

Etkinlik – 1

Bu etkinlik, anlatımda kullandığımız sözcüklerin anlamları üzerinde buluşabilmemiz amacıyla önerilmiştir. Sözcüklerin anlamlarında buluşmak, anlaşabilmenin ilk adımıdır.

Öğrenmek için çalışırken, anlamını tam bilmediğiniz bir sözcükle karşılaştığınızda sözlük kullanmayı alışkanlık haline getiriniz.

Etkinlik – 2

a, **b**, **c**'deki yargılardan her biri doğru olabilir. Ancak; bu deneye dayanılarak **a**, **b**, **c**'deki yargılardan birine varmak yanlıştır.

Deneye dayanılarak varılacak yargı **d**'dedir.

Etkinlik – 3

- a**. Çıkarım geçerli değildir.
2 + 7 = 9 olup, tektir.
- b**. Çıkarım geçerlidir.
- c**. Öncül doğru, sonuç doğru ancak çıkarım geçerli değildir.
Sözler birbirine benzese de, özlerin birbiri ile ilgisi yoktur.
Çıkarımın geçersiz olduğu, şu çıkarım üzerinde daha kolay görülür:
"Çift iki doğal sayının toplamı çift olduğuna göre; tek iki doğal sayının toplamı tektir."
- d**. Çıkarım geçerli değildir.
Tanımadığınız Rizeliler içinde iyi olmayanlar da bulunabilir.
- e**. Çıkarım geçerli değildir.
Çalışmadan da kazanmış olabilir.
- f**. Çıkarım geçerlidir.
- g**. Çıkarım geçerli değildir.
Nazlı, Ünyeli olmayan cömertlerden biri olabilir.
- h**. Çıkarım geçerlidir. Siz açıklayınız.
- i**. Çıkarım geçerli değildir. Siz açıklayınız.
- j**. Çıkarım geçerli değildir. Siz açıklayınız.

Etkinlik – 4

- a**. Bu, gece gezintileri onu yordu.
Bu gece, gezintileri onu yordu.
- b**. İpek iki kulplu, tencere satın almış.
İpek iki, kulplu tencere satın almış.
- c**. Ülkü, teyzesiyle oynasın.
Ülkü Teyzesiyle oynasın.
- d**. Çocuk, kitabı okuyor.
"Çocuk kitabı" okuyor.

Etkinlik – 5

"Çalışırsan kazanırsın." cümlesini öyle bir vurgulama ile söyleyiniz ki, "Çalışmazsan kazanamazsın." anlamına gelsin.

Çalı^{şır}san kazanırsın

Etkinlik – 6

Günlük dilde iki anlamda da anlaşılabilir.

Ancak; "veya" bağlacının mantıktaki anlamıyla uyumlu olanı ikincisidir.

Etkinlik – 7

Nokta: Dilimizde aşağıdaki anlamlarda kullanılır:

- ✘ Kalem ucunun kağıttaki izi.
 - ✘ Yazı dilinde nasıl kullanıldığını görmek için bu sayfayı incelemeniz yeterlidir.
 - ✘ "Kitabınızın bir köşesi", "odanızdaki bir konum", "arazi üzerinde belirlenen bir konum" gibi "boyutsuz konumlar"
- Geometrideki anlamı da dildeki anlamına yakındır.
- ✘ "Geometrik uzaylarda konum belirten boyutsuz nesnelere."

Bu ifade noktanın tanımı değil, bir açıklamasıdır.

Doğru: Dilimizde aşağıdaki anlamlarda kullanılır:

- ✘ "Yanlış olmayan."
- ✘ "Gerçek ile uyumlu olma durumu."
- ✘ "Yolun sonuna **doğru**." gibi yön belirteci.

Geometride, “doğru” tanımsız terimdir.

✘ “A ve B gibi iki nokta arasındaki en kısa yol noktalarla döşenirse [AB] doğru parçası elde edilir. Bu doğru parçası AB doğrultusunda sınırsız uzatılırsa, AB doğrusu elde edilir.”

Bu, doğrunun tanımını değil, bir açıklamasıdır.

Daire: Dilimizde aşağıdaki anlamlarda kullanılır:

✘ Konut olarak kullanılan bir yapının bağımsız bölümlerinden her biri.

✘ Belirli devlet işlerini yapmakla görevli kuruluşların her biri.

Terimin geometrideki anlamı bambaşkadır:

✘ “Düzlemde, sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların oluşturduğu şekle **çember**; çember ile iç bölgesindeki noktaların oluşturduğu şekle **daire** denir.”

Bu ifade, daire'nin ileride verebileceğimiz tam tanımına yakın bir tanımıdır.

Işın: Dilimizde,

✘ “Bir ışık dalgasının çizdiği yol.” anlamında kullanılır. Doğrusal olduğu varsayılır.

Terim, geometriye aynı anlamda taşınmıştır:

✘ “Bir d doğrusu üzerindeki bir A noktası, doğruyu iki yarı doğruya ayırır. A noktası ile bu yarı doğrulardan birinin bileşimi bir **ışındır**.”

Küp: Dilimizde,

✘ “Topraktan, pişirilerek yapılmış; tabanı ve ağız dar, ortası geniş kap.” demektir.

Terimin geometrideki anlamı çok farklıdır:

✘ “Yüzleri kare olan dikdörtgenler prizması.”

Küme: Dilimizde,

✘ “Bir araya getirilmiş, aynı türden nesnelere topluluğu.” demektir.

Terimin matematikteki anlamı buna yakındır:

✘ “Belli bir özelliği taşıyan nesnelere topluluğu.” demektir.

Bir araya getirilmiş olmaları gerekmez.

Etkinlik – 8

“Kök”, “kare”, “uzay”, “dizi”, “seri”, “grup”, “yüz”, “bölük”, “toplama”, “çıkarma”, “çarpma”, “bölme”, ...

Siz bu sözcüklerin dilimizdeki anlamlarını sözlük yardımıyla pekiştirip matematikteki anlamları ile karşılaştırınız.

Karşılaşacağınız yeni terimler için de bu çalışmayı yapınız.

Etkinlik – 9

- a. Yanlış b. Doğru c. Yanlış
- d. Kimine göre doğru, kimine göre yanlış olabilir.
- e. Doğru ya da yanlış olabilir.
- f. Öznel bir yargı. Yorumlamalarla bir doğruluk değeri kazanabilir.
- g ve h Doğruluk değeri taşımaz.
- i. Doğruluk değeri taşır.
Yapılacak “yorumlama”ya göre; doğru ya da yanlış seçilebilir.
Tabii; biz “doğru” olduğunu düşünüyoruz.
- j. Kişinin daha önce söylediği her söz yanlış olsun: Bu durumda “Benim her söylediğim yanlıştır.” sözüne “Doğrudur.” dememiz sözün anlamı ile çelişir. Bu söze “Yanlıştır.” dememiz de “Bazı sözlerin doğrudur.” anlamına gelir. Ama; elimizde hiç doğru söz yoktur.
Bu durumda; bu söze “doğru” ya da “yanlış” diyemeyiz.
Kişinin önceki sözlerinden en az biri doğru ise, bu sözü yanlıştır.
- k. “Benim her söylediğim doğrudur.” sözü, yanlış da olabilir; doğru da.
Kişinin her söylediğinin kayıt altına alınmış olması durumunda doğruluk değeri anlaşılır.
Bu sözünden önceki her sözü doğru ise bu sözü doğru; bazı sözleri yanlış ise bu sözü yanlış olur.

Etkinlik – 10

- a. p, q, r önermelerinin herbiri 2'şer değişik değer alabilir.

Bu değerler, p q r sırası ile, $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ değişik biçimde sıralanabilir.

Bu sıralamaları kolayca yazabilmek için p'ler dört 1, dört 0; q'lar iki 1, iki 0; r'ler bir 1, bir 0 biçiminde yazılır.

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

- b. 4 önermenin doğruluk değerleri $2^4 = 16$ değişik durumda olabilir.

Bu 16 değişik durumu tabloda göstermek için; p q r s satırını yazınız. p'nin altındaki sütuna 8 tane 1, 8 tane 0 yazınız. q'nun altındaki sütuna art arda 4'er tane 1, 4'er tane 0 yazınız. r'nin altındaki sütuna 2'şer tane 1, 2'şer tane 0 yazınız. s'nin altına sırayla 1 ve 0'ları yazınız.

- c. p, q, r, ... , t gibi n tane önermenin herbiri 2 değişik doğruluk değeri alabilir. Buna göre; bu n tane değişik önermenin doğruluk değerleri $2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^n$ değişik durumda olabilir.

Etkinlik – 11

- a. Önermedir.
Olumsuz, "**İki kere iki dört eder.**" olur.
- b. Önermedir.
Olumsuz, "**1 ile 3'ün toplamı 5'ten küçük değildir.**" olur.
- c. Önermedir.
Olumsuz, " **$3 \cdot 4 - 2 \neq 6$** " olur
- d. Doğruluk değeri taşıdığı için önermedir. Doğruluğu tartışmalı olduğu için böyle önermeler mantıkta söz konusu edilmez.
Olumsuz, "**Kitap en iyi arkadaşı değildir.**" olur
- e. Belli bir yorumlama ile bir önermedir.
Olumsuz, "**Zeynep çok akıllı değildir.**" olur.
- f, g, h, i önerme değildir.

- j. Belli bir yorumlama ile bir önermedir.
Olumsuz, "**Sözlük ve ansiklopedi kullanmanızın çalışmanızın verimliliğini arttıracığı doğru değildir.**" olur.
- k. Önerme olduğu ya da olmadığı durumlar vardır.
Olumsuz, "**Benim her söylediğimin yanlış olduğu, doğru değildir.**" olur.
Burada, "**Benim her söylediğim yanlıştır.**" önermesinin olumsuzu olarak "**Benim her söylediğim doğrudur.**" demediğimize dikkat ediniz.
- l. Önermedir.
Olumsuz, "**Benim her söylediğimin doğru olduğu, doğru değildir.**" olur.
- k ve l maddeleri için "**Etkinlik-12**"deki açıklamalara da bakınız.
- k ve l maddelerindeki önermeler, "**Niceleme mantığı**" bölümündeki bilgilerle daha iyi anlaşılacaktır.

Etkinlik – 12

- a. Önermedir.
Olumsuz, "**Her gün süt içtiğim doğru değildir.**" olur.
- b. Önermedir.
Olumsuz, "**Yarın İstanbul'a kar yağmayacak.**" olur.
- c. Önerme değildir.
- d. Yanlış bir önermedir.
Olumsuz, "**Beşiktaş Ankara'nın ilçesi değildir.**" olur.
- e. Doğru bir önermedir.
Olumsuz, "**C ile O₂ tepkimeye sokulursa CO₂ oluşmaz.**" olur.
- f. Önerme değildir.
- g. Yanlış bir önermedir.
Olumsuz, " **$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$** " olur.
- h. Önermedir.
Olumsuz, "**F. S. Mehmet ceylan eti yemedi.**" olur.

- i. Önerme değildir.
- j. Yorumlama ile bir önermedir.
Olumsuzu, "**Alper çok akıllı değildir.**" olur.
- k. Önermedir.
Olumsuzu, "**Erol dün okula gitmiş.**" olur.
- l. Yanlış bir önermedir.
Olumsuzu, " $6^2 + 8^2 = 10^2$ " olur.
- m. Bir yorumlama ile, doğru ya da yanlış olduğu belli olan bir önerme olabilir.
Kişi bu sözü, başkan seçiminin yapıldığı bir toplantıda söylüyorsa, doğru olduğu belli bir önerme olur.
- n. Önermedir.
Olumsuzu; "**Murat'ın başkan olmasını önermedim.**" olur.
- o. "**Bu etkinlikteki her önerme yanlıştır.**" ifadesini doğru bir önerme sayalım.

Bu durumda bu önermenin de yanlış olması gerekir. O hâlde, bu ifade doğru bir önerme olamaz.

Verilen ifadeyi yanlış bir önerme sayalım.

Bu durumda bu ifadenin olumsuzu doğru olmalıdır.

Bu ifadenin olumsuzunun "**Bu etkinlikteki her önermenin yanlış olduğu doğru değildir.**" ya da "**Bu etkinlikteki bazı önermeler doğrudur.**" olacağını niceleme mantığı bölümünde öğreneceksiniz.

Bu etkinlikte doğru önermeler vardır. Verilen ifadenin olumsuzu doğru olduğundan ifadenin kendisi yanlış bir önerme olur.

Bu etkinlikte doğru önermeler bulunduğundan, ilk bakışta da, önermenin yanlış olduğu söylenebilirdi.

✘ Bu etkinlik içinde, bu ifade dışındaki tüm önermeler yanlış olsaydı; "**Bu etkinlikteki her önerme yanlıştır.**" ifadesini doğru bir önerme sayamayacağımız gibi, yanlış bir önerme de sayamayacaktık. Çünkü; bu durumda, verilen ifadenin olumsuzu olan, "**Bu etkinlikteki bazı önermeler doğrudur.**" ifadesinin doğru bir önerme olması gerekecekti.

Verilen ifade dışındaki tüm önermeler yanlış olduğundan, bu olumsuz ifadenin doğru olması, ancak ifadenin kendisinin doğru olması ile mümkün olabilecekti.

Bir ifade, hem doğru hem yanlış olamayacağından, bu ifadeye doğru ya da yanlış diyemeyecektik.

O hâlde;

"**Bu etkinlikteki her önerme yanlıştır.**" ifadesi, kendisinden başka tüm önermelerin yanlış olduğu bir etkinlik içinde verilmiş olsaydı; bu bir önerme olmayacaktı.

- p. Yanlış bir önermedir.
Olumsuzu;
"**Bu etkinlikteki her önermenin doğru olduğu doğru değildir.**"
ya da
"**Bu etkinlikteki bazı önermeler yanlıştır.**" olur.

Etkinlik-13, 15, 16, 17, 18, 21, 22 için tabloların bağlaçlara göre tamamlanması yeterlidir.

Etkinlik – 19

- a. " \forall " işleminin " \exists " işlemi üzerine dağılma özelliği olsaydı, $p \vee (q \exists r) \equiv (p \vee q) \exists (p \vee r)$ denkliği doğru olacaktı.
 $p \equiv 1$ için bu denklik sağlanmaz.
Bu denkliğin yanlış olduğunu tablo ile de gösteriniz.
- b. " \exists " işleminin " \forall " işlemi üzerine dağılma özelliği olsaydı, $p \exists (q \forall r) \equiv (p \exists q) \forall (p \exists r)$ denkliği doğru olacaktı.
 $p \equiv 1$ için denkliğin sağlanmadığını gösteriniz.
Bu denkliğin yanlış olduğunu tablo ile de gösteriniz.
- c. " \exists " işleminin " \wedge " işlemi üzerine dağılma özelliği olsaydı, $p \exists (q \wedge r) \equiv (p \exists q) \wedge (p \exists r)$ denkliği doğru olacaktı.
 $p \equiv 1$ için denkliğin sağlanmadığını gösteriniz.
Bu denkliğin yanlış olduğunu tablo ile de gösteriniz.

Etkinlik – 20

a.

p	q	p'	q'	p∨q	(p∨q)'	p'∧q'
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1

$$\begin{array}{c} \uparrow \qquad \uparrow \\ (p \vee q)' \equiv p' \wedge q' \end{array}$$

b. Siz yapınız.

Etkinlik – 23

a. $p \vee q \equiv (p' \wedge q) \vee (p \wedge q')$

p ≡ 1 olsun:

$p \vee q \equiv (p' \wedge q) \vee (p \wedge q') \text{ ve } p \equiv 1$

$\Rightarrow 1 \vee q \equiv (0 \wedge q) \vee (1 \wedge q')$

$\Rightarrow q' \equiv 0 \vee q'$

$\Rightarrow q' \equiv q' \text{ denklik sağlanır.}$

p ≡ 0 olsun:

$p \vee q \equiv (p' \wedge q) \vee (p \wedge q') \text{ ve } p \equiv 0$

$\Rightarrow 0 \vee q \equiv (1 \wedge q) \vee (0 \wedge q')$

$\Rightarrow q \equiv q \vee 0$

$\Rightarrow q \equiv q \text{ denklik sağlanır.}$

Siz tablo ile gösteriniz.

b. $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q' \equiv p \vee q'$

p ≡ 1 iken ve p ≡ 0 iken denkleğin sağlandığını, yukarıdaki gibi gösteriniz.

Ayrıca; tablo ile de denkleği gösteriniz.

Etkinlik – 24

I. p ile s yanlış, diğerleri doğru olur.

II. p ile q doğru, diğerleri yanlış olur.

Etkinlik – 25

Önerme işlemlerinin özelliklerinden yararlanarak, aşağıda verilen önermelere denk olan en sade önermeleri bulalım.

Siz de doğruluk tablosu yardımıyla, bulduğumuz denklemlerin doğruluğunu gösteriniz.

a. $(p \vee q) \vee p'$

b. $p \wedge (q \wedge p')$

c. $(p \wedge q) \vee q'$

d. $(p \vee q) \wedge q'$

e. $(p \vee q) \wedge (p' \vee q)$

f. $(p \wedge q) \vee (p \wedge q')$

g. $p \vee (p \vee q)$

h. $p \vee (p \vee q)$

a. $(p \vee q) \vee p' \equiv p \vee q \vee p' \equiv p \vee p' \vee q \equiv 1 \vee q \equiv 1$

b. $p \wedge (q \wedge p') \equiv p \wedge q \wedge p' \equiv p \wedge p' \wedge q \equiv 0 \wedge q \equiv 0$

c. $(p \wedge q) \vee q' \equiv (p \vee q') \wedge (q \vee q') \equiv (p \vee q') \wedge 1 \equiv p \vee q'$

d. $(p \vee q) \wedge q' \equiv (p \wedge q') \vee (q \wedge q') \equiv (p \wedge q') \vee 0 \equiv p \wedge q'$

e. $(p \vee q) \wedge (p' \vee q) \equiv (p \wedge p') \vee q \equiv 0 \vee q \equiv q$

f. $(p \wedge q) \vee (p \wedge q') \equiv p \wedge (q \vee q') \equiv p \wedge 1 \equiv p$

g. $p \vee (p \vee q) \equiv p \vee [(p \wedge q') \vee (p' \wedge q)] \equiv [p \vee (p \wedge q')] \vee (p' \wedge q)$

$\equiv p \vee (p' \wedge q)$

$\equiv (p \vee p') \wedge (p \vee q)$

$\equiv p \vee q$

h. $p \vee (p \vee q) \equiv [p \wedge (p \vee q)] \vee [p' \wedge (p \vee q)]$

$\equiv (p \wedge p' \wedge q) \vee [(p' \wedge p) \vee (p' \wedge q)]$

$\equiv 0 \vee 0 \vee (p' \wedge q)$

$\equiv p' \wedge q$

Etkinlik – 26

$(p \vee q) \wedge (q' \vee r)$ doğru bir önerme olduğuna göre, $p \vee r$ önermesinin doğruluk değerini bulalım:

$(p \vee q) \wedge (q' \vee r) \equiv 1$ ise $p \vee q \equiv 1$ ve $q' \vee r \equiv 1$ 'dir.

$q \equiv 1$ iken $q' \equiv 0$ ve $r \equiv 1$ olup $p \vee r \equiv 1$;
 $q \equiv 0$ iken $p \equiv 1$ olup, yine $p \vee r \equiv 1$ olur.

Verilen denklik, $p \vee r \equiv 1$ denkleğini gerektirir.

Etkinlik – 27

$(p \wedge q) \vee q' \equiv 1$ olduğuna göre, $p' \wedge q$ önermesinin doğruluk değerini bulalım:

I. yol

$(p \wedge q) \vee q' \equiv 1$ ise $p \wedge q \equiv 1$ veya $q' \equiv 1$ 'dir.

O hâlde; $p \equiv q \equiv 1$ veya $q \equiv 0$ olur.

Bu değerlerle,

$$p' \wedge q \equiv 0$$

bulunur.

II. yol

$$(p \wedge q) \vee q' \equiv 1 \Rightarrow (p \vee q') \wedge (q \vee q') \equiv 1$$

$$\Rightarrow (p \vee q') \wedge 1 \equiv 1$$

$$\Rightarrow p \vee q' \equiv 1$$

$$\Rightarrow p' \wedge q \equiv 0 \text{ bulunur.}$$

Etkinlik – 28

A okulu ile B okulu futbol maçı yapacaklardır. A takımındaki Volkan'ın, sakatlığı nedeniyle maç kadrosuna girmesi şüphelidir. A okulundan Sezen arkadaşlarına, "**Volkan oynarsa, maçı kazanırsınız.**" diyor.

Bu önermenin, "**Volkan oynayacak ise maçı kazanacağız.**" anlamına geldiğine dikkat ediniz.

a. Sezen'in sözü, "**Maçı kazanmamızın tek yolu Volkan'ın oynamasıdır.**" anlamına gelmez.

- b. Maç oynanıp bittiğinde; Volkan oynamış ve maçı A takımı kazanmış ise Sezen'in sözü doğrulanmış olur.
- c. Volkan oynamış ve maçı A takımı kazanamamış ise Sezen'in sözü yanlış olur.
- d. Volkan oynamamış ve maçı A takımı kazanmış ise Sezen'in sözü yanlış olmaz.
- e. Volkan oynamamış ve maçı A takımı kazanamamış ise Sezen'in sözü doğru olur?
- f. "**Volkan oynarsa A takımı maçı kazanır.**" önermesini; "**Volkan oynayacak**" bileşenini p ile, "**A takımı maçı kazanacak.**" bileşenini q ile, ise bağlacını " \Rightarrow " sembolü ile göstererek $p \Rightarrow q$ biçiminde sembolleştirelim.

Yanıtlarınıza göre; elde edeceğiniz doğruluk değerleri yandaki tablodaki olacaktır.

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Etkinlik – 29

- a. **Paris nerede olursa olsun, Ankara Türkiye'dedir.**
- b. **Benim otobüs olduğum ne kadar doğru ise Aristo'nun Türk olduğu da o kadar doğrudur.**

Etkinlik – 30

- a. $p \Rightarrow q$ b. $p' \vee q$ c. $p' \Rightarrow q'$
- d. $q \Rightarrow p$ e. $q' \Rightarrow p'$ f. $p \wedge q'$

Etkinlik – 31

- a. Sulama yapılırsa ürün bol olur.
- b. Ürün bol olacaksa sulama yapılacaktır.
- c. Sulama yapılmazsa ürün bol olmaz.
- d. Ürün bol olmayacaksa sulama yapılmayacaktır.
- e. Sulama yapılmayacak veya ürün bol olacaktır.
- f. Sulama yapılacak ve ürün bol olmayacaktır.

Etkinlik – 32

I. yol

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ denkleğini tablo ile gösterelim:

p	q	p'	$p \Rightarrow q$	$p' \vee q$
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$$

II. yol

Verilen denklik, $p = 0$ iken $1 = 1$ denkleğine;

$p = 1$ iken $q = q$ denkleğine dönüşür.

Denklik daima sağlanır.

Etkinlik – 33

$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q \equiv q \vee p' \equiv (q')' \vee p' \equiv q' \Rightarrow p'$$

Siz de doğruluk tablosu ile gösteriniz.

Etkinlik – 34

- $p \Rightarrow p \equiv p' \vee p \equiv 1$
- $p \Rightarrow p' \equiv p' \vee p' \equiv p'$
- $p \Rightarrow 1 \equiv p' \vee 1 \equiv 1$
- $p \Rightarrow 0 \equiv p' \vee 0 \equiv p'$
- $1 \Rightarrow p \equiv 1' \vee p \equiv 0 \vee p \equiv p$
- $0 \Rightarrow p \equiv 0' \vee p \equiv 1 \vee p \equiv 1$

Siz de doğruluk tablosu ile gösteriniz.

Etkinlik – 35

- $$p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv p' \vee (q \wedge r)$$

$$\equiv (p' \vee q) \wedge (p' \vee r)$$

$$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$
- $$p \Rightarrow (q \vee r) \equiv p' \vee q \vee r$$

$$\equiv p' \vee p' \vee q \vee r$$

$$\equiv (p' \vee q) \vee (p' \vee r)$$

$$\equiv (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$$

Siz de doğruluk tabloları ile yapınız.

Etkinlik – 36

$(p \vee q') \Rightarrow (q \vee r) \equiv 0$ ise $p \vee q' \equiv 1$ ve $q \vee r \equiv 0$ 'dır.

Buna göre; $q \equiv 0$ ve $r \equiv 0$ olur.

$q \equiv 0$ ve $r \equiv 0$ değerlerini yerlerine koyalım:

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow q) \Rightarrow [(q \vee r) \Rightarrow p'] \\ \equiv (p \Rightarrow 0) \Rightarrow [(0 \vee 0) \Rightarrow p'] \\ \equiv p' \Rightarrow (0 \Rightarrow p') \\ \equiv p' \Rightarrow 1 \\ \equiv 1 \end{aligned}$$

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(q \vee r) \Rightarrow p'] \equiv 1$ bulunur.

Etkinlik – 37

$$\begin{aligned} [(p \vee q) \wedge p'] \Rightarrow q' \\ \equiv [(p \vee q) \wedge p']' \vee q' \\ \equiv [(p \wedge p') \vee (q \wedge p')] \vee q' \\ \equiv [0 \vee (q \wedge p')] \vee q' \\ \equiv (q \vee p') \vee q' \\ \equiv (q \vee q') \wedge (p' \vee q') \equiv p' \vee q' \end{aligned}$$

$[(p \vee q) \wedge p'] \Rightarrow q' \equiv p' \vee q'$ bulunur.

Etkinlik – 38

p : "Ali sınıfını geçecek."

q : "Babası Ali'ye bisiklet alacak."

a. $p \Rightarrow q$ önermesinin sözle ifadesi;

"Ali sınıfını geçecek ise

babası Ali'ye bisiklet alacak." olur.

Anlamı bozmadan; bunu, şöyle söyleriz:

"Ali sınıfını geçerse

babası Ali'ye bisiklet alacak."

b. $q \Rightarrow p$ önermesinin sözle ifadesi;

"Babası Ali'ye bisiklet alacak ise Ali sınıfını geçecek." olur.

Bunu, genellikle şöyle söyleriz:

"Babası Ali'ye bisiklet alacaksa

Ali sınıfını geçer."

- c. $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ bileşik önermesinin ilk bileşeninde p önermesi yeterli koşul, ikincisinde gerekli koşuldur.
 q bileşeni ise ilk bileşende gerekli koşul, ikinci bileşende yeterli koşuldur.
- d. " p bileşeni q bileşeninin hem yeterli hem gerekli koşulu" ise " q bileşeni de p bileşeninin hem yeterli hem gerekli koşulu" olur.
- e. $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ önermesi
" p 'nin yeterli ve gerekli koşulu q 'dur." veya
" p için gerekli ve yeterli koşul q 'dur."
biçiminde yazılabilir.

f.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

Etkinlik – 39

$$\begin{aligned}
(p \Leftrightarrow q)' &\equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]' \\
&\equiv (p' \vee q)' \vee (q' \vee p)' \\
&\equiv (p \wedge q') \vee (q \wedge p') \\
&\equiv [(p \wedge q') \vee q] \wedge [(p \wedge q') \vee p'] \\
&\equiv [(p \vee q) \wedge (q' \vee q)] \wedge [(p \vee p') \wedge (q' \vee p')] \\
&\equiv (p \vee q) \wedge (q' \vee p') \\
&\equiv (p' \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p') \\
&\equiv p' \Leftrightarrow q;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(p \Leftrightarrow q)' &\equiv (p \vee q) \wedge (q' \vee p') \\
&\equiv (q \vee p) \wedge (p' \vee q') \\
&\equiv (q' \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q') \\
&\equiv p \Leftrightarrow q'
\end{aligned}$$

$$(p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow q'$$

Siz de doğruluk tablosu ile yapınız.

Etkinlik – 40

$$A \equiv [(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

önermesinin totoloji olduğunu, siz işlem özelliklerini kullanarak veya doğruluk tablosu ile gösteriniz.

Biz kısa yolu seçelim:

Koşullu önerme, sadece $1 \Rightarrow 0$ durumunda yanlış olur. $p \Rightarrow r \equiv 0$ iken $p \equiv 1$ ve $r \equiv 0$ olup $A \equiv 1$ olur. A sembolik önermesinin, hiçbir yanlış yorumlaması yoktur.

$$A \equiv [(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow (p \Rightarrow r) \equiv 1$$

Etkinlik – 41

Etkinlik-40'da önerilen yolları kullanınız.

- a. $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p) \equiv 1$ (Totoloji)
- b. $(p \vee q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow q)$ (Geçersiz, Tutarlı)
- c. $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q') \equiv 0$ (Çelişme)
- d. $(p \Rightarrow q) \vee p \equiv 1$ (Totoloji)
- e. $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv 1$ (Totoloji)
- f. $[(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow (p \Rightarrow r) \equiv 1$ (Totoloji)

Etkinlik – 42

$$p \vee q \equiv p' \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow q'$$

 $p \equiv 1$ için denklikler, $q' \equiv q' \equiv q'$ denkliklerine; $p \equiv 0$ için, $q \equiv q \equiv q$ denkliklerine dönüşür.

O halde; verilen denklikler geçerlidir.

Etkinlik – 43

$$e. (p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (p \vee q)'$$

I. yol: Doğruluk tablosu ile gösterilebilir.**II. yol:** $p \equiv 1$ için verilen denklik, $0 \equiv 0$ denklğine; $p \equiv 0$ için, $q' \equiv q'$ denklğine dönüşür.

O halde; verilen denklik geçerlidir.

III. yol: Sol yanı dönüşürelim:

$$\begin{aligned}
(p \vee q) &\Leftrightarrow (p \wedge q) \\
&\equiv \{ \{ (p' \wedge q) \vee (p \wedge q') \} \Rightarrow (p \wedge q) \} \\
&\quad \wedge \{ (p \wedge q) \Rightarrow \{ (p' \wedge q) \vee (p \wedge q') \} \} \\
&\equiv \{ \{ (p \vee q') \wedge (p' \vee q) \} \vee (p \wedge q) \} \\
&\quad \wedge \{ (p' \vee q') \vee (p' \wedge q) \vee (p \wedge q') \} \\
&\equiv \{ \{ (q' \wedge p') \vee (p \wedge q) \} \vee (p \wedge q) \} \\
&\quad \wedge \{ (p' \vee q') \vee (p \wedge q') \} \\
&\equiv [(q' \wedge p') \vee (p \wedge q)] \wedge (p' \vee q') \\
&\equiv (p' \wedge q') \wedge (p' \vee q') \equiv (p' \wedge q') \\
&\equiv (p \vee q)'
\end{aligned}$$

Diğerlerini, aynı yollarla, siz yapınız.

Etkinlik – 44

A: “*Bilge’nin dürüst ise kazanacağı doğru ve Bilge’nin kazandığı doğru ise Bilge dürüştür.*”

p: “*Bilge dürüştür.*”

q: “*Bilge kazanır.*”

sembolleştirmesiyle A önermesi,

$$A \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p \text{ olur.}$$

$$p \Rightarrow q \equiv 1 \text{ ve } q \equiv 1 \text{ verilmiştir.}$$

Bu durumda; $A \equiv 1 \Rightarrow p$ ve $A \equiv p$ olur. p doğru iken A doğru; p yanlış iken A yanlıştır. A önermesi **tutarsız değil** ancak **geçersizdir**. Bilge’nin kazanmış olması, onun dürüst olduğunu göstermez. Bilge dürüst olabilir de, olmayabilir de.

Etkinlik – 45

Aşağıda verilen p ve q önermelerinden elde edilen $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow p$ ve $p \Leftrightarrow q$ önermelerini sözlerle ifade ediniz.

a. p : Hava çok soğuktur.

q : Yollar buzlandı.

$p \Rightarrow q$: Hava çok soğuk ise yollar buzlanmıştır.

$q \Rightarrow p$: Yollar buzlandıysa hava çok soğuktur.

$p \Leftrightarrow q$: Yolların buzlanması için yeterli ve gerekli koşul havanın çok soğuk olmasıdır.

b. p : Doğru besleniyorum.

q : Sağlıklıyım.

$p \Rightarrow q$: Doğru besleniyorsam sağlıklıyım.

$q \Rightarrow p$: Sağlıklıysam doğru besleniyordum.

$p \Leftrightarrow q$: Sağlıklı olmam için yeterli ve gerekli koşul doğru beslenmemdir.

c. p : Matematiği iyi öğrenirsin.

q : İleri sınıflarda başarılı olursun.

$p \Rightarrow q$: Matematiği iyi öğrenirsen ileri sınıflarda başarılı olursun.

$q \Rightarrow p$: İleri sınıflarda başarılı olacaksan Matematiği iyi öğreneceksin.

$p \Leftrightarrow q$: İleri sınıflarda başarılı olman için yeterli ve gerekli koşul Matematiği iyi öğrenmendir.

d. p : Öğretmen öğrencilerini ödüllendirir.

q : Öğrenciler çalışkandır.

$p \Rightarrow q$: Öğretmen öğrencilerini ödüllendirirse öğrenciler çalışkandır.

$q \Rightarrow p$: Öğrenciler çalışkan ise öğretmen öğrencilerini ödüllendirir.

$p \Leftrightarrow q$: Öğretmenin öğrencilerini ödüllendirmesi için yeterli ve gerekli koşul öğrencilerin çalışkan olmasıdır.

Etkinlik – 46

a. “*Havalar soğursa plajlar boşalır.*”

p : Havalar soğur.

q : Plajlar boşalır.

$p \Rightarrow q$

b. “*Spor yapar ve iyi beslenirsen uzun yaşarsın.*”

p : Spor yaparsın.

q : İyi beslenirsin.

r : Uzun yaşarsın.

$(p \wedge q) \Rightarrow r$

c. “*Zeki ancak ve ancak yaz okuluna kalmazsa yazın tatile gidecek.*”

p : Zeki yaz okuluna kalmayacak.

q : Zeki tatile gidecek.

$$p \Leftrightarrow q$$

- d. "Hava kirliliğinin önlenmesi için gerekli ve yeterli koşul doğalgaz kullanılmasıdır."

p : Hava kirliliği önlenir.

q : Doğalgaz kullanılır.

$$p \Leftrightarrow q$$

- e. "Can çalışırsa sınıfını geçer ve sınıfını geçerse babası ona bisiklet alır."

p : Can çalışır.

q : Can sınıfını geçer.

r : Babası Can'a bisiklet alır.

$$[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow r$$

- f. "Erdem otobüs veya dolmuş bulamazsa taksiye biner."

p : Erdem otobüs bulamaz.

q : Erdem dolmuş bulamaz.

r : Erdem taksiye biner.

$$(p \vee q) \Rightarrow r$$

Etkinlik – 47

- a. $\underbrace{\text{Kalemim var}}_p \text{ değil.} \equiv p'$
- b. $\underbrace{\text{Nazlı okula geldi}}_p \text{ değil.} = p'$
- c. $\underbrace{\text{Metin aradı}}_p \text{ değil ve } \underbrace{\text{sordu}}_q \text{ değil.} = p' \wedge q'$
- d. $\underbrace{\text{Selim dersaneye gitti}}_p \text{ ve } \underbrace{\text{özel ders aldı}}_q \text{ ve } \underbrace{\text{bir okula giremedi}}_r. \equiv p \wedge q \wedge r$
- e. $\underbrace{\text{Ali banyo yapacak}}_p \text{ ve } \underbrace{\text{Can banyo yapacak}}_q \equiv p \wedge q$
- f. $\underbrace{\text{Arayan Simge'dir}}_p \text{ ya da } \underbrace{\text{İrem'dir}}_q. = p \vee q$
- g. $\underbrace{\text{Derlerine çalışırsın}}_p \text{ değil ise } \underbrace{\text{sınıfını geçersin}}_q \text{ değil.} \equiv p' \Rightarrow q'$

- h. $\underbrace{\text{Sen gelirsin}}_p \text{ ise } \underbrace{\text{her istediğin yere gideriz.}}_q \equiv p \Rightarrow q$

- i. $\text{Ancak } \underbrace{\text{derslerine çalışırsın}}_p \text{ ise } \underbrace{\text{sınıfını geçersin}}_q \equiv q \Rightarrow p$

- j. $\text{Ancak } \underbrace{\text{Volkan oynar}}_p \text{ ise } \underbrace{\text{maçı kazanırız}}_q \equiv q \Rightarrow p$

Etkinlik – 48

- a. $P \Rightarrow Q \equiv [(p \vee q) \wedge p'] \Rightarrow q$
 $\equiv [(p \wedge p') \vee (q \wedge p')] \Rightarrow q$
 $\equiv (q \wedge p') \Rightarrow q \equiv p \vee q' \vee q \equiv 1$

P önermesi, Q önermesini gerektirir.

- b. $P \Rightarrow Q \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
 $\equiv [(p' \vee q) \wedge p] \vee q$
 $\equiv (p \wedge q') \vee p' \vee q \equiv [(p \vee p') \wedge (q' \vee p')] \vee q$
 $\equiv q' \vee p' \vee q \equiv 1$

P önermesi, Q önermesini gerektirir.

- c. $P \Rightarrow Q \equiv [(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \vee q \Rightarrow r)$
 $Q \equiv p \vee q \Rightarrow r \equiv 0$ iken $p \equiv q \equiv 1$, $r \equiv 0$ ve
 $P \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv 0$ olur.
 O hâlde; $P \Rightarrow Q$ tolojidir.
 P önermesi, Q önermesini gerektirir.

- d. $P \Rightarrow Q \equiv (p \Leftrightarrow q) \wedge q \Rightarrow p \wedge q$
 $p \equiv q$ iken $P \Rightarrow Q \equiv 1$ ve
 $p \neq q$ iken $P \Rightarrow Q \equiv 1$ olduğuna dikkat ediniz.
 O hâlde; $P \Rightarrow Q$ tolojidir.

P önermesi, Q önermesini gerektirir.

- e. $P \Rightarrow Q \equiv (p \wedge q) \vee (p \vee q) \Rightarrow (p \vee q)$
 $Q \equiv p \vee q \equiv 0$ iken $p \equiv q \equiv 0$ ve
 $P \equiv (p \wedge q) \vee (p \vee q) \equiv 0$ olur.
 O hâlde; $P \Rightarrow Q$ tolojidir.
 P önermesi, Q önermesini gerektirir.

$$f. P \Rightarrow Q \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee q) \Rightarrow (p \vee q)$$

$Q \equiv p \vee q \equiv 0$ iken $P \equiv (p \wedge r) \vee (p \vee q) \equiv 0$ olur.

O hâlde; $P \Rightarrow Q$ totolojidir.

P önermesi, Q önermesini gerektirir.

Etkinlik – 49

$$a. P \equiv p \Rightarrow (p \wedge q) \text{ ve } Q \equiv p \Rightarrow q \text{ veriliyor.}$$

$Q \equiv 0$ iken $P \equiv 0$ ve $Q \equiv 1$ iken $P \equiv 1$ olduğunu gösteriniz.

Buna göre; $P \equiv Q$ olur.

P önermesi Q önermesini çift gerektirir.

$$b. P \equiv (p \wedge q) \Rightarrow (q \wedge r) \text{ ve } Q \equiv (p \Rightarrow q') \vee r \text{ veriliyor.}$$

$q \equiv 0$ iken $P \equiv Q \equiv 1$ ve

$q \equiv 1$ iken $P \equiv Q \equiv p' \vee r$ olduğunu gösteriniz.

P önermesi Q önermesini çift gerektirir.

$$\star p \equiv 0 \text{ iken de, } p \equiv 1 \text{ iken de } P \equiv Q \text{ olacağını siz gösteriniz.}$$

$$c. P \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee q) \text{ ve } Q \equiv p \vee q \text{ veriliyor.}$$

$Q \equiv 0$ iken $P \equiv 0$ ve $Q \equiv 1$ iken $P \equiv 1$ olduğunu gösteriniz.

Buna göre; $P \equiv Q$ olur.

P önermesi Q önermesini çift gerektirir.

$$d. \text{ Bildiğiniz yöntemlerle, bunu siz gösteriniz.}$$

Etkinlik – 50

D : “*Taşınmazların sahipleri mutsuzdur.*” olsun.

p : “*Banka faizleri yüksektir.*”

q : “*Taşınmazların fiyatları düşüktür.*”

r : “*Taşınmazların sahipleri mutludur.*”

olmak üzere;

$$\mathbf{A} : p \Rightarrow q$$

$$\mathbf{B} : q \Rightarrow r'$$

$$\mathbf{C} : p$$

$$\mathbf{D} : r' \text{ olur.}$$

$$A \wedge B \wedge C \Rightarrow D \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r') \wedge p \Rightarrow r' \text{ olur.}$$

$$r' \equiv 0 \text{ iken}$$

$$A \wedge B \wedge C \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow 0) \wedge p$$

$$\equiv (p' \vee q) \wedge q' \wedge p$$

$$\equiv (p' \vee q) \wedge (p' \vee q)' \equiv 0 \text{ olur.}$$

O hâlde; $A \wedge B \wedge C \Rightarrow D$ totolojidir.

$A \wedge B \wedge C$, D'yi gerektirir.

Taşınmazların sahipleri mutsuzdur.

Etkinlik – 51

$$\mathbf{A} : (4 < 3) \Rightarrow (3 < 5)$$

$$\mathbf{B} : (3 < 5) \vee (4 < 3)$$

$$\mathbf{C} : 4 < 3 \text{ diyelim.}$$

$A \wedge B \Rightarrow C$ önermesi totoloji ise çıkarım geçerlidir.

$p : 4 < 3$ ve $q : 3 < 5$ olmak üzere,

$A : p \Rightarrow q$, $B : q \vee p$ ve $C : p$ olur.

$$A \wedge B \Rightarrow C \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow p$$

$$\equiv (p \wedge q') \vee (p' \wedge q') \vee p$$

$$\equiv p \vee q' \text{ bulunur.}$$

$p \vee q'$ bir totoloji olmadığından $A \wedge B$, C'yi gerektirmez. Çıkarım geçersizdir.

Etkinlik – 52

$$\mathbf{A} : (2 < 3) \Rightarrow (4 < 5)$$

$$\mathbf{B} : 4 < 5$$

$$\mathbf{C} : 2 < 3 \text{ diyelim.}$$

$A \wedge B \Rightarrow C$ önermesi totoloji ise çıkarım geçerlidir.

$p : 2 < 3$ ve $q : 4 < 5$ olmak üzere,

$A : p \Rightarrow q$, $B : q$ ve $C : p$ olur.

$$A \wedge B \Rightarrow C \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$$

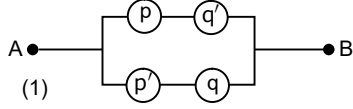
$$\equiv (p \wedge q') \vee q' \vee p$$

$$\equiv p \vee q' \text{ bulunur.}$$

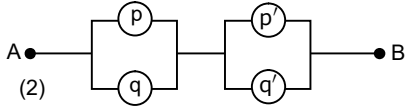
$p \vee q'$ bir totoloji olmadığından $A \wedge B$, C'yi gerektirmez. Çıkarım geçersizdir.

Etkinlik – 53

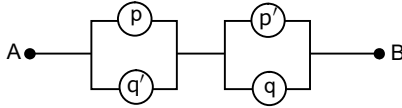
a. $p \vee q \equiv (p \wedge q') \vee (p' \wedge q)$ denkliğine göre, devre kurulabilir.



$p \vee q \equiv (p \vee q) \wedge (p' \vee q')$ denkliğine göre kurulacak (2) devresi de (1) devresine denk olur. Yani; p anahtarlarının bağlı olduğu P düğmesi ile q anahtarlarının bağlı olduğu Q düğmesine verilecek aynı komutlar iki devrede de aynı sonucu verir. Akım geçer ya da geçmez.



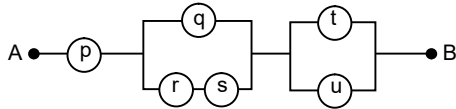
b. $p \Leftrightarrow q \equiv (p \vee q') \wedge (p' \vee q)$ denkliğine göre, devre kurulabilir.



Siz de, $p \Leftrightarrow q$ önermesine karşılık gelen başka bir devre kurunuz.

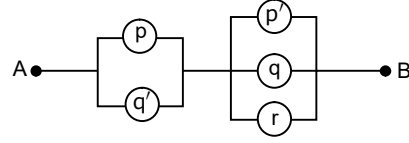
Etkinlik – 54

$p \wedge [q \vee (r \wedge s)] \wedge (t \vee u)$ önermesine karşılık gelen devre şekildeki gibi olur:



p anahtarı açık iken devreden akım geçmez.
q ile r açık iken devreden akım geçmez.
q ile s açık iken devreden akım geçmez.
q, r, s açık iken devreden akım geçmez.
t ve u açık iken devreden akım geçmez.

Etkinlik – 55



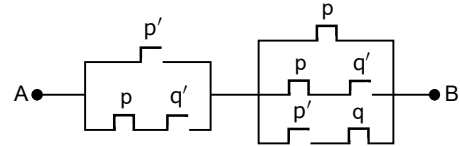
[AB] devre parçasına karşılık gelen önerme;

$$A \equiv (p \vee q') \wedge (p' \vee q \vee r) \text{ olur.}$$

Devre incelenerek, akım geçmesi için,
 $p \equiv 1$ iken $q \vee r \equiv 1$ olması gerektiği;
 $p \equiv 0$ iken $q \equiv 0$ olması gerektiği görülür.

p q r değerleri 1 1 1, 1 1 0, 1 0 1, 0 0 1, 0 0 0 iken akım geçer.

Etkinlik – 56



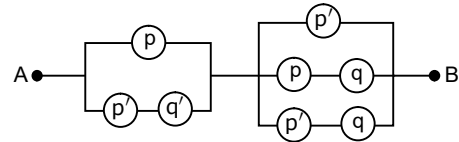
a. [AB] devre parçasına karşılık gelen önerme;

$$A \equiv [p' \vee (p \wedge q')] \wedge [p \vee (p \wedge q') \vee (p' \wedge q)] \text{ olur.}$$

Devrenin sol parçasından akım geçmediği görülür. Buna göre; devreye karşılık gelen önermenin doğruluk değeri 0'dır.

b. Devre incelenerek, P düğmesine basıldığında akımın geçeceği ve Q düğmesine basıldığında akımın geçeceği görülür.

Etkinlik – 57



[AB] devre parçasına karşılık gelen önerme;

$$A \equiv [p \vee (p' \wedge q')] \wedge [p' \vee (p \wedge q) \vee (p' \wedge q)] \text{ olur.}$$

Akım geçmesi için, $p \equiv 1$ iken $q \equiv 1$ olması gerektiği;
 $p \equiv 0$ iken $q \equiv 0$ olması gerektiği görülür.

Etkinlik – 58

Ayrıntılı sembolleştirme yapalım:

$p(x)$: “(x Rizelidir.) \Rightarrow (x yardımseverdir.)”

q : “Ayhan Rizelidir.”

r : “Ayhan yardımseverdir.”

$p(\text{Ayhan})$: “(A. Rizelidir) \Rightarrow (A. yardımseverdir.)”

denirse; çıkarım,

$[p(\text{Ayhan}) \wedge q] \Rightarrow r \equiv [(q \Rightarrow r) \wedge q] \Rightarrow r$ biçiminde sembolleştirilmiş olur. Bu son önerme bir totoloji olduğundan çıkarım geçerlidir.

Etkinlik – 59

a. $p(x)$: “x evcil bir hayvandır.”

Açık önermedir. Önerme değildir.

$p(\text{Kedi})$: “Kedi evcil bir hayvandır.”

Doğru bir önermedir.

$p(\text{Kurt})$: “Kurt evcil bir hayvandır.”

Yanlış bir önermedir.

b. $p(x)$: “x pozitif bir tam sayıdır.”

Açık önermedir. Önerme değildir.

$p(3)$: “3 pozitif bir tam sayıdır.”

Doğru bir önermedir.

$p(-2)$: “-2 pozitif bir tam sayıdır.”

Yanlış bir önermedir.

c. $p(x)$: “ $3x + 6 = 0$ ”

Açık önermedir. Önerme değildir.

$p(-2)$: “ $3 \cdot (-2) + 6 = 0$ ”

Doğru bir önermedir.

$p(4)$: “ $3 \cdot 4 + 6 = 0$ ”

Yanlış bir önermedir.

d. $p(x,y)$: “ $2x + y = 9$ ”

Açık önermedir. Önerme değildir.

$p(2,5)$: “ $2 \cdot 2 + 5 = 9$ ”

Doğru bir önermedir.

$p(3,1)$: “ $2 \cdot 3 + 1 = 9$ ”

Yanlış bir önermedir.

Etkinlik – 60

$p(x)$: “ $x^2 + 2x - 5 \leq 0$ ”

$q(x,y)$: “ $x^2 + y < 0$ ”

$r(x,y,z)$: “ $x^2 - 2y < z + 3$ ”

a. $p(-4)$; Yanlış b. $p(0)$; Doğru

c. $p(2)$; Yanlış d. $q(1,-3)$; Doğru

e. $q(-3,5)$; Yanlış f. $q(-2,4)$; Yanlış

g. $r(-2,2,-1)$; Doğru h. $r(-5,4,3)$; Yanlış

Etkinlik – 61

a. $\zeta = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ b. $\zeta = \{0, 2\}$ c. $\zeta = \{2, 3\}$

e. $\zeta = \{(Pt, P), (S, Pt), (\zeta, S), (Pe, \zeta), (C, Pe), (Ct, C), (P, Ct)\}$

f. $\zeta = \{(0, 4), (1, 2), (2, 0)\}$

Etkinlik – 62

a. $\zeta = \{3, 4, 5\}$ b. $\zeta = \{-5, -4, -3, 3, 4, 5\}$

c. $\zeta = \{5\}$ d. $\zeta = \emptyset$

Etkinlik – 63

a. Yanlış b. Doğru c. Doğru d. Doğru

e. Yanlış f. Yanlış g. Yanlış h. Yanlış

i. Doğru j. Doğru

Etkinlik – 64

a. 1 b. 0 c. 1 d. 0 e. 0 f. 1

Etkinlik – 65

a. $E = \{x \mid x \text{ sakallıdır.}\}$;

$p(x)$: x dedendir. ;

$[\forall x \in E, p(x)]'$

- b. $E = \{x \mid x \text{ babayiğittir.}\};$
 $p(x) : x \text{ bu bileği büker};$
 $[\forall x \in E, p(x)]'$
- c. $E = \{x \mid x \text{ kuştur.}\};$
 $p(x) : x \text{'in eti yenir.};$
 $[\forall x \in E, p(x)]'$
- d. $E = \{x \mid x \text{ haftanın bir günüdür.}\};$
 $p(x) : x \text{ günü çalışırım.};$
 $[\forall x \in E, p(x)]'$

Etkinlik – 66

- a. “*Bazı günler ders çalışmam.*”
b. “*Her gün ders çalışırım.*”
c. “*Bazı günler ders çalıştığım doğru değildir.*”
veya “*Hiçbir gün ders çalışmam.*”
d. “*Her gün ders çalışırım.*”
e. “*Bazı günler ders çalışırım.*”
f. “*Her gün ders çalışmam.*”
g. “*Bazı günler ders çalışmam.*”
h. “*Bazı günler ders çalışırım.*”
i. “*Hiçbir gün ders çalışmam.*”
j. “*Her gün ders çalışırım.*”

Etkinlik – 67

- a. $\forall x, p(x);$ (0) b. $[\forall x, p(x)]';$ (1)
c. $\exists x, p(x);$ (1) d. $\exists x, p'(x);$ (1)
e. $\forall x, p'(x);$ (0) f. $\{[\forall x, p(x)]'\}';$ (0)
g. $[\exists x, p'(x)]';$ (0) h. $[\exists x, p(x)]';$ (0)
i. $[\forall x, p'(x)]';$ (1) j. $[\forall x, p(x)]';$ (1)

Etkinlik – 68

- a. 1 b. 0 c. 1 d. 1

Etkinlik – 69

- a. $p' : (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 1) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, |x| \leq 0)$
b. $q' : (\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x}{x} \neq 1) \vee (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 1)$
c. $r' : (\forall x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x^2} = x) \wedge (\exists x \in \mathbb{N}, x > x^2)$
d. $s' : (\exists x \in \mathbb{N}, 2x = 3) \Leftrightarrow (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 \neq 0)$
veya
 $s' : (\forall x \in \mathbb{N}, 2x \neq 3) \Leftrightarrow (\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 = 0)$

Etkinlik – 70

- a. “*Her sakallı deden değildir.*”
önermesi “*Her sakallının deden olduğu doğru değildir.*” anlamında olduğu için, olumsuzu
“*Her sakallı dedendir.*” olur.
b. “*Her babayiğit bu bileği büker.*”
c. “*Her kuşun eti yenir.*”
d. “*Her gün çalışırım.*”

Etkinlik – 71

- a. $p \equiv 1, q \equiv 0$
b. $E = \{x \mid x \text{ başarılı erkektir.}\}$
 $F = \{y \mid y \text{ kadındır.}\}$
 $p(x, y) : x \text{'in arkasında } y \text{ vardır.}$
 $\forall x, \exists y, p(x, y)$
c. $\exists y, \forall x, P(x, y)$
 $p : \text{“En az bir kadın vardır ki, her başarılı erkeğin arkasındadır.”}$
d. $p : \text{“Her başarılı erkeğin arkasında bir kadın vardır.”}$
 $p : \forall x, \exists y, p(x, y);$ $p' : \exists x, \forall y, p'(x, y)$
 $p' : \text{“En az bir başarılı erkeğin arkasında hiçbir kadın yoktur.”}$
 $q : \text{“En az bir kadın vardır ki, her başarılı erkeğin arkasındadır.”}$
 $q : \exists y, \forall x, p(x, y);$ $q' : \forall y, \exists x, p'(x, y)$
 $q' : \text{“En az bir kadının her başarılı erkeğin arkasında olduğu doğru değildir.”}$

Etkinlik – 72

$$\begin{aligned}
A \wedge B \Rightarrow C \\
&\equiv [p(a) \Rightarrow q(a)] \wedge p(a) \Rightarrow q(a) \\
&\equiv [p'(a) \vee q(a)] \wedge p(a) \Rightarrow q(a) \\
&\equiv \underbrace{[p'(a) \wedge p(a)] \vee [q(a) \wedge p(a)]}_{0} \Rightarrow q(a) \\
&\equiv [q(a) \wedge p(a)]' \vee q(a) \\
&\equiv q'(a) \vee p'(a) \vee q(a) \equiv 1
\end{aligned}$$

$A \wedge B$, C 'yi gerektirir.

Ayhan yardımseverdir.

Etkinlik – 73

$$E = \{x | x \text{ Türkiye'lidir.}\}$$

$p(x)$: x Rize'lidir.

$q(x)$: x yardımseverdir.

$q(m)$: Mert yardımseverdir.

$p(m)$: Mert Rize'lidir.

A : $\forall x, p(x) \Rightarrow q(x)$

B : $q(m)$

C : $p(m)$

$M \in E$ olduğundan

$\forall x, p(x) \Rightarrow q(x)$ önermesi doğru ise

$p(m) \Rightarrow q(m)$ önermesi de doğrudur.

Buna göre; A, B, C önermeleri,

A : $p(m) \Rightarrow q(m)$

B : $q(m)$

C : $p(m)$

biçiminde sembolleştirilir.

$$\begin{aligned}
A \wedge B \Rightarrow C \\
&\equiv \{[p(m) \Rightarrow q(m)] \wedge q(m)\} \Rightarrow p(m) \text{ olur.}
\end{aligned}$$

$p(m)=0$ iken $A \wedge B \Rightarrow C$ önermesinin de $q'(m)$ önermesine denk olduğu görülür.

$q'(m) \Rightarrow 0$ önermesi totoloji olmadığından,

$A \wedge B \Rightarrow C$ önermesi totoloji değildir.

$A \wedge B$ önermesi C önermesini gerektirmez.

“Mert Rize'lidir.” önermesinin doğru olması gerekmez.

Etkinlik – 74

$$E = \{x | x \text{ Türkiye'lidir.}\}$$

$p(x)$: x Rize'lidir.

$q(x)$: x yardımseverdir.

$q(g)$: Giray yardımseverdir.

$p(g)$: Giray Rize'lidir.

A : $\forall x, p(x) \Rightarrow q(x)$

B : $p'(g)$

C : $q'(g)$

Giray'ın Türkiye'li olduğunu düşünebiliriz.

A : $p(g) \Rightarrow q(g)$

B : $p'(g)$

C : $q'(g)$

$A \wedge B \Rightarrow C$

$$\equiv \{[p(g) \Rightarrow q(g)] \wedge p'(g)\} \Rightarrow q'(g) \text{ olur.}$$

$q'(g) \equiv 0$ iken $A \wedge B \Rightarrow C \equiv p(g)$ olduğu görülür.

$p(g) \Rightarrow 0$ önermesi totoloji olmadığından,

$A \wedge B \Rightarrow C$ önermesi totoloji değildir.

$A \wedge B$ önermesi C önermesini gerektirmez.

“Giray yardımsever değildir.” önermesinin doğru olması gerekmez.

Etkinlik – 75

A' : “Bardağın yarısının su ile dolu olduğu, doğru değildir.”

B' : “9-A sınıfının üç öğrencisinin son matematik dersine girmedeği, doğru değildir.”

veya

B' : “9-A sınıfında son matematik dersine girmeyen öğrenci sayısı üç değildir.”

C' : “8'den küçük olan doğal sayıların 4'ünün asal sayı olduğu doğru değildir.”

veya

C' : “8'den küçük olan doğal sayılardan, asal olanlarının sayısı 4 değildir.”

Etkinlik – 76

- a. Doğrusal olmayan üç noktanın belirttiği üç doğru parçasından oluşan şekle **üçgen** denir.
- b. Ortak noktaları bulunmayan **düzlemsel** iki doğruya **paralel doğrular** denir.
- c. Tanım kusursuzdur.
- d. Tanım kusursuzdur.
- e. Tanımını bilmediğiniz çok sayıda terim içerdiğinden, **anlaşıldığını sanmıyoruz**.
- f. 2 ile bölümü **bir tam sayıya eşit olan sayıya çift sayı** denir.

Etkinlik – 77

- a. ABC bir üçgen ve $|AB| < |BC| < |AC|$ ise $s(\hat{C}) < s(\hat{A}) < s(\hat{B})$ 'dir.
- b. $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \cdot b = 0$ ise $a = 0$ veya $b = 0$ 'dir.
- c. a tek sayı ve b tek sayı ise $a + b$ çifttir.
- d. ABC bir üçgen, $|AB| = |AC|$, $H \in |BC|$ ve $AH \perp BC$ ise $|BH| = |HC|$ 'dir.
- e. a tek sayı ve b tek sayı ise $a \cdot b$ tek sayıdır.

Yukarıda $p \Rightarrow q$ biçiminde ifade edilmiş teoremlerde p önermeleri hipotez, q önermeleri hükümdür.

Etkinlik – 78

- a. ABC bir üçgen ve $s(\hat{C}) < s(\hat{A}) < s(\hat{B})$ ise $|AB| < |BC| < |AC|$ 'dir.
Bu bir teoremdir.
- b. $a = 0$ veya $b = 0$ ise $a \cdot b = 0$ 'dir.
Bu bir teoremdir.
- c. $a + b$ çift sayı ise a tek sayı ve b tek sayıdır.
Bu bir teorem değildir.
- d. ABC bir üçgen, $H \in |BC|$, $AH \perp BC$ ve $|BH| = |HC|$ ise $|AB| = |AC|$ 'dir.
Bu bir teoremdir.
- e. $a \cdot b$ tek sayı ise a tek sayı ve b tek sayıdır.
Bu bir teorem değildir.

Etkinlik – 79

a. $p(n)$: " $n \in \mathbb{N}^+$; $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ "

İspat:

I. $p(1)$ doğru mu?

$$p(1): 2 \cdot 1 - 1 = 1^2 \text{ olur. } p(1) \text{ doğrudur.}$$

II. $p(k) \Rightarrow p(k+1)$ doğru mu?

En azından; $k = 1$ için doğru olduğunu bildiğimizden,

$p(k)$: $1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2$ eşitliğini doğru sayabiliriz. $p(k+1)$ 'in doğru olması,

$$p(k+1): "1 + 3 + 5 + \dots + (2k + 1) = (k + 1)^2"$$

olmasını gerektirir.

Doğru olduğunu varsaydığımız $p(k)$ eşitliğinden, doğru düşünerek, $p(k+1)$ eşitliğini elde edebilirsek, $p(k+1)$ eşitliğinin de doğru olduğunu göstermiş oluruz.

$p(k)$ eşitliğinde, iki tarafa $2k + 1$ ekleyelim.

$$\begin{aligned} 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) &= k^2 + 2k + 1 \\ \Rightarrow 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) &= (k + 1)^2 \\ \Rightarrow p(k + 1) &\text{ doğrudur.} \end{aligned}$$

O hâlde; $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $p(n)$ doğrudur.

$D = \mathbb{N}^+$ olur.

b. $q(n)$: " $n \in \mathbb{N}_7$; $3^n < n!$ "

İspat:

I. $q(7)$ doğru mu?

$$q(7): 3^7 < 7! \text{ olur. } q(7) \text{ doğrudur.}$$

II. $q(k) \Rightarrow q(k+1)$ doğru mu?

$$q(k): 3^k < k! \quad (1)$$

$q(k+1)$ 'in doğru olması $3^{k+1} < (k+1)!$ olmasını gerektirir.

$k \geq 7$ olduğundan $3 < k + 1$ 'dir. (2)

(1) ve (2) taraf tarafa çarpılabilir:

$$\begin{array}{l} 3^k < k! \\ x \quad 3 < k+1 \\ \hline 3^{k+1} < (k+1)! \end{array}$$

$q(k+1)$ doğrudur.

Öyleyse; $D = N_7$ olur.

Etkinlik – 80

a. " $2x+3=11$ " \Rightarrow " $2x=8$ " \Rightarrow " $x=4$ "
 \Rightarrow " $3x=12$ "
 \Rightarrow " $3x+2=14$ "

b. "a çift sayı ve b çift sayı"
 \Rightarrow " $a=2m$ ve $b=2n$ ($m, n \in \mathbb{Z}$)"
 \Rightarrow " $a \cdot b = 2m \cdot 2n$ "
 \Rightarrow " $a \cdot b = 4 \cdot m \cdot n$ "
 \Rightarrow " $a \cdot b = 4 \cdot k$ ($m \cdot n = k \in \mathbb{Z}$)"

c. "n çift" \Rightarrow " $n=2k$ ($k \in \mathbb{Z}$)"
 \Rightarrow " $n^2 = 4k^2$ ";
 "n tek" \Rightarrow " $n=2k+1$ ($k \in \mathbb{Z}$)"
 \Rightarrow " $n^2 = 4k^2 + 4k + 1$ "
 \Rightarrow " $n^2 = 4(k^2 + k) + 1$ "
 \Rightarrow " $n^2 = 4p + 1$ "

Etkinlik – 81

a. "(a ve b'den en az biri çift)"
 \Rightarrow "a tek ve b tek"
 \Rightarrow " $a=2k+1$ ve $b=2p+1$ ($k, p \in \mathbb{Z}$)"
 \Rightarrow " $a \cdot b = (2k+1) \cdot (2p+1)$ "
 \Rightarrow " $a \cdot b = 4kp + 2k + 2p + 1$ "
 \Rightarrow " $a \cdot b = 2(2kp + k + p) + 1$ "
 \Rightarrow " $a \cdot b = 2n + 1$ ($n \in \mathbb{Z}$)"
 \Rightarrow "a · b tek"

a ve b den en az biri çift olmasaydı a · b tek olacaktı.

a · b çift olduğuna göre, a ve b'den en az biri çifttir.

b. " $(x \neq 3)'$ " \Rightarrow " $x=3$ "
 \Rightarrow " $6x=18$ "
 \Rightarrow " $6x-3=15$ "

" $x=3$ " olsaydı, " $6x-3=15$ " olacaktı.

Hâlbuki, " $6x-3=27$ " dir.

O hâlde; " $x \neq 3$ " tür.

c. " $(5x+1=-14)'$ " \Rightarrow " $5x+1 \neq -14$ "
 \Rightarrow " $5x \neq -15$ "
 \Rightarrow " $x \neq -3$ "

" $5x+1 \neq -14$ " olsaydı, " $x \neq -3$ " olacaktı.

Hâlbuki; " $x = -3$ " tür.

O hâlde; " $5x+1 = -14$ " tür.

Etkinlik – 82

a. $p \wedge q' \equiv 0$ olduğunu göstereceğiz.
 $p \wedge q'$: " $(a \cdot b \text{ çift}) \wedge (a \text{ ve } b \text{ den en az biri çift})'$ "
 $\Rightarrow p \wedge q'$: " $(a \cdot b \text{ çift}) \wedge (a \text{ tek ve } b \text{ tek})$ "
 $\Rightarrow p \wedge q'$: " $(a \cdot b \text{ çift}) \wedge (a \cdot b \text{ tek})$ "
 $\Rightarrow p \wedge q' \equiv 0$

b. $p \wedge q'$: " $(6x-3=27) \wedge (x \neq 3)'$ "
 $\Rightarrow p \wedge q'$: " $(6x-3=27) \wedge (x=3)$ "
 $\Rightarrow p \wedge q'$: " $(6x=30) \wedge (x=3)$ "
 $\Rightarrow p \wedge q'$: " $(x=5) \wedge (x=3)$ "
 $\Rightarrow p \wedge q' \equiv 0$

c. $p \wedge q'$: " $(x=-3) \wedge (5x+1=-14)'$ "
 $\Rightarrow p \wedge q'$: " $(x=-3) \wedge (5x+1 \neq -14)$ "
 $\Rightarrow p \wedge q'$: " $(x=-3) \wedge (x \neq -3)$ "
 $\Rightarrow p \wedge q' \equiv 0$

Etkinlik – 83

a. $3^2 = 961$; $32^2 = 1024$

b. $3^2 - 7 \cdot 3 < 6$; $4^2 - 7 \cdot 4 < 6$; $5^2 - 7 \cdot 5 < 6$;
 $6^2 - 7 \cdot 6 < 6$

c. 64'ün 4'ten küçük olmayan bölenleri 4, 8, 16, 32, 64 tür. Her biri 4 ile bölünür.

Etkinlik – 84

a. 9 tektir ve asal değildir.

Önerme yanlıştır.

b. $(\sqrt{5})^2 + 2 = 7$ ve $\sqrt{5}$ tek değildir.

Önerme yanlıştır.

“Karesinin 2 fazlası tek olan tam sayılar tektir.”

önermesi doğru olurdu.

c. $2^2 < (-3)^2$ ve $2 > -3$

Önerme yanlıştır.

d. $x = 1$ için, $(5 - 2 \cdot 1 \neq 9) \Rightarrow (1 \neq 1) \equiv 0$

Önerme yanlıştır.