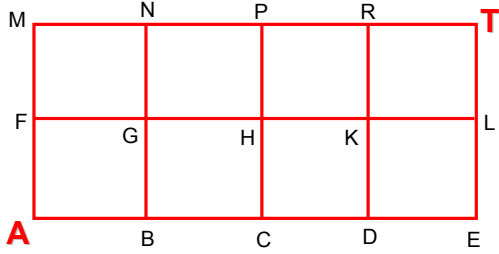


**Örnek Problem**

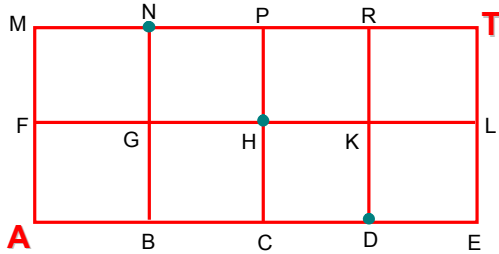


Şekil birim karelerden oluşmuştur.

Şekildeki A noktasından yola çıkan hareketli sağa ve yukarı yolları kullanarak T noktasına; T noktasından yola çıkan hareketli sola ve aşağı yolları kullanarak A noktasına gelecektir. Hareketliler aynı anda ve aynı hızla harekete başlıyorlar.

- a.** Her kavşakta yol seçenekleri eşit olasılıklı olduğuna göre, karşılaşmaları olasılığı kaçtır?
- b.** Karşılaşana kadar kullanabilecekleri güzergah seçenekleri eşit olasılıklı sayıldığına göre, karşılaşmaları olasılığı kaçtır?
- c.** A'dan T'ye güzergah seçenekleri eşit olasılıklı ve T'den A'ya güzergah seçenekleri eşit olasılıklı sayıldığına göre, karşılaşmaları olasılığı kaçtır?

**Çözüm**



Hareketliler aynı anda ve aynı hızla harekete başladıklarına göre, A ve T'den eşit uzaklıkta ki N, H ya da D noktalarında karşılaşabilirler.

**a. N'de karşılaşmaları olasılığı:**

A'dan yola çıkan AFMN, AFGN ve ABGN güzergahları ile;

T'den yola çıkan TRPN güzergahı ile N'ye gelir.

A'dan yola çıkan hareketli AFMN yolunda, A ve F kavşaklarında;

AFGN yolunda A, F, G kavşaklarında;

ABGN yolunda A, B, G kavşaklarında yol seçimi yapar.

A'dan N'ye  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  olasılıkla gelir.

T'den yola çıkan hareketli TRPN yolunda T, R, P kavşaklarında yol seçimi yapar.

T'den N'ye  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$  olasılıkla gelir.

N'de karşılaşmaları olasılığı,

$$P(N) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16} \text{ olur.}$$

**D'de karşılaşmaları olasılığı:**

Simetrik durum nedeniyle D'de karşılaşmaları olasılığı da,  $P(D) = \frac{1}{16}$  dir.

**H'de karşılaşmaları olasılığı:**

A'daki hareketli AFGH, ABGH ve ABCH yolları ile,  $3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$  olasılıkla H'ye gelir.

T'deki hareketli TRPH, TRKH ve TLKH yolları ile,  $3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$  olasılıkla H'ye gelir.

H'de karşılaşmaları olasılığı,

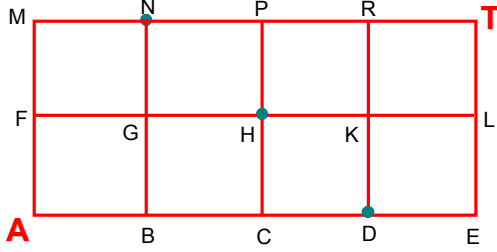
$$P(H) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64} \text{ olur.}$$

Buna göre; hareketlilerin **karşılaşmaları olasılığı,**

$$\begin{aligned} P(\text{Kar.}) &= P(N) + P(D) + P(H) \\ \Rightarrow P(\text{Kar.}) &= \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{9}{64} \\ \Rightarrow P(\text{Kar.}) &= \frac{17}{64} \end{aligned}$$

bulunur.

**b.**



Hareketliler aynı anda ve aynı hızla harekete başladıklarına göre, A ve T'den eşit uzaklıkta-ki N, H ya da D noktalarında karşılaşılabirler. A'dan yola çıkan hareketli karşılaşma noktalarına;

N'ye  $\frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$  farklı yol ile,

H'ye  $\frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$  farklı yol ile,

D'ye  $\frac{3!}{3!} = 1$  yol ile

olmak üzere, 7 farklı yoldan gidebilir.

Bunlar AFMN, AFGN, ABGN, AFGH, ABGH, ABCH, ABCD güzergahlarıdır.

Bu seçeneklerin nasıl eşit olasılıklı sayılabildiği, çeşitli yöntemlerle, kolayca açıklanabilir:

Örneğin; A'daki hareketli, bu 7 seçeneği ayrı ayrı kağıtlara yazıp kağıtları bir torbaya atar. Birini çeker. Çektiği güzergahtan gider.

Aynı düşünce ile, T'den yola çıkanın da karşılaşma noktalarına;

N'ye  $\frac{3!}{3!} = 1$  farklı yol ile,

H'ye  $\frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$  farklı yol ile,

D'ye  $\frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$  yol ile

olmak üzere, 7 farklı yoldan gidebileceği bulunur.

**N'de karşılaşmaları olasılığı,**

$$P(N) = P(A, N) \cdot P(T, N)$$

$$\Rightarrow P(N) = \left(3 \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \left(1 \cdot \frac{1}{7}\right) = \frac{3}{49};$$

**H'de karşılaşmaları olasılığı,**

$$P(H) = P(A, H) \cdot P(T, H)$$

$$\Rightarrow P(H) = \left(3 \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{7}\right) = \frac{9}{49};$$

**D'de karşılaşmaları olasılığı,**

$$P(D) = P(A, D) \cdot P(T, D)$$

$$\Rightarrow P(D) = \left(1 \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{7}\right) = \frac{3}{49} \text{ olup}$$

**karşılaşmaları olasılığı,**

$$P(\text{Kar.}) = P(N) + P(H) + P(D)$$

$$\Rightarrow P(\text{Kar.}) = \frac{3}{49} + \frac{9}{49} + \frac{3}{49}$$

$$\Rightarrow P(\text{Kar.}) = \frac{15}{49}$$

bulunur.

**C.** A'dan T'ye güzergah seçeneklerinin eşit olasılıklı ve T'den A'ya güzergah seçeneklerinin eşit olasılıklı sayılması, bu güzergahlardan birinin kura ile seçileceğini gösterir.

A'dan T'ye -ya da T'den A'ya- farklı güzergah seçeneklerinin sayısı  $\frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$  tir.

**A'dan yola çıkanın,**

N'den geçtiği güzergahların sayısı

$$n(\text{ANT}) = \frac{3!}{1! \cdot 2!} \cdot \frac{3!}{3!} = 3;$$

H'den geçtiği güzergahların sayısı

$$n(\text{AHT}) = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 9;$$

D'den geçtiği güzergahların sayısı

$$n(\text{ADT}) = \frac{3!}{3!} \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3 \text{ tür.}$$

## T'den yola çıkanın,

N'den geçtiği güzergahların sayısı

$$n(\text{TNA}) = \frac{3!}{3!} \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3 ;$$

H'den geçtiği güzergahların sayısı

$$n(\text{THA}) = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 9 ;$$

D'den geçtiği güzergahların sayısı

$$n(\text{TDA}) = \frac{3!}{1! \cdot 2!} \cdot \frac{3!}{3!} = 3 \text{ tür.}$$

Buna göre;

## N'de karşılaşmaları olasılığı,

$$P(\text{N}) = P(\text{ANT}) \cdot P(\text{TNA})$$

$$\Rightarrow P(\text{N}) = \left(3 \cdot \frac{1}{15}\right) \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{15}\right) = \frac{1}{25} ;$$

## H'de karşılaşmaları olasılığı,

$$P(\text{H}) = P(\text{AHT}) \cdot P(\text{THA})$$

$$\Rightarrow P(\text{H}) = \left(9 \cdot \frac{1}{15}\right) \cdot \left(9 \cdot \frac{1}{15}\right) = \frac{9}{25} ;$$

## D'de karşılaşmaları olasılığı,

$$P(\text{D}) = P(\text{ADT}) \cdot P(\text{TDA})$$

$$\Rightarrow P(\text{D}) = \left(3 \cdot \frac{1}{15}\right) \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{15}\right) = \frac{1}{25} \text{ olup}$$

## karşılaşmaları olasılığı,

$$P(\text{Kar.}) = P(\text{N}) + P(\text{H}) + P(\text{D})$$

$$\Rightarrow P(\text{Kar.}) = \frac{1}{25} + \frac{9}{25} + \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow P(\text{Kar.}) = \frac{11}{25}$$

bulunur.

## ÖNEMLİ NOT

Bazı öğretmenlerim, yol seçimlerinin kavşaklarda yapılabileceğini, dolayısıyla güzergah seçeneklerinin eşit olasılıklı olamayacağını düşünmektedirler.

Bu tamamen örnek uzayının nasıl tanımlandığı ile ilgilidir. Güzergah seçeneklerini ayrı ayrı kağıtlara yazıp torbaya atarak birini çeken hareketli, artık, kavşaklarda yol seçmez. Çektiği kağıttaki güzergah ne ise onu izler.

Güzergah seçeneklerinin eşit olasılıklı sayılması bu yaklaşımın sonucudur.

...

Bu durum yüzlerine 1, 1, 1, 2, 2, 3 yazılmış küpün bir kere atılması deneyinde, örnek uzayının  $E = \{1, 2, 3\}$  olarak alınması durumundan farklıdır. Bu küpte, yazdığımız örnek uzayı eş olumlu sayamayız. Ne yaparsak yapalım  $P(1) = P(2)$  olmasını sağlayamayız. Ama; güzergahları eşit olasılıkla seçmeyi sağlayabiliriz.

Önemli olan; istenenin açık bir ifade ile ortaya konulmasıdır.