5.1 Saymanın Temel İlkesi

Sıralı n'liler

n tane elemandan oluşmuş $(a_1, a_2, a_3, ...a_n)$ ifadesine **sıralı n'li** denir.

Örneğin;

(a, b), (3, 7), (2, x), (Ali, Can), ...) ifadeleri birer **sıralı ikili**;

(a, b, c), (2, 4, 6), (a, 3, x), (Ali, Can, Mert), ... ifadeleri birer **sıralı üçlü**dür.

$(a_1, a_2, ..., a_n)$ ve $(b_1, b_2, ..., b_n)$ gibi iki sıralı n'linin birbirine eşit olması için;

$a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $a_n = b_n$ olması gerekir.

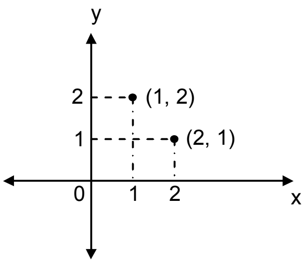
Örneğin (3, 5) ikilisi, (5, 3) ikilisine eşit değildir.

$a \neq b$ ise $(a, b) \neq (b, a)$ dır.

Örnekleri inceleyiniz.

Örnek – 5.1

(1, 2) ve (2, 1) ikileleri, koordinat sisteminde farklı noktalara karşılık gelirler.
$(1, 2) \neq (2, 1)$ dir.



Örnek – 5.2

(Ad, Soyad) ikililerinden biri (İnci, Erol), diğeri (Erol, İnci) olsun.

(İnci, Erol ikilisi adı İnci, soyadı Erol olan bir kadını; (Erol, İnci) ikilisi ise adı Erol, soyadı İnci olan bir erkeği gösterir.

(İnci, Erol) $\neq$ (Erol, İnci) dir.

Örnek – 5.3

Bir sınıftaki öğrenciler arasında yapılan bir yarışmada Emre birincilik, Kerem ikincilik, Meltem üçüncülük ödülü almış olsun.

Yarışmada ödül alan öğrencilerin kümesi {Emre, Kerem, Meltem} dir. Bu küme {Meltem, Kerem, Emre} biçiminde de yazılabilir.

{Emre, Kerem, Meltem} = {Meltem, Kerem, Emre} dir.

Ancak, yarışma sonucuna göre (Birinci, İkinci, Üçüncü) sıralı üçlüsü (Emre, Kerem, Meltem) biçiminde yazılmalıdır.

(Meltem, Kerem, Emre) üçlüsü; Meltem'in birinci, Kerem'in ikinci, Emre'nin üçüncü olduğu anlamına gelir.

O hâlde;

(Emre, Kerem, Meltem) $\neq$ (Meltem, Kerem, Emre) dir.

Örnek – 5.4

$(2x - 1, y + 2) = (y + 1, x - y)$ ise $x + y$ kaçtır?

Çözüm

$(2x - 1, y - 2) = (y + 1, x - y)$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 2x - 1 &= y + 1 \\ y - 2 &= x - y \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 2/ \quad 2x - y &= 2 \\ + \quad -x + 2y &= 2 \end{aligned}\right\}$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = 2 \text{ ve}$$

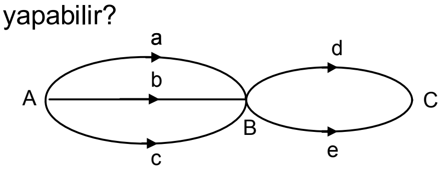
$2x - y = 2 \Rightarrow 2 \cdot 2 - y = 2 \Rightarrow y = 2$ olur.

$x + y = 2 + 2 \Rightarrow x - y = 4$ bulunur.

Çarpma Kuralı

A şehrinden B şehrine, farklı a, b, c yollarından; B şehrinden C şehrine, farklı d, e yollarından gidilebilsin.

A şehrinden yola çıkıp B'den geçerek C şehrine gidecek olan biri, bu yolculuğu kaç değişik biçimde yapabilir?



A'dan B'ye bir yoldan gidecek olan bu kimse, yolculuğunu, B'den C'ye 2 farklı biçimde tamamlayabilir. A'dan B'ye 3 farklı yoldan gidebileceğine göre, bu yolculuğu $3 \cdot 2 = 6$ değişik biçimde yapabilir.

Yukarıdaki çözümü, ayrıntılara inerek yapalım.

A'dan B'ye olan yolların kümesine M; B'den C'ye olan yolların kümesine N diyelim.

$M = \{a, b, c\}$ ve $N = \{d, e\}$ olur.

B'den geçerek A'dan C'ye gidecek olan kimse, bu yolculuğu;

a ve d yollarını,

a ve e yollarını,

b ve d yollarını,

b ve e yollarını,

c ve d yollarını veya

c ve e yollarını kullanarak 6 değişik biçimde yapabilir.

Bu yolculuk seçeneklerini (a, d), (a, e), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e) sıralı ikilileri ile gösterebiliriz.

Dikkat edilirse; bu ikililerin her birinin birinci elemanı M kümesinin, ikinci elemanı N kümesinin elemanıdır. Birinci elemanı M kümesinden, ikinci elemanı N kümesinden alınmak üzere, bu 6 ikiliden başka bir ikili de yazılamaz.

Buna göre;

"A'dan C'ye yolculuk seçeneklerinin sayısını bulma" problemi ile "Birinci elemanı M'den, ikinci elemanı N'den alınmak koşuluyla yazılabilecek sıralı ikililerin sayısını bulma" problemi aynı problemdir.

$s(M) = 3$ ve $s(N) = 2$ dir.

M'den alacağımız her bir elemanın yanına, N'den alacağımız 2 değişik eleman koyabiliriz.

$s(M) = 3$ olduğundan, birinci elemanı M'den ve ikinci elemanı N'den alınmak üzere, yazılabilecek sıralı ikili sayısı

$s(M) \cdot s(N) = 3 \cdot 2 = 6$ dır.

Artık **çarpma kuralı**nı verebiliriz :

$s(A_1) = x_1$, $s(A_2) = x_1$, ..., $s(A_n) = x_n$ olmak üzere, n tane A_1, A_2, ..., A_n kümeleri verilmiş olsun.

Birinci elemanı A1 kümesinden, ikinci elemanı A2 kümesinden, ..., n'inci elemanı An kümesinden alınmak koşulu ile,

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot .... \cdot x_n$ tane sıralı n'li yazılabilir.

Çarpma işlemi yaparak, sayma işlemini kısaltan bu kural **çarpma kuralı** ya da **saymanın temel ilkesi** diye adlandırılır.

Örnek – 5.5

4 gömleği ve 3 pantolonu olan bir kimse, bunları kaç değişik biçimde giyebilir?

Çözüm

I. yol

Gömleklerin kümesi, $G = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$;

Pantolonların kümesi, $P = \{p_1, p_2, p_3\}$ olsun.

Birinci elemanı G kümesinden, ikinci elemanı P kümesinden alınarak oluşturulacak sıralı ikililerin sayısı, $s(G) \cdot s(P) = 4 \cdot 3 = 12$ olur.

Bu kimse, gömlekleri ile pantolonlarını 12 değişik biçimde giyebilir.

II. yol

Bu kimsenin her gömlek seçimi için 3 değişik pantolon seçeneği vardır.

4 farklı gömleği olduğuna göre, bunları $4 \cdot 3 = 12$ değişik biçimde giyebilir.

Dikkat edilirse; bu çözüm, matematiksel bir dil kullanılan I. çözümün sözlü ifadesidir.

Örnek – 5.6

20 kişilik bir sınıfta, bir başkan ve bir başkan yardımcısı kaç değişik biçimde seçilebilir?

Çözüm

I. yol

(Başkan, Başkan Yardımcısı) sıralı ikilisinde başkan 20 elemanlı bir kümeden, yardımcısı ise 19 elemanlı bir kümeden seçilecektir.

Buna göre, bu ikili $20 \cdot 19 = 380$ değişik biçimde oluşabilir.

II. yol

Seçilecek her başkan için, 19 değişik başkan yardımcısı seçeneği vardır. Başkan 20 değişik biçimde seçilebileceğine göre, $20 \cdot 19 = 380$ değişik biçimde bir başkan ve bir başkan yardımcısı seçilebilir.

Örnek – 5.7

Farklı 3 çorba, 5 yemek ve 4 tatlıdan; 1 çorba, 1 yemek ve 1 tatlı kaç değişik biçimde seçilebilir?

Çözüm

I. yol

Çorbalar kümesi Ç, yemekler kümesi Y, tatlılar kümesi T olsun.

Seçilecek bir (çorba, yemek, tatlı) sıralı üçlüsünde; çorba 3 elemanlı Ç kümesinden, yemek 5 elemanlı Y kümesinden, tatlı 4 elemanlı T kümesinden olacaktır.

Buna göre, bu sıralı üçlülerin sayısı

$s(Ç) \cdot s(Y) \cdot s(T) = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$ olur.

60 değişik seçim yapılabilir.

II. yol

Her çorba için 5 yemek seçeneği bulunduğundan, 3 değişik çorba için $3 \cdot 5 = 15$ değişik (çorba, yemek) ikilisi seçilebilir.

15 değişik (çorba, yemek) seçimi, tatlılardan biri içindir.

4 değişik tatlı bulunduğuna göre, $3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$ değişik biçimde 1 çorba, 1 yemek ve 1 tatlı seçilebilir.

Not

Bundan sonra vereceğimiz örneklerde, içinden sıralı n'lilerin elemanlarını seçtiğimiz kümelerin eleman sayılarına **seçenek sayısı** diyeceğiz.

Örnek – 5.8

Güray 5 gömlek, 6 kravat ve 4 pantolonundan birer tanesini seçerek bir kıyafet yapacaktır.

Gömleklerden biri, kravatlardan ikisi ile uymadığına göre, kaç değişik biçimde giyinebilir?

Çözüm

Mümkün seçimlerin sayısından, istenmeyen seçimlerin sayısını çıkaracağız.

5 gömlek seçeneği, 6 kravat seçeneği, 4 pantolon seçeneği olduğundan, mümkün seçim sayısı

$5 \cdot 6 \cdot 4 = 120$ dir.

Birbirine uymayan 1 gömlek ve 2 kravat, 4 pantolon seçeneği ile

$1 \cdot 2 \cdot 4 = 8$ istenmeyen seçim oluşturur.

Buna göre Güray, $120 - 8 = 112$ değişik biçimde giyinebilir.

Örnek – 5.9

6 müfettişten biri İzmir'e, biri Bursa'ya, biri de Bolu'ya gönderilecektir.

Müfettişlerden Asım seçilirse Bursa'ya gideceği belli olduğuna göre, bu görev dağıtımı kaç değişik biçimde yapılabilir?

Çözüm

Asım seçilirse;

Bursa için 1 seçenek, İzmir için 5 seçenek, Bolu için 4 seçenek olur.

Dağıtım, $1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$ değişik biçimde yapılabilir.

Asım seçilmezse;

İzmir için 5 seçenek, Bursa için 4 seçenek, Bolu için 3 seçenek olur.

Bu durumda dağıtım $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ değişik biçimde yapılabilir.

O hâlde, bu görev dağıtımı toplam olarak

$20 + 60 = 80$ değişik biçimde yapılabilir.

Örnek – 5.10

Can, Arda ve Alper, üç oteli bulunan kasabaya gidiyor. Can ile Arda aynı otelde kalmak istemediğine göre, kaç değişik biçimde otellere yerleşebilirler?

Çözüm

Önce Arda ile Alper'i otellere yerleştirelim.

Arda'nın 3 otel seçeneği, Alper'in de yine 3 otel seçeneği vardır.

Can'ın ise, Arda'nın gittiği otele gitmeyeceği için, 2 seçeneği olur.

Buna göre, $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ değişik biçimde otellere yerleşebilirler.

Örnek – 5.11

3 öğrenci 4 kapısı olan okullarına, her biri farklı kapıdan olmak üzere, kaç değişik biçimde girebilirler?

Çözüm

Birinci öğrenci için 4 kapı seçeneği, ikinci öğrenci için 3 kapı seçeneği, üçüncü öğrenci için de 2 kapı seçeneği vardır.

Buna göre, öğrenciler okula, $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ değişik biçimde girebilirler.

Örnek – 5.12

3 öğrenci 4 kapısı olan okullarına, herkes istediği kapıdan olmak üzere, kaç değişik biçimde girebilirler?

Çözüm

Öğrencilerin her biri için 4 kapı seçeneği olduğundan, bunlar okullarına $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ değişik biçimde girebilirler.

Örnek – 5.13

{0, 1, 2, 3, 4} kümesinin elemanları ile 3 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

Çözüm

Sayının yüzler basamağı için 4 seçenek (yüzler basamağı sıfır olursa sayı üç basamaklı olmaz.), onlar basamağı için 5 seçenek, birler basamağı için de 5 seçenek vardır.

Buna göre,

$4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ farklı sayı yazılabilir.

Örnek – 5.14

{0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile rakamları farklı, üç basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?

Çözüm

Yazacağımız sayıların yüzler basamağı için 5 seçenek vardır. Yüzler basamağına koyduğumuz rakamı, onlar basamağına koyamayız. Buna göre, sıfır da içinde olmak üzere, ,onlar basamağı için 5 seçenek kalır. Onlar basamağına koyacağımız her rakam için birler basamağına 4 değişik rakam konulabilir.

O hâlde, verilen koşullara uyan,

$$\underset{\text{Yüzler bas.}}{\underline{5}} \cdot \underset{\text{Onlar bas.}}{\underline{5}} \cdot \underset{\text{Birler bas.}}{\underline{4}} = 100$$

Uyarı

Seçenek sayılarını saptamaya, bir koşula uyması gereken basamaktan başlanır. Örnek 5.14 te, yüzler basamağına sıfırın gelemeyeceği koşulunu dikkate alarak, önce bu basamağa koyabileceğimiz rakam adedini bulduk.

"Birler basamağı için 6 seçeneğimiz vardır." diye çözüme başlasaydık; yüzler basamağına geldiğimizde, sıfırı kullanıp kullanmadığımızı belirtmemiş olacaktık.

Örnek – 5.15

{1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile rakamları farklı, 4 basamaklı kaç değişik çift sayı yazılabilir?

Çözüm

Burada koşul, birler basamağının çift olmasıdır.

Birler basamağı için, 2 ile 4'ten biri olmak üzere 2 seçenek vardır. Birler basamağına bu rakamlardan birini koyunca, onlar basamağı için 4 seçenek; onlar basamağına bu 4 rakamdan birini koyunca, yüzler basamağı için 3 seçenek; binler basamağı için de 2 seçenek kalır.

Buna göre, verilen koşullara uyan;

$$\underset{\text{Binler bas.}}{\underline{2}} \cdot \underset{\text{Yüzler bas.}}{\underline{3}} \cdot \underset{\text{Onlar bas.}}{\underline{4}} \cdot \underset{\text{Birler bas.}}{\underline{2}} = 48$$

değişik sayı yazılabilir.

Örnek – 5.16

{0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile üç basamaklı,

a. kaç çift sayı yazılabilir?

b. rakamları farklı kaç çift sayı yazılabilir?

Çözüm

a. Sayının rakamlarının farklı olması istenmemiştir. Bir basamağa koyacağımız rakam diğer basamaklara koyacağımız rakamları etkilemeyecektir.

Buna göre, belli bir basamaktan başlamamız zorunluluğu yoktur.

Sıfırı kullanamayacağımızdan yüzler basamağı için 5 seçenek; onlar basamağı için 6 seçenek; sayı çift olacağından, birler basamağı için 0, 2, 4 olmak üzere 3 seçenek vardır.
Buna göre, verilen koşula uyan,

$$\underset{\text{Yüzler bas.}}{\underline{5}} \cdot \underset{\text{Onlar bas.}}{\underline{6}} \cdot \underset{\text{Birler bas.}}{\underline{3}} = 90$$

değişik sayı yazılabilir.

b. Rakamların farklı olması istendiğinden, bir basamağa koyacağımız rakam diğer basamaklara koyacağımız rakamları etkileyecektir. Bu durumda koşulları dikkate almalıyız.

Burada, hem birler basamağına 0, 2, 4 rakamlarından birinin gelmesi; hem de yüzler basamağına sıfırın gelmemesi gibi iki ayrı koşul vardır. Böyle durumlarda, koşul getirilen basamaklardan birinin her seçeneği ayrı ayrı incelenir.

Birler basamağına sıfır konulursa; yüzler basamağı için 5, onlar basamağı için 4 seçenek kalır.

$$\underset{\text{Yüzler bas.}}{\underline{5}} \quad \underset{\text{Onlar bas.}}{\underline{4}} \quad \underset{\text{Birler bas.}}{\underline{0}}$$

Bu durumda,

$5 \cdot 4 \cdot 1 = 20$ değişik sayı yazılabilir.

(Seçenek sayıları ile rakamın karıştırılmaması için, seçenek sayılarını çember içine aldık.)

Birler basamağına 2 konulursa; yüzler basamağı için 4 seçenek (sıfırı kullanmıyoruz.), onlar basamağı için de yine 4 seçenek (sıfırı kullanabiliyoruz.) kalır.

$$\underset{\text{Yüzler bas.}}{\underline{4}} \quad \underset{\text{Onlar bas.}}{\underline{4}} \quad \underset{\text{Birler bas.}}{\underline{2}}$$

Bu durumda,

$4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$ değişik sayı yazılabilir.

Birler basamağına 4 konulduğunda da yine 16 değişik sayı yazılabileceğini görünüz.

O hâlde, verilen koşullara uyan sayı adedi,

$20 + 16 + 16 = 52$ dir.

Alıştırmalar 5.1

1. $(2x-1,\ 3y+2)=(x+2y,\ x-1)$ ise $x+y$ kaçtır?

2. 5 roman ve 7 şiir kitabından, 1 roman ve 1 şiir kitabı kaç değişik biçimde seçilebilir?

3. 5 elma, 6 armut ve 8 portakaldan; 1 elma, 1 armut ve 1 portakal kaç değişik biçimde seçilebilir?

4. A şehrinden B şehrine 3, B şehrinden C şehrine 4, C şehrinden D şehrine 2 değişik yoldan gidilebilmektedir.
A'dan D'ye, B ve C'den geçmek koşuluyla kaç değişik biçimde gidilebilir?

5. 3 roman ve 4 şiir kitabından bir tanesini Ali, bir tanesini Burak alacaktır.
Her biri farklı türden bir kitap alacağına göre, bunu kaç değişik biçimde yaparlar?

6. Bir tabaktaki farklı 4 meyveden birer tanesi Cem, Damla ve Elif'e kaç değişik biçimde verilebilir?

7. Bir tabakta 3 elma, 4 armut ve 5 portakal vardır. Her biri farklı türden olmak üzere, 2 tane meyve kaç farklı biçimde seçilebilir?

8. 4 öğrenci ikişer kişilik 3 sıraya oturacaktır. Bunlardan Firdevs ile Gülen aynı sıraya oturacağına göre, kaç değişik biçimde oturabilirler?
(Hangi sırada kimlerin oturduğu dikkate alınacak; sıralardaki oturuş sırası dikkate alınmayacaktır.)

9. 5 kız ve 8 erkek içinden, 1 kız ve 1 erkekten oluşan bir ekip seçilecektir. Hale adlı kız, İlkay, Kerem ve Lâtif ile aynı ekipte olmak istemediğine göre; bu ekip kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

10. {0, 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile,
a. 2 basamaklı kaç değişik sayı yazılabilir?
b. 3 basamaklı ve rakamları farklı kaç değişik sayı yazılabilir?
c. 4 basamaklı ve rakamları farklı kaç değişik sayı yazılabilir?
d. 4 basamaklı ve rakamları farklı kaç değişik çift sayı yazılabilir?
e. 230'dan büyük, 4 basamaklı ve rakamları farklı kaç değişik sayı yazılabilir.
f. 400'den küçük, rakamları farklı kaç doğal sayı yazılabilir?

11. İki basamaklı kaç tane tek doğal sayı vardır?

12. Üç basamaklı kaç tane çift doğal sayı vardır?

13. Rakamlarından en az biri 2 olan,
a. İki basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?
b. Üç basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?

14. Rakamları farklı,
a. İki basamaklı kaç doğal sayı vardır?
b. Üç basamaklı kaç doğal sayı vardır?

15. Rakamlarından ikisi 2 ve 5 olan, rakamları farklı, üç basamaklı kaç doğal sayı vardır?

16. Rakamları 7'den ve birbirinden farklı olan,
a. İki basamaklı kaç doğal sayı vardır?
b. Üç basamaklı kaç doğal sayı vardır?

17. Alfabenin 26 harfi kullanılarak, "34 GB 011" biçiminde plâkalar yazılacaktır. 34 sayısı il kodu olduğuna, aynı harf tekrar edebileceğine ve "000" ile biten plâka olmayacağı-na göre; İstanbul için kaç plâka yazılabilir?

18. 10'u kız, 15'i erkek olan bir sınıfta bir başkan ve bir başkan yardımcısı seçilecektir.
Başkan ve yardımcısı karşı cinslerden olacağına göre, seçim kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

19. 4 kişi yan yana kaç değişik biçimde sıralanabilirler?

20. 3 kişi, numaralı 7 koltuğa kaç değişik biçimde oturabilirler?

5.2 Permütasyon

Önce, bu bölümde çok kullanacağımız **faktöriyel** sembolünü tanıtalım.

Faktöriyel Sembolü

n bir doğal sayı olmak üzere, 1'den n'ye kadar ilk n tane doğal sayının çarpımı "**n!**" biçiminde gösterilir ve "**n faktöriyel**" (n çarpansal) biçiminde okunur.

$\mathbf{n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot ....(n-1) \cdot n}$ dir.

Buna göre,

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2 = 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ olur.

$0! = 1$ olarak tanımlanmıştır.

Bir doğal sayının faktöriyeli, bu doğal sayıdan küçük olan bir doğal sayının faktöriyeli türünden yazılabilir.

$7! = 7 \cdot 6!$; $11! = 11 \cdot 10 \cdot 9!$;

$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!$; $12! = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!$ gibi.

Faktöriyellerle yapılan işlemlerde bu özelik kullanılarak, terimler birbirine benzetilir.

Örnek – 5.17

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $8! + 9!$ **b.** $7! + 5!$ **c.** $25! : 23!$

d. $12! : 9!$ **e.** $\dfrac{7 \cdot 14! - 8 \cdot 13!}{2 \cdot 14! + 12 \cdot 13!}$ **f.** $\dfrac{n! + (n-1)!}{n! - (n-1)!}$

Çözüm

a. $8! + 9! = 8! + 9 \cdot 8! = (1+9) \cdot 8!$

$= 10 \cdot 8!$

b. $7! + 5!\ 7 \cdot 6 \cdot 5! + 5! = 42 \cdot 5! + 5!$

$= (42+1) \cdot 5! = 43 \cdot 5! = 43 \cdot 120$

$= 5160$

c. $\dfrac{25!}{23!} = \dfrac{25 \cdot 24 \cdot \cancel{23!}}{\cancel{23!}} = 600$

d. $\dfrac{12!}{9!} = \dfrac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \cancel{9!}}{\cancel{9!}} = 1320$

e. $\dfrac{7 \cdot 14! - 8 \cdot 13!}{2 \cdot 14! + 12 \cdot 13!} = \dfrac{7 \cdot 14 \cdot 13! - 8 \cdot 13!}{2 \cdot 14 \cdot 13! + 12 \cdot 13!}$

$= \dfrac{98 \cdot 13! - 8 \cdot 13!}{28 \cdot 13! + 12 \cdot 13!} = \dfrac{(98-8) \cdot \cancel{13!}}{(28+12) \cdot \cancel{13!}}$

$= \dfrac{90}{40} = \dfrac{9}{4}$

Örnek – 5.18

Aşağıdaki eşitliklerde n değerlerini bulunuz.

a. $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!} = 30$ **b.** $\dfrac{(n+2)!}{(n-1)!} = 210$

Çözüm

a. $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!} = 30 \Rightarrow \dfrac{(n+1) \cdot n \cdot (n-1)!}{(n-1)!} = 30$

$\Rightarrow (n+1) \cdot n = 6 \cdot 5 \Rightarrow n = 5$ bulunur.

b.

$\dfrac{(n+2)!}{(n-1)!} = 210 \Rightarrow \dfrac{(n+2) \cdot (n+1) \cdot n \cdot (n-1)!}{(n-1)!} = 210$

$\Rightarrow (n+2) \cdot (n+1) \cdot n = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$

$\Rightarrow (n+2) \cdot (n+1) \cdot n = 7 \cdot 6 \cdot 5$

$\Rightarrow n = 5$

Alıştırmalar 5.2

1. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $7!+6!$ **b.** $10!+8!$

c. $2\cdot 8!-6\cdot 7!$ **d.** $7!:5!$

e. $9!:7!+11!:9!$ **f.** $9!:3-8!:2$

g. $\dfrac{4!+5!}{6!-5!}$ **h.** $\dfrac{5!+5!}{4!+0!}$

i. $\dfrac{7!}{3!\cdot 4!}$ **k.** $\dfrac{12!\cdot 5!}{10!\cdot 6!}$

l. $\dfrac{(n+2)!}{n!+(n+1)!}$ **m.** $\dfrac{(n-1)!+n!+(n+1)!}{(n+1)!}$

2. Aşağıdaki ifadeleri, faktoriyel sembolü kullanarak yazınız.

a. $15\cdot 14\cdot 13\cdot 12$ **b.** $9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$

c. $\dfrac{1}{13\cdot 12\cdot 11}$ **d.** $\dfrac{1}{27\cdot 26\cdot 25\cdot 24}$

3. Aşağıdaki eşitliklerde n değerlerini bulunuz.

a. $\dfrac{(n+4)!}{(n+3)!}=9$ **b.** $\dfrac{(n-2)!}{(n-1)!}=4$

c. $\dfrac{(n+3)!}{n!}=6$ **d.** $\dfrac{(n+1)!}{(n-2)!}=120$

e. $\dfrac{(2n+2)!}{(2n)!}=30$ **f.** $\dfrac{3(n-1)!-4(n-2)!}{2(n-1)!+3(n-2)!}=1$

g. $4!\cdot 7!\cdot(2\cdot n!-9)=9!$

h. $\dfrac{(n+1)!}{n!+(n-1)!}=\dfrac{2\cdot(n-2)!}{(n-2)\cdot(n-4)!}$

Permütasyon

Ali, Burak ve Cem üç kişilik bir kanepeye,

Ali-Burak-Cem; Ali-Cem-Burak; Burak-Ali-Cem;
Burak-Cem-Ali; Cem-Ali-Burak; Cem-Burak-Ali

olmak üzere, 6 değişik sıralama ile oturabilirler. Bu sıralamaların her birine Ali, Burak ve Cem'in oluşturduğu kümenin bir **permütasyon**u denir.

Ali, Burak ve Cem'den ikisi iki kişilik bir kanepeye,

Ali-Burak; Ali-Cem; Burak-Ali; Burak-Cem; Cem-Ali; Cem-Burak olmak üzere 6 değişik sıralama ile oturabilirler.

Bu sıralamalara da {Ali, Burak, Cem} kümesinin **ikili permütasyonları** adı verilir.

{Ali, Burak, Cem} kümesinin üçlü sıralamalarının her biri, bu kümenin elemanları ile oluşturulan bir sıralı üçlü; ikili sıralamalarının her biri de; bu kümenin elemanları ile oluşturulan bir sıralı ikilidir.

Bu açıklamadan sonra, sıralama ve sayma problemlerinde kullanacağımız **permütasyon** kavramının matematikteki tanımını verebiliriz:

n ile r birer doğal sayı ve $r \le n$ olmak üzere; n elemanlı bir kümenin sıralı r'lilerinden her birine **n elemanın r'li bir permütasyonu** denir.

n elemanlı bir kümenin r'li permütasyonlarının sayısı "**P(n, r)**" biçiminde gösterilir. Buna göre, n elemanlı bir kümenin n'li permütasyonlarının sayısı da "**P(n, n)**" olur.

Permütasyonların Sayısı

Verilen bir kümenin permütasyonlarının sayısını, bunları tek tek yazıp saymak yerine; çarpma kuralını kullanarak bulabiliriz.

Örneğin; 4 elemanlı {a, b, c, d} kümesinin permütasyonlarının sayısını bulalım:

Bu kümenin permütasyonları (x, y, z, t) biçiminde sıralı dörtlülerdir. Bu dörtlülerde x için 4 seçenek, y için 3 seçenek, z için 2 seçenek ve t için 1 seçenek olduğundan, yazılabilecek dörtlü sayısı

$P(4, 4) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow P(4, 4) = 4!$ olur.

Aynı şekilde, 5 elemanlı bir kümenin permütasyonlarının sayısının

$P(5, 5) = 5!$;

6 elemanlı bir kümenin permütasyonlarının sayısının

$P(6, 6) = 6!$ olarak bulunacağı açıktır.

O hâlde;

> n elemanlı bir kümenin permütasyonlarının sayısı
> $P(n, n) = n!$ dir.

Şimdi de, 5 elemanlı {a, b, c, d, e} kümesinin üçlü permütasyonlarının sayısını bulalım:

Bu kümenin üçlü permütasyonları (x, y, z) biçiminde sıralı üçlülerdir. Bu üçlülerde x için 5 seçenek olduğundan, yazılabilecek üçlü sayısı,

$$P(5, 3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \Rightarrow P(5,3) = \frac{5!}{2!}$$

$$\Rightarrow P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} \text{ olur.}$$

Aynı şekilde, 6 elemanlı bir kümenin ikili permütasyonlarının sayısının

$$P(6, 2) = \frac{6!}{(6-2)!} \quad ;$$

üçlü permütasyonlarının sayısının

$$P(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!}$$ olduğunu, bulup görebilirsiniz.

O hâlde;

> n elemanlı bir kümenin r'li permütasyonlarının sayısı
> $$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ dir.}$$

Pratik Bilgi

n elemanlı bir kümenin r'li permütasyonlarının sayısını bulmak için; (çarpma kuralının sonucu olarak) n'den başlayarak azalan sırada r tane ardışık doğal sayı çarpılır.

Örneğin; $P(5, 2) = 5 \cdot 4$,

$P(7, 3) = 7 \cdot 6 \cdot 5$,

$P(5, 4) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$ olur.

Örnek – 5.19

A = {a, b, c, d} kümesinin,

a. permütasyonlarının sayısını;

b. üçlü permütasyonlarının sayısını;

c. ikili permütasyonlarının sayısını

bulunuz.

Çözüm

a. $P(4, 4) = 4! = 24$ olur.

b. $P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 24$ olur.

Pratik yoldan da

$P(4, 3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ bulunur.

c. $P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$ olur.

Pratik yoldan da

$P(4, 2) = 4 \cdot 3 = 12$ bulunur.

Örnek – 5.20

A = {2, 3, 4, 5, 6} kümesinin elemanları ile rakamları farklı,

a. beş basamaklı;

b. üç basamaklı kaç sayı yazılabilir?

Çözüm

a. Yazılacak sayılar 2, 3, 4, 5, 6 rakamlarının farklı sıralamaları olacaktır. Bu sıralamaların sayısı da 5 elemanlı kümenin permütasyonlarının sayısı kadardır.

Buna göre; yazılabilecek beş basamaklı sayıların sayısı,

$P(5, 5) = 5! = 120$ olur.

b. Yazılacak sayılar, 5 elemanlı kümenin üçlü permütasyonları olacaktır.

Bunların sayısı,

$P(5, 3) = \dfrac{5!}{(5-3)!} \Rightarrow P(5,3) = 5 \cdot 4 \cdot 3$

$\Rightarrow P(5, 3) = 60$ tır.

Problemi bir de çarpma kuralı ile çözünüz.

Örnek – 5.21

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları ile rakamları farklı, dört basamaklı kaç sayı yazılabilir?

Çözüm

6 elemanlı kümenin dörtlü permütasyonlarının sayısından, sıfırın başta olduğu dörtlü permütasyonlarının sayısını çıkarmalıyız.

$$\underline{0}\ \underbrace{\_\ \_\ \_}_{\text{3 rakam}}$$

Sıfırın dışında 5 eleman bulunduğundan, sıfırın başta olduğu dörtlü permütasyonların sayısı P(5, 3) olur.

Buna göre, istenen koşullara uyan sayı adedi,

$$P(6, 4) - P(5, 3) = \frac{6!}{(6-4)!} - \frac{5!}{(5-3)!}$$

$\Rightarrow P(6, 4) - P(5, 3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 - 5 \cdot 4 \cdot 3$

$\Rightarrow P(6, 4) - P(5, 3) = 300$ olur.

Problemi bir de çarpma kuralı ile çözünüz.

Örnek – 5.22

4 roman ve 3 hikaye kitabı, romanlar bir arada, hikayeler bir arada olmak üzere, bir rafa kaç değişik biçimde yan yana dizilebilirler?

Çözüm

Romanlar kendi aralarında P(4, 4); hikayeler kendi aralarında P(3, 3) değişik biçimde sıralanabilirler.

Romanların her bir sıralaması için hikayelerin P(3, 3) değişik sıralaması olacağından, roman-şiir sıralamalarının sayısı $P(4, 4) \cdot P(3, 3)$ tür.

Şiir-roman biçimindeki sıralamalar da yine

$P(3, 3) \cdot P(4, 4)$ tane olacağından, değişik sıralamaların sayısı

$2 \cdot P(3, 3) \cdot P(4, 4) = 2 \cdot 3! \cdot 4! = 288$ olur.

Örnek – 5.23

Anne, baba ve üç çocuklarından oluşan 5 kişilik bir aile, sinemada aynı sıradaki 5 koltuğa, anne ile baba yan yana olmak koşulu ile kaç değişik biçimde oturabilir?

Çözüm

Anne ile baba yan yana olacaklarından, onları bir kişi sayalım. Anne ve babayı A ve B; çocukları $Ç_1$, $Ç_2$, $Ç_3$ ile gösterelim.

Bu durumda, $Ç_1$, $Ç_2$, $Ç_3$, (A, B) elemanları

$P(4, 4) = 4!$ Değişik biçimde oturabilirler.

Anne ile baba kendi aralarında $P(2, 2) = 2!$ değişik biçimde oturabileceğinden, farklı sıralanmaların sayısı $2! \cdot 4! = 48$ olur.

Örnek – 5.24

Ayşe ile Nazlı yan yana olmamak koşulu ile, 6 kişi kaç değişik biçimde bir sıradaki 6 koltuğa oturabilirler?

Çözüm

Bütün sıralanmaların sayısından, Ayşe ile Nazlı' nın yan yana olduğu sıralanmaların sayısını çıkaracağız.

Bütün sıralanmaların sayısı,

$P(6, 6) = 6! = 720$ dir.

Ayşe ile Nazlı'nın yan yana olduğu sıralanmaların sayısı da, Ayşe ile Nazlı bir kişi sayılarak,

$P(2, 2) \cdot P(5, 5) = 2! \cdot 5! = 240$ bulunur.

Buna göre, istenen sıralanmaların sayısı,

$P(6, 6) - P(2, 2) \cdot P(5, 5) = 480$ olur.

Örnek – 5.25

3 Matematik, 4 Fizik ve 2 Kimya kitabı, aynı türler bir arada olmak koşuluyla, bir rafa kaç değişik biçimde dizilebilir?

Çözüm

Kendi aralarında, Matematik kitapları 3!, Fizik kitapları 4!, Kimya kitapları da 2! Değişik şekilde dizilebilirler.

Matematik, Fizik, Kimya grupları da 3! Değişik biçimde dizilebilir.

İstenen sıralama sayısı, çarpma kuralına göre,

$3! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 3! = 1728$ olur.

Örnek – 5.26

4 kişi, birer yataklı 6 boş odası bulunan otele kaç değişik biçimde yerleşebilir?

Çözüm

4 kişi, 6 odanın 4'üne sıralanacaktır.

Buna göre,

$$P(6, 4) = \frac{6!}{(6-4)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

değişik biçimde otele yerleşebilirler.

Örnek – 5.27

6 kişi, gruptaki Pelin, Selin ve Tülin yan yana olmak üzere, bir sıradaki 6 koltuğa kaç değişik sırada oturabilirler?

Çözüm

Yan yana oturacak olan Pelin, Selin ve Tülin'i bir kişi sayarsak; bunların dışındaki 3 kişi ile birlikte, toplam 4 kişinin değişik sıralanmalarının sayısını bulacağız, demektir.

Bu sayı $P(4, 4) = 4!$ dir.

Pelin, Selin ve Tülin kendi aralarında $P(3, 3) = 3!$ değişik sıralama ile oturabilirler.

O hâlde, çarpma kuralına göre, değişik sıralamaların sayısı,

$P(4, 4) \cdot P(3, 3) = 4! \cdot 3! = 144$ olur.

Örnek – 5.28

3'ü kız, 3'ü erkek olan 6 kişi, iki kız veya iki erkek yan yana olmamak koşuluyla, bir sıradaki 6 koltuğa kaç değişik sırada oturabilirler?

Çözüm

Bu 6 kişi ya <u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> ya da <u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> sıralaması ile oturacaktır.

<u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> durumunda kızlara farklı 3 yer, erkeklere farklı 3 yer gösterilmiştir.

Kızlar, farklı 3 yere $P(3, 3) = 3!$; erkekler, farklı 3 yere $P(3, 3) = 3!$ değişik biçimde oturabilirler.

Bu durumda, değişik sıralanmaların sayısı, çarpma kuralına göre,

$P(3, 3) \cdot P(3, 3) = 3! \cdot 3! = 36$ bulunur.

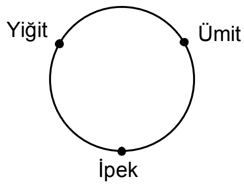
<u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> <u>E</u> <u>K</u> durumunda da aynı sayıda sıralanma olacağından, değişik sıralanmaların toplam sayısı,

$2 \cdot 36 = 72$ olur.

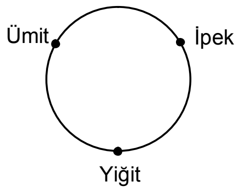
Çembersel Sıralama

İpek, Ümit ve Yiğit'in bir yuvarlak masada kaç değişik sırada oturabileceğini bulalım:

Aşağıdaki sıralamaları inceleyiniz.



(I)



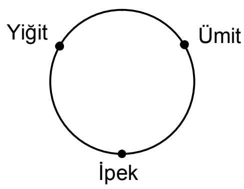
(II)

İki durumda da İpek'in sağında Ümit, solunda Yiğit bulunmaktadır. kişilerin oturdukları yerler değişmiştir ama birbirlerine göre konumları değişmemiştir.

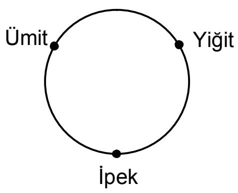
Değişik sıralama denildiğinde, kişilerin mekâna göre değil, birbirlerine göre değişik konumları anlaşılmalıdır.

O hâlde, bu iki sıralama aynıdır.

Buna göre; İpek, Ümit ve Yiğit bir yuvarlak masada ayağıdaki iki değişik biçimde oturabilirler. Bunların dışında baxşka bir sıralama olamaz.



(I)



(II)

Şimdi, n kişinin bir yuvarlak masa etrafındaki değişik dizilişlerinin sayısını bulalım:

Masaya oturacak ilk kişinin oturacağı yer sıralamayı etkilemez. Ancak, bir kişi masaya oturduktan sonra, bu kişiye göre farklılaşmı $(n - 1)$ tane yer belirir. Kalan kişiler $(n - 1)!$ değişik biçimde bu yerlere sıralanırlar.

Buna göre,

n elemanın çembersel (dönel) sıralamalarının sayısı $(n - 1)!$ dir.

Örnek – 5.29

5 kişilik bir aile yuvarlak masalarına, anne ve baba yan yana olmak koşuluyla kaç değişik sıralama ile oturabilirler?

Çözüm

Yan yana oturacak olan anne ve babayı bir kişi sayarsak, 4 kişinin çembersel sıralanmalarının sayısını bulacağız.

Bu sayı, $(4 - 1)! = 6$ dır.

Anne ve baba kendi aralarında,

$P(2, 2) = 2! = 2$ değişik sıra ile oturabilirler.

O hâlde; çarpma kuralına göre, değişik sıralanmaların sayısı, $6 \cdot 2 = 12$ olur.

Örnek – 5.30

3 öğretmen, 2 doktor, 4 avukat ve 2 eczacı bir yuvarlak masaya, meslektaşlar yan yana olmak koşuluyla kaç değişik sıralama ile oturabilirler?

Çözüm

Her meslek grubunu bir kişi sayarsak, bu 4 kişi yuvarlak masaya $(4 - 1)!$ değişik sıra ile oturabilir.

Kendi aralarında öğretmenler 3!, doktorlar 2!, avukatlar 4! ve eczacılar 2! değişik biçimde sıralanabilirler.

Mümkün sıralanma sayısı, çarpma kuralına göre,

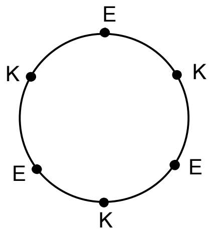
$(4 - 1)! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 4! \cdot 2! = 3456$ bulunur.

Örnek – 5.31

3'ü kız, 3'ü erkek olan 6 kişi bir yuvarlak masaya, iki kız veya iki erkek yan yana olmamak koşuluyla, kaç değişik sıralama ile oturabilirler?

Çözüm

Problemde anlatılan sıralama şekildeki gibi olur.



Önce erkeklerin, sonra kızların oturduğunu düşünelim.

Erkekler yuvarlak masaya $(3-1)!$ değişik sıralama ile; erkeklerin oturması ile belirlenen 3 yere de kızlar 3! değişik sıralama ile oturabilirler.

Çarpma kuralına göre, değişik sıralanma sayısı,

$(3-1)! \cdot 3! = 12$ olur.

Tekrarlı Permütasyon

"SES" sözcüğündeki harflerin farklı sıralanışlarının sayısını bulalım.

S harflerini S_1 ve S_2 ile gösterirsek, harflerin kümesi,

$\{S_1, S_2, E\}$ olur.

Bu kümenin üçlü permütasyonları

(S_1, S_2, E), (S_2, S_1, E), (S_1, E, S_2), (S_2, E, S_1),

(E, S_1, S_2), (E, S_2, S_1) üçlüleridir.

S harflerinin indisleri kaldırılırsa,

(S_1, S_2, E), (S_2, S_1, E) $\rightarrow$ SSE ;

(S_1, E, S_2), (S_2, E, S_1) $\rightarrow$ SES ;

(E, S_1, S_2), (E, S_2, S_1) $\rightarrow$ ESS

sıralamaları elde edilir.

Her satırdaki 2! tane sıralama bir sıralamaya dönüşür.

Demek ki; 2 si aynı olan 3 harfin farklı sıralanışlarının sayısı $\frac{3!}{2!}$ olmaktadır.

Buna göre,

r tanesi aynı olan n tane nesnenin farklı sıralanmalarının sayısı, $\frac{n!}{r!}$ dir.

Örnek – 5.32

"KELEBEK" sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek, anlamlı ya da anlamsız kaç sözcük yazılabilir?

Çözüm

3 tane E ve 2 tane K bulunduğundan,

$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$ farklı sözcük yazılabilir.

Örnek – 5.33

220505 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek, onlar basamağı 2 olan 6 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

Çözüm

Onlar basamağı 2 olan sıralamaların sayısından sıfırın sol başka olduğu sıralamaların sayısını çıkarmak gerekir. 2'nin onlar basamağında olduğu

_ _ _ _ 2 _ tüm sıralamaların sayısı,

$\frac{5!}{5! \cdot 2!} = 30$ dur.

Bunlardan, $\frac{4!}{2!} = 12$ tanesinde 0 _ _ 2 _ sıfır baştadır.

Buna göre, verilen koşula uyan, $30 - 12 = 18$ sayı yazılabilir.

Alıştırmalar 5.3

1. Aşağıda verilen permütasyon sayılarını bulunuz.

a. P(7, 2) **b.** P(9, 1)

c. P(15, 3) **d.** P(8, 4)

2. Aşağıdaki eşitlikleri sağlayan n değerlerini bulunuz.

a. $P(n, 3) = P(n, 4)$

b. $P(n, 5) = 2 \cdot P(n, 4)$

c. $P(n, 5) = 2P(n, 3)$

d. $P(n + 1, 3) = 2 \cdot P(n, 3)$

e. $P(n, 3) = 4P(n - 1, 2)$

f. $12 \cdot P(n - 1, 3) = P(n, 5)$

g. $12 \cdot P(5, n - 1) = P(6, n + 1)$

h. $P(5, n) = 2P(6, n - 1)$

3. $A = \{a, b, c\}$ kümesinin,

a. üçlü permütasyonlarını yazınız.
b. ikili permütasyonlarını yazınız.
c. birli permütasyonlarını yazınız.

4. $A = \{3, 4, 6, 8\}$ kümesinin elemanları ile,

a. 3 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
b. rakamları farklı, 2 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
c. rakamları farklı, 3 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
d. 3 basamaklı, çift kaç sayı yazılabilir?
e. rakamları farklı, 3 basamaklı, çift kaç sayı yazılabilir?
f. rakamları farklı, 4 basamaklı, tek kaç sayı yazılabilir?

5. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin elemanları ile,

a. 3 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
b. rakamları farklı, 3 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
c. rakamları farklı, 4 basamaklı kaç sayı yazılabilir?
d. rakamları farklı, 4 basamaklı, çift kaç sayı yazılabilir?
e. rakamları farklı, 5 basamaklı, tek kaç sayı yazılabilir?
f. 4500'den küçük, rakamları farklı, 4 basamaklı, tek kaç sayı yazılabilir?

6. Farklı 5 roman bir rafa kaç değişik sırada dizilebilir?

7. 3 Matematik ve 2 Fizik kitabı bir rafa kaç değişik biçimde dizilebilir?

8. 3'ü kız, 2'si erkek olan 5 kişi bir sıradaki 5 koltuğa,

a. kızlar bir arada, erkekler bir arada olmak koşulu ile kaç değişik sırayla oturabilirler?

b. iki kız yan yana veya iki erkek yan yana olmamak koşuluyla kaç değişik sırayla oturabilirler?

9. Farklı 5 iş için 3 kişi başvurmuştur. Bunlar, kaç değişik biçimde işe alınabilirler?

10. Farklı 3 iş için 5 kişi başvurmuştur. Bunların 3'ü, kaç değişik biçimde işe alınabilir?

11. Eren ile Gözde'nin de aralarında bulunduğu 6 kişi, Eren ile Gözde yan yana olmak koşuluyla bir sıradaki 6 koltuğa kaç değişik biçimde oturabilirler?

12. Esin ile Semih'in de aralarında bulunduğu 6 kişinin 3'ü kız 3'ü erkektir. Bu 6 kişi, kızlar bir arada, erkekler bir arada olmak üzere bir sıradaki 6 koltuğa oturacaktır.
Kaç değişik sıralamada Esin ile Semih yan yana olur?

13. Alper, Özge, Simge ve 3 arkadaşı bir sıradaki 6 koltuğa oturacaktır.
Kaç değişik sıralamada Alper, Özge ile Simge'nin arasında olur?

14. 5 kişilik grup yan yana dizilerek fotoğraf çektireceklerdir. Çektirilebilecek değişik fotografların kaçında, grubun en yaşlısı tam ortada olur?

15. Aralarında Kutay'ın da bulunduğu 10 kişinin katıldığı bir yarışmada ilk üç dereceye farklı ödüller verilecektir.
Kutay ödül aldığına göre, ilk üç derece kaç değişik biçimde açıklanabilir?

16. 6 elemanlı bir kümenin 4'lü permütasyonlarının sayısından yararlanarak; 6 elemanlı bir kümenin 4 elemanlı alt kümelerinin sayısını bulunuz.

17. 6 kişilik bir aile anne bir başta, baba diğer başta olmak üzere kaç değişik sırada halay çekebilirler?

18. Aralarında Kemal'in de bulunduğu 6 kişinin katıldığı bir yarışmada, Kemal'in birinci ya da sonuncu olmadığı kaç değişik sonuç gerçekleşebilir?

19. "BENGÜ" sözcüğündeki harfler kaç değişik biçimde sıralanabilir?

20. "ÖZGÜRLÜK" sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek, 4'üncü harfi "Ü" olan, anlamlı ya da anlamsız kaç sözcük yazılabilir?

21. Daire şeklindeki bir bahçenin çevresine eşit aralıklarla, farklı 7 ağaç dikilecektir. Bu ağaçlar kaç değişik sıralama ile dikilebilir?

22. Aralarında Arif ile Gökmen'in de bulunduğu 8 kişi, bir yuvarlak masa etrafına, Arif ile Gökmen yan yana olmak koşuluyla, kaç değişik biçimde sıralanabilirler?

23. Aralarında Adnan ile Kenan'ın da bulunduğu 7 kişi, bir yuvarlak masa etrafına, Adnan ile Kenan yan yana olmamak koşuluyla, kaç değişik biçimde sıralanabilirler?

24. 6 kişi, 5'i el ele tutuşup bir halka oluşturacak ve biri halkanın ortasında olacak biçimde bir halk oyunu oynayacaktır.

Bu oyunu kaç değişik sıralama ile oynayabilirler?

25. 7 kişinin 5'i bir yuvarlak masa etrafına sıralanacaktır. Kaç değişik sıralama gerçekleşebilir?

26. Aralarında İnci ile Erol'un da bulunduğu 2'si kız, 3'ü erkek 5 kişi, iki kız ya da iki erkek yan yana olmamak koşuluyla bir sırada dizileceklerdir.

a. Kaç değişik şekilde dizilebilirler?

b. Bu dizilişlerin kaçında İnci ile Erol yan yana olur?

27. Aralarında Ayşe ile Halil'in de bulunduğu 4'ü kız, 4'ü erkek 8 kişi, iki kız ya da iki erkek yan yana olmamak koşuluyla bir yuvarlak masa etrafına dizileceklerdir.

a. Kaç değişik şekilde dizilebilirler?

b. Bu dizilişlerin kaçında Ayşe ile Halil yan yana olur?

28. 2 öğretmen, 3 doktor, 2 eczacı ve 1 avukat, meslektaşlar bir arada olmak üzere, bir yuvarlak masa etrafında oturacaklardır.

a. Kaç değişik biçimde sıralanabilirler?

b. Bu sıralamaların kaçında bir doktor ile bir eczacı yan yana olur?

29. Bir şirketin 6 kişilik yönetim kurulu, başkanın iki yardımcısından biri bir yanında, biri diğer yanında olmak üzere, bir yuvarlak masada toplanacaktır.

Kaç değişik sırada oturabilirler?

30. 4'ü kız, 3'ü erkek olan 7 kişi, erkeklerden Sinan her hangi iki kız arasında olmak üzere, bir yuvarlak masaya kaç değişik sırada oturabilirler?

31. "KAVAKLIK" sözcüğündeki harflerin yerleri değiştirilerek, anlamlı ya da anlamsız,

a. Kaç sözcük yazılabilir?

b. A ile başlayan kaç sözcük yazılabilir?

c. K ile başlayan kaç sözcük yazılabilir?

d. Üçüncü harfi V ve beşinci harfi L olan kaç sözcük yazılabilir?

32. 222400 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek;

a. Kaç farklı sayı yazılabilir?

b. 6 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

c. Yüzler basamağında 4 bulunan, 6 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

d. Binler basamağında 2 ve onlar basamağında 4 bulunan, 6 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?