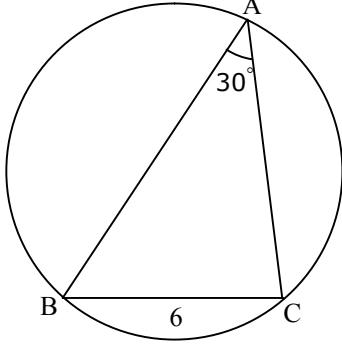


Soru

Şekildeki çember üzerindeki A, B, C noktaları

için; $|BC| = 6$ ve $m(\hat{A}) = 30^\circ$ dir.

Buna göre, $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ skaler çarpımının en büyük değeri kaçtır?

Çözüm**I. Yol**

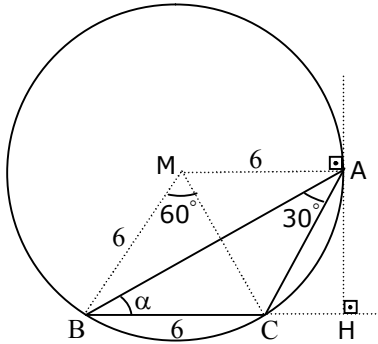
$[BC]$ 'yi 30° lik açı altında gören noktaların geometrik yeri, M merkezli 6 birim yarıçaplı çemberdir. Bunu aşağıdaki şekilde görebilirsiniz.

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \|\overline{BA}\| \cdot \|\overline{BC}\| \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 6 \cdot \|\overline{BA}\| \cdot \cos \alpha$$

$\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ skaler çarpımının en büyük olması demek

$\|\overline{BA}\| \cdot \cos \alpha$ çarpımının, yani \overline{BA} 'nın \overline{BC} doğrultusundaki dik izdüşümünün normunun en büyük olması demektir.



$[BC]$ ve çember sabit, A noktası çember üzerinde değişmektedir.

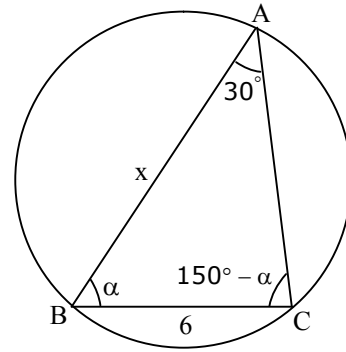
\overline{BA} 'nın \overline{BC} doğrultusundaki \overline{BH} dik izdüşümünün normunun, A noktası BC 'ye paralel yarıçapın ucu olarak alındığında en büyük olacağını görünüz. Bu durumda; $BCAM$ bir eşkenar dörtgen, $\alpha = 30^\circ$ ve $\|\overline{BA}\| = 6\sqrt{3}$ olacağından,

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = 6\sqrt{3} \cdot 6 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 54 \text{ olur.}$$

II. Yol

$m(\hat{B}) = \alpha$ dersek $m(\hat{C}) = 150^\circ - \alpha$ olur.

$\|\overline{BA}\| = x$ diyelim.



Sinüs Teoremine göre;

$$\frac{x}{\sin(150^\circ - \alpha)} = \frac{6}{\sin 30^\circ}$$

$$\Rightarrow x = 12 \cdot \sin(150^\circ - \alpha) \quad (1)$$

Skaler çarpımın tanımından;

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \|\overline{BA}\| \cdot \|\overline{BC}\| \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = x \cdot 6 \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

x 'in (1)'deki değeri (2)'de yerine konulursa;

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = 12 \cdot \sin(150^\circ - \alpha) \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 72 \cdot \sin(150^\circ - \alpha) \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 36 \cdot [\sin 150^\circ + \sin(150^\circ - 2\alpha)]$$

$$\Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 36 \cdot \left[\frac{1}{2} + \sin(150^\circ - 2\alpha) \right]$$

$$\Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 18 + 36 \cdot \sin(150^\circ - 2\alpha)$$

$\sin(150^\circ - 2\alpha)$ 'nin en büyük değeri 1 olduğundan

$\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ skaler çarpımının en büyük değeri de 54 olarak bulunur.

Bu durumda $\alpha = 30^\circ$ ve $\|\overline{BA}\| = 6\sqrt{3}$ 'tür.