

- (a) $y = \ln x$ eğrisi ile bu eğriye $x = e$ noktasından çizilen teğet doğrusunun x -ekseni ile oluşturduğu kapalı bölgenin alanını hesaplayınız. (Şekil çiziniz.)
- (b) Sınırı, $2x^2 + 9y^2 = 36$ elipsi olan bir havuz yapılacaktır. Bu havuzun x -eksenine dik kesitleri birer yarım daire olduğuna göre havuzun hacmini hesaplayınız. (Şekil çiziniz.)

$$y = mx + n \text{ (teğet)}$$

$$y = \ln x$$

$$y' = \frac{1}{x} = f'(x) \quad A(e, 1)$$

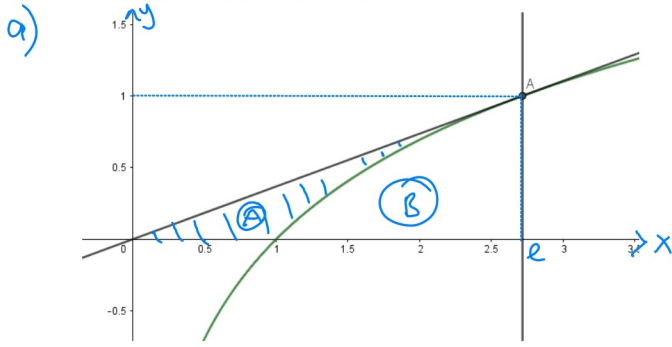
$$m = f'(e) = \frac{1}{e} = \frac{1}{e}$$

$$y = \frac{1}{e}x + n \quad A(e, 1) \text{ sağlar}$$

$$1 = \frac{1}{e} \cdot e + n$$

$$n = 0$$

$$y = \frac{1}{e}x \text{ (teğet doğrusu)}$$

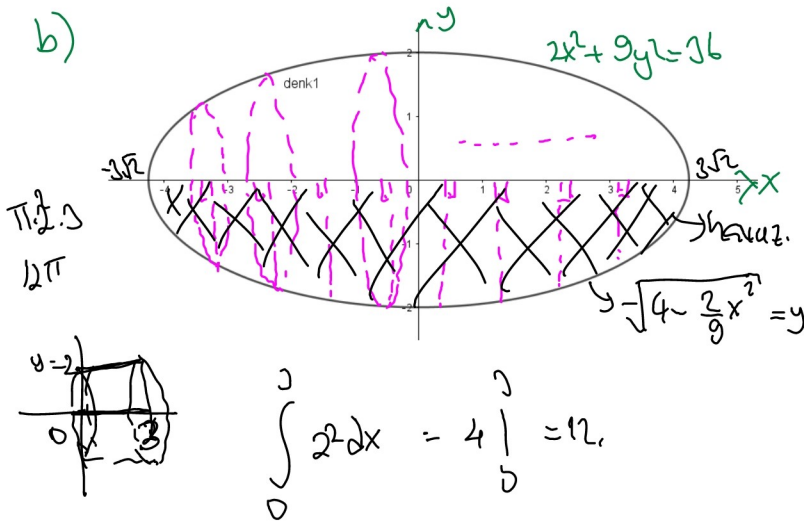


$$A + B = e \cdot \frac{1}{2} = \frac{e}{2} //$$

$$B = \int_1^e \ln x dx = x \ln x - x \Big|_1^e = e \cdot \ln e - e - (1 \cdot \ln 1 - 1) = 1 //$$

$$A + B = \frac{e}{2} \Rightarrow A + 1 = \frac{e}{2} \Rightarrow A = \frac{e}{2} - 1 //$$

b)



$$2x^2 = 36$$

$$x^2 = 18 = 9 \cdot 2$$

$$x_1 = 3\sqrt{2}$$

$$x_2 = -3\sqrt{2}$$

$$\int_{-3\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}} y^2 dx = \pi \int_{-3\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}} \left(4 - \frac{2}{9}x^2\right) dx$$

$$= \pi \left(4x - \frac{2}{9} \cdot x^2 \cdot \frac{1}{3} \Big|_{-3\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}}\right)$$

$$= \pi \left(4x \Big|_{-3\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}} - \left(\frac{2x^3}{27} \Big|_{-3\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}}\right)\right)$$

$$= \pi \left(24\sqrt{2} - \left(\frac{2}{27} \cdot 54 \cdot 2\sqrt{2}\right)\right)$$

$$= \pi \cdot 16\sqrt{2} //$$