4.2 – Taban Aritmetiği

Etkinlik 4 – 44

a. 5256 günün içinde 14 tane 365 gün(14 yıl) vardır. Bu 14 yıl ayrılırsa geriye 146 gün kalır.

$$\begin{array}{r|l} 5256 & 365 \\ \cline{2-2} - & 14 \\ \cline{1-1} 146 & \end{array}$$

146 günün içinde 4 tane 30 gün(4 ay) vardır. Bu 4 ay ayrılırsa geriye 26 gün kalır.

$$\begin{array}{r|l} 146 & 30 \\ \cline{2-2} - & 4 \\ \cline{1-1} 26 & \end{array}$$

26 günün içinde 3 tane 7 gün(3 hafta) vardır. Bu 3 hafta ayrılırsa geriye 5 gün kalır.

$$\begin{array}{r|l} 26 & 7 \\ \cline{2-2} - & 3 \\ \cline{1-1} 5 & \end{array}$$

Buna göre;

5256 gün = 14 yıl 4 ay 3 hafta 5 gün'dür.

b. 57684 = 961 dak 24 sn

$$\begin{array}{r|l} 57684 & 60 \\ \cline{2-2} - & 961 \\ \cline{1-1} 24 & \end{array}$$

961 dak = 16 sa 1 dak

$$\begin{array}{r|l} 961 & 60 \\ \cline{2-2} - & 16 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

57684 sn = 16 sa 1 dak 24 sn'dir.

c. 578 kg fındık 80 kg lık 7 çuvalı doldurur. geriye 18 kg fındık kalır.

$$\begin{array}{r|l} 578 & 80 \\ \cline{2-2} - & 7 \\ \cline{1-1} 18 & \end{array}$$

18 kg fındık 8 kg lık 2 torbayı doldurur. 2 kg fındık kalır.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 8 \\ \cline{2-2} - & 2 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

2 kg fındıkla 2 tane 1'er kg lık paket yapılır. 7 çuval 2 torba 2 paket fındık olur.

Etkinlik 4 – 45

a. 453 fındık, 1296 fındık alan kutuyu doldurmayacağından bu kutu boş bırakılır.

216 fındık alan 2 kutu doldurulur. Geriye 21 fındık kalır.

$$\begin{array}{r|l} 453 & 216 \\ \cline{2-2} - & 2 \\ \cline{1-1} 21 & \end{array}$$

36 fındık alan kutu boş bırakılır.

6 fındık alan 3 kutu doldurulur. Geriye 3 fındık kalır.

$$\begin{array}{r|l} 21 & 6 \\ \cline{2-2} - & 3 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 6^3 & 6^2 & 6^1 & 6^0 \\ (2 & 0 & 3 & 3)_6 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{cccc} 5^3 & 5^2 & 5^1 & 5^0 \\ (3 & 3 & 0 & 3)_5 \end{array}$$

Etkinlik 4 – 46

a.
$$\begin{array}{r|r|r|l} 587 & 7 & & \\ \cline{2-2} -56 & 83 & 7 & \\ \cline{1-1}\cline{3-3} 27 & -7 & 11 & 7 \\ \cline{4-4} -21 & 13 & -7 & 1 \\ \cline{1-1}\cline{3-3} 6 & -7 & 4 & \\ \cline{2-2} & 6 & & \end{array}$$

$(587)_{10} = (1466)_7$

b.
$$\begin{array}{r|r|r|l} 2875 & 12 & & \\ \cline{2-2} -24 & 239 & 12 & \\ \cline{1-1}\cline{3-3} 47 & -12 & 19 & 12 \\ \cline{4-4} -36 & 119 & -12 & 1 \\ \cline{1-1}\cline{3-3} 115 & -108 & 7 & \\ \cline{2-2} -108 & 11 & & \\ \cline{1-1} 7 & \downarrow & & \\ & B & & \end{array}$$

$(2875)_{10} = (17B7)_{12}$

c. $(79)_{10} = (1001111)_2$

d. $(673)_{10} = (220221)_3$

Etkinlik 4 – 47

a. $(120120)_3 = (420)_{10}$

b. $(A2B)_{13} = A \cdot 13^2 + 2 \cdot 13 + B$

$= 10 \cdot 169 + 26 + 11$

$= (1727)_{10}$

c. $(2587)_{10} = (5033)_8$

d. $(673)_{10} = (481)_{12}$

e. $(23102)_4 = (722)_{10} = (2051)_7$

f. $(7632)_8 = (3994)_{10} = (30254)_6$

g. $(\underset{\downarrow}{\underline{11}}\ \underset{\downarrow}{\underline{01}}\ \underset{\downarrow}{\underline{10}}\ \underset{\downarrow}{\underline{11}})_2 = (3123)_4$

$(3)_4\ (1)_4\ (2)_4\ (3)_4$

h. $(\underset{(1)_9}{1}\ \underset{(6)_9}{\underline{20}}\ \underset{(7)_9}{\underline{21}}\ \underset{(2)_9}{\underline{02}})_3 = (1672)_9$

i. $(125)_8 = (1010101)_2$

$5 \to (101)_2$

$2 \to (010)_2$

$1 \to (001)_2$

j. $(387)_9 = (102221)_3$

$(21)_3$

$(22)_3$

$(10)_3$

k. $(2130)_4 = (\underbrace{10}\,\underbrace{011}\,\underbrace{100})_2 = (234)_8$

$(00)_2$

$(11)_2$

$(01)_2$

$(10)_2$

l. $(357)_8 = (\underbrace{1110}_{(14)_{10}}\,\underbrace{1111}_{(15)_{10}})_2 = (EF)_{16}$

$(111)_2$ $(E)_{16}$ $(F)_{16}$

$(101)_2$

$(011)_2$

Etkinlik 4 – 48

1 kg lık kaplardaki buğday $(6+5=8+3)$ 8 kg lık 1 kabı doldurur; 3 kg artar.

8 kg lık kaplardaki buğday $(7+5+1=10+3)$ 80 kg lık 1 kabı doldurur; 3 tane 8 kg lık kap kalır.

Tüm buğday, 1 tane 80 kg lık, 3 tane 8 kg lık, 3 tane 1 kg lık kaplara doldurulmuş olur.

$1+3+3=10$ kap kullanılır.

Etkinlik 4 – 49

a. $(3301)_4$ **b.** $(111011)_2$

c. $(1157)_8$ **d.** $(139B2)_{12}$

Etkinlik 4 – 50

1. yol

80 kg	8 kg	1 kg
7	3	4
− 2	5	6

6 tane 1 kg lık kabı vermek için 8 kg lık kaplardan birini açar. $8+4=12$ kaptan 6'sını verir; geriye 6 tane 1 kg lık kap kalır.

5 tane 8 kg lık kabı vermek için 80 kg lık kaplardan birini açar. Bunun içindeki 10 tane 8 kg lık kaptan 3'ünü, elindeki 2 tane 8 kg lık kapla birlikte verir. Geriye 7 tane 8 kg lık kap kalır.

Kalan buğday 4 tane 80 kg lık, 7 tane 8 kg lık, 6 tane 1 kg lık kaptadır.

$4+7+6=17$ kap kullanılır.

2 yol

Çiftçinin elinde $80\cdot 7+8\cdot 3+1\cdot 4=588$ kg buğday vardır. Bunun $80\cdot 2+8\cdot 5+1\cdot 6=206$ kg'ını satarsa $588-206=382$ kg buğday kalır.

$$\begin{array}{r|l} 382 & 80 \\ -320 & 4 \\ \hline 62 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 62 & 8 \\ -56 & 7 \rightarrow \text{7 tane 8 kg} \\ \hline 6 \rightarrow \text{6 tane 1 kg} & \end{array}$$

4 tane 80 kg

Kalan buğdayı 4 tane 80 kg lık, 7 tane 8 kg lık, 6 tane 1 kg lık kaba doldurur.

Etkinlik 4 – 51

a. $(1121)_3$ **b.** $(131)_4$ **c.** $(1546)_8$ **d.** $(5A09)_{12}$

Etkinlik 4 – 52

$a = a_n \cdot t^n + a_{n-1}t^{n-1} + \ldots + a_1 t + a_0$ olsun.

$a \cdot t^p = \left(a_n t^n + a_{n-1}t^{n-1} + \ldots + a_1 t + a_0\right)\cdot t^p$

$\Rightarrow a \cdot t^p = a_n t^{n+p} + a_{n-1}t^{n+p-1} + \ldots + a_1 t^{p+1} + a_0 t^p$
$\quad + 0\cdot t^{p-1} + 0\cdot t^{p-2} + \ldots + 0\cdot t^1 + 0\cdot t^0$

$\Rightarrow a \cdot t^p = (a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0\,\underbrace{000\ldots0}_{p\ \text{tane}})_t$ olur.

Etkinlik 4 – 53

a. $(3020)_4 \cdot (210)_4 = (1240200)_4$

b. $(43000)_7 \cdot (2400)_7 = (139500000)_7$

c. $(6400)_9 \cdot (350)_9 = (2482000)_9$

d.
$$\begin{array}{r} (AB30)_{12} \\ \times \quad (BA0)_{12} \\ \hline 9146 \\ +\ A039 \\ \hline (A951600)_{12} \end{array}$$

$(A\cdot 3)_{12} = (26)_{12}$

$(A\cdot B+2)_{12} = (94)_{12}$

$(A\cdot A+9)_{12} = (91)_{12}$

$(B\cdot 3)_{12} = (29)_{12}$

$(B\cdot B+2)_{12} = (A3)_{12}$

$(B\cdot A+A)_{12} = (A0)_{12}$

Etkinlik 4 – 54

$a = a_n t^n + a_{n-1}t^{n-1} + \ldots + a_{p+1}t^{p+1} + a_p t^p + \ldots a_1 t + a_0$

$\Rightarrow a = t^p\underbrace{(a_n t^{n-p} + \ldots + a_{p+1}t + a_p)}_{k}$
$\quad + \underbrace{a_{p-1}t^{p-1} + \ldots a_1 t + a_0}_{r}$

$\Rightarrow a = t^p \cdot k + r$

a'nın t^p ile bölünmesindeki kalan r midir?

Öyle olması için, $r<t^p$ olması gerekir. $r<t^p$ midir? Araştıralım:

$a_i < t\,(i = 1,\ldots p-1) \Rightarrow a_i \le t-1$ dir.

Buna göre;

$$\begin{array}{ll} a_0 \le t-1 & \Rightarrow a_0 \le t-1 \\ a_1 \le t-1 & \Rightarrow a_1 t \le t^2 - t \\ a_2 \le t-1 & \Rightarrow a_2 t^2 \le t^3 - t^2 \\ \vdots & \\ a_{p-1} \le t-1 & \Rightarrow a_{p-1}t^{p-1} \le t^p - t^{p-1} \\ & + \\ \hline & r \le t^p - 1 \quad \text{bulunur.} \end{array}$$

$r<t^p$ dir.

O hâlde, a'nın t^p ile bölünmesindeki bölüm,

$k = a_n t^{n-p} + \ldots + a_{p+1}t + a_p$

ve kalan,

$r = a_{p-1}t^{p-1} + \ldots + a_1 t + a_0$ olur.

Rakamlarıyla yazarsak,

$k = \left(a_n a_{n-1} \ldots a_{p+1} a_p\right)_t$ ve

$r = \left(a_{p-1} a_{p-2} \ldots a_1 a_0\right)_t$ dır.

Etkinlik 4 – 55

a. Bölüm $(1111)_2$ ve kalan sıfırdır.

b. Bölüm $(1054)_6$ ve kalan $(42)_6$ dir.

c. Bölüm $(264)_8$ ve kalan $(155)_8$ tir.

d. Bölüm $(68)_{12}$ ve kalan $(75)_{12}$ tir.

Etkinlik 4 – 56

a. $23 \cdot 10^7 + 12 \cdot 10^6 + 43 \cdot 10^4 + 246$

$= 2 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^7 + 10^7 + 2 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 6$

$= 242430246$

b. $57 \cdot 10^6 + \left(10^5 - 35 \cdot 10^3\right) + 27 \cdot 10^2 + 49$

$= 5 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + \left(100 \cdot 10^3 - 35 \cdot 10^3\right) + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 49$

$= 5 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + 65 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 9$

$= 5 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 9$

$= 57067749$

Etkinlik 4 – 57

a. 87642 **b.** 20467

Etkinlik 4 – 58

a. 99100 **b.** 10099

c. 97210 **d.** 10279

Etkinlik 4 – 59

a. $(xyz) + (xy) = 380$

$\Rightarrow 10(xy) + z + (xy) = 380$

$\Rightarrow 11(xy) + z = 380$ olur.

Buna göre; (xy) sayısı 380'in 11 ile bölümündeki bölüm, z kalandır.

$$\begin{array}{r|l} 380 & 11 \\ \cline{2-2} - \quad & 34 \\ \hline 6 & \end{array}$$

$x = 3,\ y = 4$,

$z = 6$ bulunur.

b. $(abc) = 4 \cdot (bc) + 8$

$\Rightarrow 100 \cdot a + (bc) = 4(bc) + 8$

$\Rightarrow 100 \cdot a = 3 \cdot (bc) + 8$

a rakamı 1, 2 veya 3 olabilir.

$a = 1$ ve $3 \cdot (bc) = 92$ olamaz.

$a = 2$ iken $3 \cdot (bc) = 192 \Rightarrow bc = 64$ olur.

$a = 3$ ve $3 \cdot (bc) = 292$ olamaz.

Buna göre; $a = 1,\ b = 6,\ c = 4$ tür.

Etkinlik 4 – 60

Etkinlik-4.57.a daki gibi yapınız.

$a = 4,\ b = 1,\ c = 3$ tür.

Etkinlik 4 – 61

a. $(a,b) = (4,5)$

b. $(a,b,c) = (5,1,3)$

c. (a, b, c, d, e, f, k, m, n, p)
$=$ (6, 4, 7, 8, 9, 8, 4, 1, 0, 5)

d. Verilenlere göre;

(ac)>21, (ab)<ac ve

$(abc) = 8 \cdot (ac) + 21$ dir.

$\Rightarrow 100a + 10b + c = 80a + 8c + 21$

$\Rightarrow 20a + 10b = 7c + 21$

$\Rightarrow 10 \cdot (2a + b) = 7(c + 3)$

$\Rightarrow c + 3 = 10, \quad 2a + b = 7$

$\Rightarrow c = 7, \ a = 2, \ b = 3$ bulunur.

Etkinlik 4 – 62

a. $(a,b) = (4,1)$ **b.** $(a,b,c) = (5,3,4)$

c. (a, b, c, d, e, f, g, h, k, m, n, p)

= (2, 2, 2, 0, 2, 1, 1, 3, 0, 1, 3, 3)

d. Verilenlere göre;

$(abc)_8 = (ac)_8 \cdot (7)_8 + (60)_8$, $(ab)_8 < (ac)_8$

ve $(ac)_8 > (60)_8$ dir.

$(abc)_8 = (ac)_8 \cdot (7)_8 + (60)_8$

$\Rightarrow 64a + 8b + c = (8a + c) \cdot 7 + 6 \cdot 8$

$\Rightarrow 8a + 8b = 6c + 48$

$\Rightarrow 4(a + b) = 3c + 24$ olur.

Bu son eşitliği sağlayan c rakamı 4'ün katı olmalıdır. $(ab)_8 < (ac)_8$ olduğundan $c = 0$ olamaz.

Öyleyse, $c = 4$ tür.

$c = 4$ iken $a + b = 9$ olacağından

$a = 7$ ve $b = 2$ dir. (Neden?)

Etkinlik 4 – 63

$3b < 2b + 4 \Rightarrow b < 4$

$a + 6 = 5(2b + 4) + 3b$

$\Rightarrow a + 6 = 13b + 20$ olur.

$b = 0$ iken bölünen 20,
$b = 1$ iken bölünen 33,
$b = 2$ iken bölünen 46,
$b = 3$ iken bölünen 59 dur.

Etkinlik 4 – 64

Verilenlere göre, r <(ab) ve

$354 = (ab) \cdot 13 + r$ dir.

Bu eşitlikte (ab), 354'ün 13 ile bölümündeki bölüm, r de kalan olarak düşünülebilir.

$354 = 28 \cdot 13 + 10$ yazılabilir. 10<28

$$\begin{array}{r|l} 354 & 13 \\ \cline{2-2} - & 28 \\ \hline 10 & \end{array}$$

olduğundan, $(ab) = 28$ ve $r = 10$ olabilir.

$354 = (ab) \cdot 13 + r$ eşitliğinde (ab) böleni birer birer eksiltilerek, bölümün eksilen katları – $r < (ab)$ koşuluna uyacak biçimde – r'ye eklenirse başka bölenler ve kalanlar elde edilir. Buna göre,

$354 = 28 \cdot 13 + 10$ ve

$354 = 27 \cdot 13 + 23$ olabilir.

Bölüm 28 ve kalan 10 ya da bölüm 27 ve kalan 23'tür.

Etkinlik 4 – 65

a. x < y < z; x, y, z $\in$N; $2x + 3y + z = 122$ koşulunu sağlayan en büyük x değerini bulmak için $x = y = z$ durumunu incelemek gerekir.

$x = y = z$ iken $6x = 122$ olacağından $x \le 20$ olmalıdır.

$x = 20$ iken $2x + 3y + z = 122$

$\Rightarrow 3y + z = 82$ olup

20<y<z koşulunu sağlayan y ve z değerleri bulunmaz.

$x = 19$ iken $3y + z = 84$ olup

$y = 20$ ve $z = 24$ değerleri verilen koşulu sağlar. x'in en büyük değeri 19'dur.

b. $y = z$ durumunu inceleyelim:

$2x + 3y + z = 122 \Rightarrow 2x + 4y = 122$

$\Rightarrow x + 2y = 61$ olur.

y'nin en büyük olması için x'in en küçük seçilmesi gerekir.

$x = 1$ iken $y = z = 30$ olacağından y'nin alabileceği en büyük değer 29'dur.

c. z'nin en büyük olması için, x ve y'nin değerleri koşulları sağlayan en küçük sayılar olarak seçilmelidir.

$x = 1$ ve $y = 2$ için $z = 114$ olur.

Etkinlik 4 – 66

$(2x - y) + z = 144$

$\Rightarrow (2x + z) - y = 144$

$\Rightarrow 2x + z = 144 + y$ olur.

x'in en küçük olması için y en küçük ve z en büyük seçilmelidir.

$y = 10$ ve $z = 98$ için $x = 28$ olur.