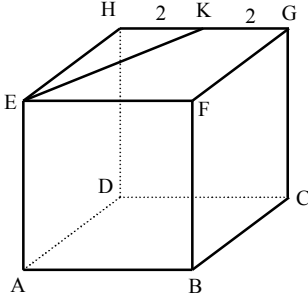


**Soru-1**

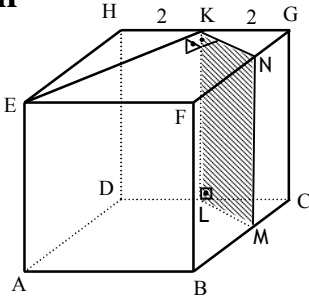


ABCDEFGH küptür.

$K \in HG$  ve  $|HK| = |KG| = 2$  birimdir.

Buna göre; EK doğrusuna K noktasında dik olan doğrunun küp içerisinde kalan parçasının uzunluğu en çok kaç birim olur?

**Çözüm**



EK doğrusuna K noktasında dik olan doğrular, EK'ya K'da dik olan düzlem içinde bulunurlar.

Bu düzlemi; EK'ya K'da dik olan, kesişen iki doğru ile belirtebiliriz.

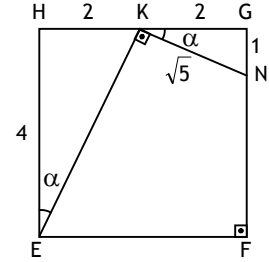
EK'nın içinde bulunduğu (EFGH) düzlemi (DCGH) düzlemine dik olduğundan, bu düzlemlerin HG arakesitine (DCGH) içinde çizilen KL dikmesi EK'ya dik olur. (EFGH) içinde  $KN \perp EK$  çizilirse; EK'ya K'da dik olan düzlem, (NKL) düzlemi olarak belirtilmiş olur.

$(NKL) \cap BC = \{M\}$  olsun.

EK'ya K'da dik olan düzlemin küp içinde kalan parçası, KLMN dikdörtgenel bölgesi olur. EK'ya K'da dik olan ve küp içinde kalan parçası en uzun olan doğrunun da KM olacağı açıktır.

$|KM|$  uzunluğunu bulacağız:

Önce;  $|KN|$  gerekiyor.



Şekil incelenirse

$|KN| = \sqrt{5}$  birim

olduğu görülür.

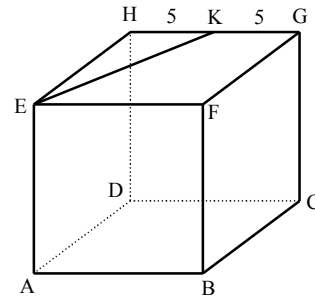
$|NM| = 4$  birim olduğundan,

$$|KM|^2 = |KN|^2 + |NM|^2$$

$$\Rightarrow |KM|^2 = (\sqrt{5})^2 + 4^2$$

$$\Rightarrow |KM| = \sqrt{21} \text{ bulunur.}$$

**Soru-2**



ABCDEFGH küptür.

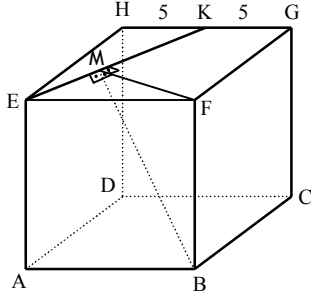
$K \in HG$  ve  $|HK| = |KG| = 5$  birimdir.

Buna göre;

- B noktasının EK doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?
- C noktasının EK doğrusuna uzaklığı kaç birimdir.

## Çözüm

a.



B noktası ile EK doğrusunun belirttiği düzlemde, B'den EK'ya indirilen dikmenin ayağı M olsun.

$|BM|$  uzunluğunu bulacağız.

Üç dikme teoremine göre;

$$BF \perp (EFGH)$$

$$\Rightarrow BF \perp EK \text{ ve}$$

$$BM \perp EK \text{ olduğundan}$$

$$FM \perp EK \text{ olur.}$$

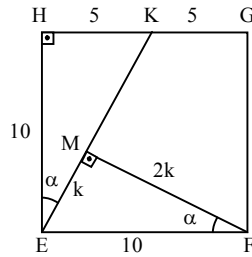
EFGH karesinde;

$$\triangle EHK \sim \triangle FME$$

olduğundan,

$$|EM| = k \text{ ise}$$

$$|FM| = 2k \text{ dir.}$$



Pisagor teoremine göre;

$$|EM|^2 + |MF|^2 = |EF|^2$$

$$\Rightarrow k^2 + (2k)^2 = 100 \Rightarrow k = 2\sqrt{5} \text{ ve}$$

$$|MF| = 4\sqrt{5} \text{ bulunur.}$$

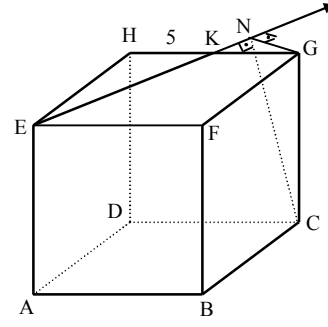
BFM dik üçgeninde;

$$|BM|^2 = |BF|^2 + |FM|^2$$

$$\Rightarrow |BM|^2 = 10^2 + (4\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow |BM| = 6\sqrt{5} \text{ olur.}$$

b.



C noktası ile EK doğrusunun belirttiği düzlemde C'den EK'ya indirilen dikmenin ayağı N olsun.

$|CN|$  uzunluğunu bulacağız.

Üç dikme teoremine göre;

$$CG \perp (EFGH) \Rightarrow CG \perp EK \text{ ve}$$

$$CN \perp EK \text{ olduğundan, } GN \perp EK \text{ olur.}$$

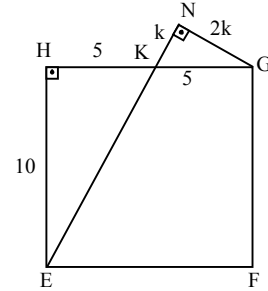
EFGH karesinde

$$\triangle EHK \sim \triangle GNK$$

olduğundan,

$$|KN| = k \text{ ise}$$

$$|NG| = 2k \text{ dir.}$$



Pisagor teoremine göre;

$$|KN|^2 + |NG|^2 = |KG|^2$$

$$\Rightarrow k^2 + (2k)^2 = 25 \Rightarrow k = \sqrt{5} \text{ ve}$$

$$|NG| = 2\sqrt{5} \text{ bulunur.}$$

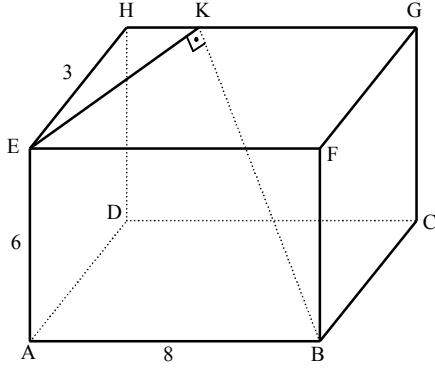
CGN dik üçgeninde;

$$|CN|^2 = |CG|^2 + |GN|^2$$

$$\Rightarrow |CN|^2 = 10^2 + (2\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow |CN| = 2\sqrt{30} \text{ olur.}$$

**Soru-3**



ABCDEFGH dikdörtgenler prizmasıdır.

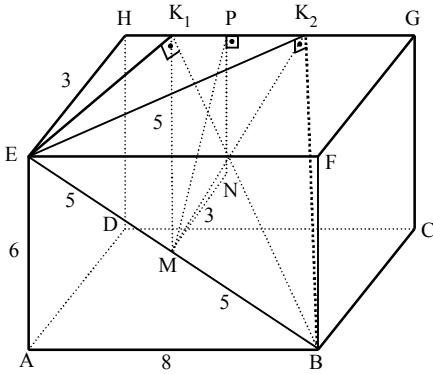
$|AB| = 8$  birim,  $|AE| = 6$  birim

ve  $|EH| = 3$  birimdir.

$K \in HG$  ve  $EK \perp BK$  olduğuna göre;  $|HK|$  uzunluğunun alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

**Çözüm**

Belirtilen K noktaları, HG doğrusunun  $[BE]$  çaplı küreyi deldiği noktalar olacaktır.



ABFE ve DCGH dikdörtgenlerinde köşegenlerin kesim noktaları, sırasıyla M ve N olsun.

ABE dik üçgeninde  $|BE| = 10$  birim olduğundan, belirtilen K noktaları için,

$$|MK_1| = |MK_2| = 5 \text{ birim olur.}$$

$NP \perp HG$  çizelim.

$|MN| = 3$  birim ve  $|NP| = 3$  birim olacağı açıktır.

MNP dik üçgeninde  $|MP| = 3\sqrt{2}$  birim olur.

$K_1PM$  ve  $K_2PM$  dik üçgenlerinde

$$|K_1P|^2 = |K_2P|^2 = 5^2 - (3\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow |K_1P| = |K_2P| = \sqrt{7} \text{ bulunur.}$$

$$|HK_1| + |HK_2| = 4 - \sqrt{7} + 4 + \sqrt{7}$$

$$\Rightarrow |HK_1| + |HK_2| = 8 \text{ birim olur.}$$