 3 basamaklı olup bölümün soldan ilk rakamı a'nın $b \cdot t^{3-1}$ ile bölümündeki bölüm olmuştur.

Bu sonucu, **bölümün soldan ilk rakamını bulma kuralı** olarak genelleştiriyoruz:

t tabanında yazılmış a ve b doğal sayılarından, a'nın b'ye bölünmesindeki bölüm p basamaklı ise; bölümün soldan ilk rakamı, a'nın $\mathbf{b \cdot t^{p-1}}$ ile bölümündeki bölümdür.

Örnek 4.39

a. 386427'nin 56 ile bölünmesinde;

$56000 < 386427 < 56\underline{0000} = 56 \cdot 10^4$
olduğundan, bölüm 4 basamaklıdır.

Bölümün soldan ilk basamağı, 386427'nin $56 \cdot 10^3 = 56000$'e ya da 386'nın 56'ya bölümündeki bölüm olup 6'dır.

b. $(34021)_5$ in $(14)_5$ ile bölünmesinde;

$(14000)_5 < (34021)_5 < (14\underline{0000})_5 = (14)_5 \cdot (10)_5^4$
olduğundan, bölüm 4 basamaklıdır.

Bölümün soldan ilk basamağı,

$(34021)_5$ in $(14)_5 \cdot (10)_5^3 = (14000)_5$ ile ya da $(34)_5$ in $(14)_5$ ile bölümündeki bölümdür.

$(34)_5 = (19)_{10}$ ve $(14)_5 = (9)_{10}$ olduğundan, bölümün ilk basamağı 2 olur.

c. $(875604)_9$ ün $(23)_9$ ile bölünmesinde;

$$(230000)_9 < (875604)_9 < (2300000)_9 = (23)_9 \cdot (10)_9^5$$

olduğundan bölüm 5 basamaklıdır.

Bölümün soldan ilk basamağı,

$(875604)_9$ ün $(23)_9 \cdot (10)_9^4 = (230000)_9$ ile ya da $(87)_9$ nin $(23)_9$ ile bölümündeki bölümdür.

$(87)_9 = (79)_{10}$ ve $(23)_9 = (21)_{10}$ olduğundan, bölümün ilk basamağı 3 olur.

Bölümün ve Kalanın Bulunması

Bölme işlemi üzerine yukarıda verdiğimiz bilgilerle, artık; yıllardır yaptığınız bölme işleminin neden öyle yapıldığını açıklayabilecek durumdayız.

Örnek 4.40

4273'ün 35 ile bölünmesindeki bölüm ve kalanı bulalım:

$3500 < 4273 < 35000 = 35 \cdot 10^3$ olduğundan bölüm 3 basamaklıdır. 4273'ün $35 \cdot 10^2$ ile ya da 42'nin 35 ile bölümündeki bölüm, bölümün soldan ilk basamağı olup 1'dir.

Bölünen, bölen ve bölümü yandaki çizelgede gösterildiği gibi yerleştirelim.

$$\begin{array}{r|l} \text{Bölünen} & \text{Bölen} \\ \cline{2-2} & \text{Bölüm} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4273 & 35 \\ \cline{2-2} & 1\ldots \end{array}$$

"4273'ü 35 ile bölme"nin, "4273'ün içinde kaç tane 35 bulunduğunu bulma" demek olduğunu biliyorsunuz.

Bölüm 3 basamaklı ve yüzler basamağı 1 olduğuna göre, 4273'ün içinde en az 100 tane 35 vardır.

Bu 100 tane 35'i 4273'ten çıkarırsak geriye 773 kalır.

$$\begin{array}{r|l} 4273 & 35 \\ \cline{2-2} -\;3500 & 1.. \\ \cline{1-1} 773 & \end{array}$$

Aynı yöntemle, 773'ün içinde en az 20 tane 35 olduğu bulunur.

$$\begin{array}{r|l} 773 & 35 \\ \cline{2-2} & 2. \end{array}$$

Bu 20 tane 35'i de 773'ten çıkarırsak geriye 73 kalır.

$$\begin{array}{r|l} 773 & 35 \\ \cline{2-2} -\;700 & 2. \\ \cline{1-1} 73 & \end{array}$$

73'ün içinde de 2 tane 35 vardır. 2 tane 35'i 73'ten çıkarırsak, geriye 3 kalır

$$\begin{array}{r|l} 73 & 35 \\ \cline{2-2} -\;70 & 2 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

O hâlde; 4073'ün 35 ile bölümündeki bölüm $100 + 20 + 2 = 122$, kalan 3'tür.

+ 4273'ün 35 ile bölünmesinde; bölümün 100'ler, 10'lar ve 1'ler basamaklarını bulduğumuz işlemleri, yandaki gibi aynı çizelgede gösterebiliriz.

$$\begin{array}{r|l} \overline{42}73 & 35 \\ \cline{2-2} -\;3500 & 122 \\ \cline{1-1} \overline{77}3 & \\ -\;770 & \\ \cline{1-1} \overline{73} & \\ -\;70 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Yukarıdaki çizelgedeki, üstü çizili sayılara dikkat ediniz!

42'de 35 aranmış, yüzler basamağına 1 yazılmış; 77'de 35 aranmış, onlar basamağına 2 yazılmış; 73'te 35 aranmış, birler basamağına 2 yazılmıştır.

Buna göre; işlemler yandaki gibi daha kısa yapılabilir.

$$\begin{array}{r|l} 4273 & 35 \\ \cline{2-2} -\;35\downarrow & 122 \\ \cline{1-1} 77 & \\ -\;70\downarrow & \\ \cline{1-1} 73 & \\ -\;70 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

+ İşlemlerin yukarıdaki son biçimi bizi –sizin de bildiğiniz– bölmenin pratik tekniğine götürür. Artık; bölümün kaç basamaklı olduğunu ve soldan ilk rakamının ne olduğunu ayrıca araştırmamıza gerek yoktur.

Bu tekniği, 4273'ü 35'e bölerek hatırlatalım:

Bölünenin, soldan en az kaç basamağının oluşturduğu sayının bölenden büyük olduğu aranır. 42, 35'ten büyüktür. 42'de 35, 1 kere vardır. Bölümün soldan ilk basamağına 1 yazılır.

$$\begin{array}{r|l} 4273 & 35 \\ \cline{2-2} -35 & 122 \\ \cline{1-1} 77 & \\ -70 & \\ \cline{1-1} 73 & \\ -70 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

$1 \cdot 35 = 35$ sayısı 42'den çıkarılır. Kalan 7'nin yanına, bölünenin soldan 3. basamağındaki 7 getirilir. 77'de 35, 2 kere vardır. Bölümün soldan 2. basamağına 2 yazılır. $2 \cdot 35 = 70$ sayısı 77'den çıkarılır. Kalan 7'nin yanına, bölünenin soldan 4. basamağındaki 3 getirilir. 73'te 35, 2 kere vardır. Bölümün soldan 3. basamağına 2 yazılır.

$2 \cdot 35 = 70$ sayısı 73'ten çıkarılır. Kalan 3 ve 3<35 olduğundan bölme işlemi tamamlanmıştır.

Bölüm 122; kalan 3 tür.

Örnek 4.41

$(4302)_5$ nin $(44)_5$ ile bölünmesindeki bölüm ve kalanı bulalım:

$(43)_5 < (44)_5$ ve
$(430)_5 > (44)_5$
olduğundan
$(430)_5$ da $(44)_5$ aranır.

$$\begin{array}{r|l} (4302)_5 & (44)_5 \\ \cline{2-2} -(341)_5 & (44)_5 \\ \cline{1-1} (342)_5 & \\ -(341)_5 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

$(430)_5 = (115)_{10}$ ve $(44)_5 = (24)_{10}$ olduğundan; $(430)_5$ da $(44)_5$, 4 kere vardır. Bölümün soldan ilk basamağına 4 yazılır.

$(4)_5 \cdot (44)_5 = (341)_5$ sayısı $(430)_5$ dan çıkarılır. Kalan $(34)_5$ in yanına bölünenin 4. basamağındaki 2 getirilir. $(342)_5$ de $(44)_5$, 4 kere vardır. Bölümün soldan 2. basamağına 4 yazılır.

$(4)_5 \cdot (44)_5 = (341)_5$ sayısı $(342)_5$ den çıkarılır.

Bölüm $(44)_5$ ve kalan $(1)_5$ olur.

Örnek 4.42

Aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

a.
$$\begin{array}{r|l} 3151260 & 63 \\ \cline{2-2} -315 & 50020 \\ \cline{1-1} 000126 & \\ -126 & \\ \cline{1-1} 0000 & \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r|l} 1111111 & 11 \\ \cline{2-2} -11 & 101010 \\ \cline{1-1} 0011 & \\ -11 & \\ \cline{1-1} 0011 & \\ -11 & \\ \cline{1-1} 001 & \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r|l} (346005)_7 & (43)_7 \\ \cline{2-2} -311 & (5560)_7 \\ \cline{1-1} 350 & \\ -311 & \\ \cline{1-1} 360 & \\ -354 & \\ \cline{1-1} (35)_7 & \end{array}$$

$(346)_7 = 181$

$(43)_7 = 31$

d.
$$\begin{array}{r|l} (2223333)_4 & (32)_4 \\ \cline{2-2} -222 & (30102)_4 \\ \cline{1-1} 00033 & \\ -32 & \\ \cline{1-1} 133 & \\ -130 & \\ \cline{1-1} (3)_4 & \end{array}$$

$(222)_4 = 42$

$(32)_4 = 14$

$(133)_4 = 31$

Etkinlik – 4.55

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $(101101)_2 \;\big|\; (11)_2$ **b.** $(53404)_6 \;\big|\; (45)_6$

c. $(67035)_8 \;\big|\; (234)_8$ **d.** $(3409)_{12} \;\big|\; (5B)_{12}$

+ Taban aritmetiği üzerine örnekler ve etkinliklerle devam edelim:

Etkinlik – 4.56

Aşağıda verilen toplamları onluk yazma sisteminde yazınız.

a. $23 \cdot 10^7 + 12 \cdot 10^6 + 43 \cdot 10^4 + 246$

b. $57 \cdot 10^6 + \left(10^5 - 35 \cdot 10^3\right) + 27 \cdot 10^2 + 49$

Etkinlik – 4.57

On tabanında, $A = \{0, 2, 4, 6, 7, 8\}$ kümesinin elemanları ile yazılabilecek, beş basamaklı ve rakamları farklı

a. en büyük sayı kaçtır?

b. en küçük sayı kaçtır?

Etkinlik – 4.58

On tabanında rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 19 olan, beş basamaklı

a. en büyük sayı kaçtır?

b. en küçük sayı kaçtır?

c. rakamları farklı en büyük sayı kaçtır?

d. rakamları farklı en küçük sayı kaçtır?

Örnek 4.43

On tabanında, rakamlarının sayı değerlerinin toplamının 4 katının 6 fazlasına eşit olan iki basamaklı sayıları bulunuz.

Çözüm

On tabanında, iki basamaklı (ab) sayısı $10 \cdot a + b$ ye eşittir.

$$(ab) = 4(a+b) + 6$$
$$\Rightarrow 10 \cdot a + b = 4a + 4b + 6$$
$$\Rightarrow 4a + 6a + b = 4a + 3b + 6 + b$$
$$\Rightarrow 6a = 3b + 6$$
$$\Rightarrow 2a = b + 2 \quad \text{olur.}$$

$b = 0$ ise $a = 1$
$b = 2$ ise $a = 2$
$b = 4$ ise $a = 3$
$b = 6$ ise $a = 4$
$b = 8$ ise $a = 5$

olup istenen sayılar; 10, 22, 34, 46, 58 dir.

Örnek 4.44

(abc) ve (2ab), on tabanında üçer basamaklı iki doğal sayıdır.

$(abc) = 2(2ab) + 14$ olduğuna göre $(abc)_{10}$ sayısı kaçtır?

Çözüm

$$(abc) = 2(2ab) + 14$$
$$\Rightarrow 10(ab) + c = 2 \cdot [200 + (ab)] + 14$$
$$\Rightarrow 10(ab) + c = 400 + 2(ab) + 14$$
$$\Rightarrow 8(ab) + c = 414$$

Bu son eşitlik, 414 ün 8 ile bölünmesinde bölümün (ab), kalanın c olduğunu gösterir.

Buna göre,

$$\begin{array}{r|l} 414 & 8 \\ \hline - \quad & 51 \\ 6 & \end{array}$$

$(ab) = 51$ ve $c = 6$
olup $(abc) = 516$ dır.

Etkinlik – 4.59

Aşağıdaki eşitliklerde harflerle verilen sayılar on tabanında doğal sayılardır.

Bilinmeyen sayıları bulunuz.

a. $(xyz) + (xy) = 380$

b. $(abc) = 4 \cdot (bc) + 8$

Etkinlik – 4.60

On tabanında (abc) üç basamaklı, (bc) iki basamaklı doğal sayılardır.

$(abc) = 6 \cdot (ab) + 167$ olduğuna göre, (abc) kaçtır?

Etkinlik – 4.61

Aşağıdaki işlemlerde harfler birer rakamı göstermektedir.

Sayılar on tabanında yazıldığına göre, harflerin karşılık geldiği rakamları bulunuz.

a.
$$\begin{array}{r} 2a3 \\ a2a \\ +\ 67b \\ \hline 13a2 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} aba \\ -\ 3ac \\ \hline 162 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 24a \\ \times\ b3 \\ \hline c3d \\ +efk \\ \hline mnp78 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r|l} abc & ac \\ \hline - \quad & 8 \\ 21 & \end{array}$$

Etkinlik – 4.62

Aşağıdaki işlemlerde harflere karşılık gelen rakamları bulunuz.

a. $\begin{array}{r}(2a3)_5\\(a2a)_5\\+\ (32b)_5\\\hline(20a3)_5\end{array}$

b. $\begin{array}{r}(aba)_6\\-\ (3ac)_6\\\hline(141)_6\end{array}$

c. $\begin{array}{r}(23a)_4\\\times\ (b3)_4\\\hline(cd2e)_4\\+\ (fghk)_4\\\hline(mnp22)_4\end{array}$

d. $\begin{array}{r|l}(abc)_8 & (ac)_8\\\cline{2-2} - \qquad & (7)_8\\\cline{1-1}(60)_8 & \end{array}$

Etkinlik – 4.63

Yandaki bölme işleminde, bölünenin alabileceği değerleri bulunuz. (a, b∈N)

$\begin{array}{r|l}a+6 & 2\cdot b+4\\\cline{2-2} - \qquad & 5\\\cline{1-1}3\cdot b & \end{array}$

Etkinlik – 4.64

Yandaki işlemde bölüm ve kalanın alabileceği değerleri bulunuz.

$\begin{array}{r|l}354 & (ab)\\\cline{2-2} - \qquad & 13\\\cline{1-1}r & \end{array}$

Etkinlik – 4.65

$x, y, z \in N^+$ olmak üzere,
$x<y<z$ ve $2x+3y+z=122$ koşullarını sağlayan x, y, z için;

a. x'in en büyük değeri kaçtır?

b. y'nin en büyük değeri kaçtır?

c. z'nin en büyük değeri kaçtır?

Etkinlik – 4.66

x, y, z ikişer basamaklı doğal sayılardır.
$(2x-y)+z=144$ olduğuna göre, x'in en küçük değeri kaçtır?

Alıştırmalar ve Problemler – 4.2

1. 558 kg buğday; 80 kg lık, 8 kg lık ve 1 kg lık teneke kutulara konulacaktır.

Her kutu tam olarak doldurulacağına göre, en az kaç teneke kutuya gereksinim vardır?

2. 5250 gün; kaç yıl, kaç ay, kaç gündür?

(1 yıl 365 gün, 1 ay 30 gündür.)

3. 57680 saniye; kaç saat, kaç dakika, kaç saniyedir?

4. Bir koşucu koşacağı mesafenin ilk yarısını 56 dak. 35 sn de koşmuştur. İkinci yarıyı da aynı sürede koştuğuna göre, koşucu koşusunu kaç sa, kaç dak, kaç sn de tamamlamıştır?

5. Aşağıdaki işlemlerde verilenlere göre, istenenleri bulunuz.

a. $\begin{array}{r}2ab\\+\ 4ba\\\hline 7c4\end{array}$ $\quad a+b+c=?$

b. $\begin{array}{r}aaa\\bb\\+\ cd\\\hline baa\end{array}$ $\quad a+b+c+d=?$

c. $\begin{array}{r}6a5\\+\ 76b\\\hline cdc2\end{array}$ $\quad (a,b,c)=?$

d. $\begin{array}{r}ab2\\a7c\\+\ 3bc\\\hline 1308\end{array}$ $\quad (a,b,c)=?$

e. $\begin{array}{r}a5a\\-\ 3ab\\\hline 2bb\end{array}$ $\quad (a,b)=?$

f. $\begin{array}{r}a78a\\-\ 2a95\\\hline bcd9\end{array}$ $\quad (a,b,c,d)=?$

g. $\begin{array}{r}a36\\\times\ 4b\\\hline 1c80\\+\ 9\bullet\bullet\ \\\hline \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\end{array}$ $\quad (a,b,c)=?$

h. $\begin{array}{r}ab\\\times\ b4\\\hline \bullet\bullet\\\bullet\bullet\ \\+\qquad\\\hline 1056\end{array}$ $\quad (a,b)=?$

i. $\begin{array}{r|l}6ab & c4\\\cline{2-2} - \qquad & 8\\\cline{1-1}4 & \end{array}$ $\quad (a,b,c)=?$

j. $\begin{array}{r|l}5ab & 42\\\cline{2-2} - \qquad & c3\\\cline{1-1}23 & \end{array}$ $\quad (a,b,c)=?$

k. $\begin{array}{r|l}abcde & 216\\\cline{2-2} -\ \bullet\bullet\bullet\quad & 2mn\\\cline{1-1}2de & \\ -\ \bullet\bullet\bullet & \\\cline{1-1}9 & \end{array}$ $\quad (a,b,c,d,e,m,n)=?$

l. $\begin{array}{r|l}6a6 & 3b\\\cline{2-2} - \qquad & 18\\\cline{1-1}4 & \end{array}$ $\quad (a,b)=?$

6. Aşağıdaki işlemlerde verilenlere göre, istenenleri bulunuz.

a. $\begin{array}{r|l} A & x+5 \\ \cline{2-2} - & 9 \\ \hline 3x-8 & \end{array}$

A'nın en büyük değeri ile en küçük değeri kaçtır?

b. $\begin{array}{r|l} 24ab & 23 \\ \cline{2-2} - & ? \\ \hline 12 & \end{array}$

$a+b$ nin en büyük değeri kaçtır?

c. $\begin{array}{r|l} A & 8 \\ \cline{2-2} - & 11 \\ \hline ? & \end{array}$ $\quad \begin{array}{r|l} B & 7 \\ \cline{2-2} - & 6 \\ \hline ? & \end{array}$

$A-B$ nin en küçük değeri kaçtır?

d. $\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & 7 \\ \hline 4 & \end{array}$ $\quad \begin{array}{r|l} B & C \\ \cline{2-2} - & 4 \\ \hline 6 & \end{array}$

A'nın en küçük değeri kaçtır?

7. Aşağıdaki işlemlerde bölüm ve kalanları bulunuz.

a. $\begin{array}{r|l} 220222 & 22 \\ \cline{2-2} & \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r|l} xyz0xyz4 & xyz \\ \cline{2-2} & \end{array}$

c. $\begin{array}{r|l} ababab3 & ab0 \\ \cline{2-2} & \end{array}$ **d.** $\begin{array}{r|l} abab0ab0 & ab0 \\ \cline{2-2} & \end{array}$

8. Aşağıda verilen toplamları onluk yazma sisteminde yazınız.

a. $2\cdot 10^7 + 3\cdot 10^4 + 10^2$

b. $35\cdot 10^6 + 3\cdot 10^5 + 33\cdot 10^4 + 3$

c. $247\cdot 10^7 + 83\cdot 10^6 + 106\cdot 10^4 + 93\cdot 10^3 + 2$

d. $\left(10^7 - 7\cdot 10^4\right) + \left(10^5 - 10^3\right) + \left(10^4 - 247\right)$

9. $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ kümesinin elemanları ile yazılabilecek, altı basamaklı ve rakamları farklı,

a. en büyük sayı kaçtır?
b. en küçük sayı kaçtır?

10. Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 21 olan, dört basamaklı

a. en büyük sayı kaçtır?
b. en küçük sayı kaçtır?
c. rakamları farklı en büyük sayı kaçtır?
d. rakamları farklı en küçük sayı kaçtır?

11. 10. alıştırmada istenilen "dört basamaklı" sayılar yerine, aynı koşullardaki,

a. altı basamaklı sayıları yazınız.
b. yedi basamaklı sayıları yazınız.

12. Aşağıdaki eşitliklerde, harflere karşılık gelen rakamları bulunuz.

a. $(abc)+(bc)=386 \qquad (a \neq b \neq c)$
b. $(abc)+(ac)=462 \qquad (b<a<c)$
c. $(ab4)-(ab)=490$
d. $(2a7b)=90(cd)+16$
e. $(abcd)=(2abc)+1723$
f. $(2abc)=(abab)+2$

13. Rakamlarının sayı değerlerinin toplamının 5 katının 6 fazlasına eşit olan iki basamaklı sayıları bulunuz.

14. İki basamaklı (ab) sayısı, rakamlarının toplamının x katına; (ba) sayısı rakamlarının toplamının y katına eşittir. $x+y$ kaçtır?

15. İki basamaklı bir sayının rakamlarının yer değiştirilmesiyle elde edilen iki basamaklı sayı ilkinden 63 eksiktir.
Bu koşula uyan kaç değişik sayı vardır?

16. (abc), (cba) ve (29d) sayıları üçer basamaklıdır.
$(abc)=(cba)+(29d)$ eşitliğini sağlayan kaç (abc) sayısı vardır?

17. Yandaki bölme işleminde abc üç basamaklı bir doğal sayıdır.

$\begin{array}{r|l} 3023 & abc \\ \cline{2-2} - & 29 \\ \hline r & \end{array}$

İşlemde verilen koşullara uyan tüm (abc, r) ikililerini yazınız.

18. (ab), (cd), (ba), (dc) iki basamaklı ve rakamları farklı doğal sayılardır.
$(ab)\neq(cd)\neq(dc)$ dir.
$(ab)\cdot(cd)=(ba)\cdot(dc)$ eşitliği sağlandığına göre a, b, c, d rakamları arasındaki bağıntıyı bulunuz. Eşitliğe örnekler veriniz.

19. (abcd) ve (cdab) dört basamaklı sayılardır.
$67\cdot(abcd)=34\cdot(cdab)$ eşitliğini sağlayan rakamları farklı en büyük (abcd) sayısını bulunuz.

20. Aşağıda verilen sayıları istenilen tabanda yazınız.

a. $(1232)_4=(?)_{10}$ **b.** $(24010)_5=(?)_{10}$
c. $(AB4)_{12}=(?)_{10}$ **d.** $(829)_{10}=(?)_6$

e. $(1276)_{10} = (?)_{16}$ **f.** $(186)_{10} = (?)_2$

g. $(2510)_6 = (?)_5$ **h.** $(3102)_4 = (?)_7$

i. $(1010110110)_2 = (?)_8$ **j.** $(231)_4 = (?)_2$

k. $(23)_{16} = (?)_8$ **l.** $(426)_8 = (?)_4$

21. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\begin{array}{r} (3232)_5 \\ +\ (2323)_5 \\ \hline \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r} (12012)_3 \\ +\ (2212)_3 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} (6785)_9 \\ +\ (234)_9 \\ \hline \end{array}$ **d.** $\begin{array}{r} (2AB4)_{13} \\ +\ (BC5B)_{13} \\ \hline \end{array}$

22. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\begin{array}{r} (1001010)_2 \\ -\ (111011)_2 \\ \hline \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r} (40123)_5 \\ -\ (2334)_5 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} (40716)_9 \\ -\ (6878)_9 \\ \hline \end{array}$ **d.** $\begin{array}{r} (42A5)_{13} \\ -\ (2BC8)_{13} \\ \hline \end{array}$

23. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\begin{array}{r} (11010)_2 \\ \times\ (1110)_2 \\ \hline \end{array}$ **b.** $\begin{array}{r} (12100)_3 \\ \times\ (1220)_3 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} (6700)_8 \\ \times\ (450)_8 \\ \hline \end{array}$ **d.** $\begin{array}{r} (2AB0)_{13} \\ \times\ (B40)_{13} \\ \hline \end{array}$

24. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\begin{array}{l|l} (21220)_3 & (12)_3 \\ \cline{2-2} & \end{array}$ **b.** $\begin{array}{l|l} (45032)_6 & (53)_6 \\ \cline{2-2} & \end{array}$

c. $\begin{array}{l|l} (73060)_9 & (68)_9 \\ \cline{2-2} & \end{array}$ **d.** $\begin{array}{l|l} (4035)_{13} & (AB)_{13} \\ \cline{2-2} & \end{array}$

25. $(aaa)_3 = (aa)_t$ olduğuna göre, t kaçtır?

26. Aşağıdaki eşitliklerde bilinmeyenleri bulunuz.

a. $(340)_6 = (204)_t$

b. $(234)_a + (2a1)_6 = (bcd)_8$

c. $(13a4)_5 = (a40)_7$

d. $(4031)_6 = (31303)_t$

27. $(46)_7 < x \le (64)_7$ koşulunu sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

28. Aşağıdaki toplamları istenilen tabanlarda yazınız.

a. $3 \cdot 4^5 + 2 \cdot 4^4 + 5 \cdot 4^2 + 12 = (?)_8$

b. $5 \cdot 8^5 + 7 \cdot 8^4 - 5 \cdot 8^3 + 8^2 + 2 = (?)_4$

29. Aşağıdaki ifadeleri, istenilen tabanlarda yazınız.

a. $(a+1)^3 = (?)_a$

b. $(a+2)^2 = (?)_{a+1}$

c. $(a+1)^2 = (?)_{a+2}$

30. $t > 2$ olduğuna göre, $(1022)_{t^2}$ sayısını t tabanında yazınız.

31. $(1010201)_t$ sayısını t^2 tabanında yazınız.

32. $(aa) \cdot (xyz) = 6985$ olduğuna göre, üç basamaklı (xyz) sayısı kaçtır?

33.

$$\begin{array}{r} a\ b\ c\ d \\ +\ e\ f\ g\ b \\ \hline e\ f\ c\ b\ h \end{array}$$

işleminde her harf farklı bir rakamı göstermektedir. Bu rakamları bulunuz.

34. 16! sayısı 8! tabanında yazıldığında kaç basamaklı olur.