

T.C  
MILLİ EĞİTİM BAKANLIĞI

# MATEMATİK DERSİ

## ÖĞRETİM PROGRAMI

(HAZIRLIK, 9,10,11 VE 12. SINIFLAR)



TÜRKİYE YÜZYILI  
MAARİF MODELİ

2024





# İÇİNDEKİLER

<b>1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI</b>	<b>4</b>
1.1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN TEMEL FELSEFESİ VE ÖZEL AMAÇLARI	4
1.2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN UYGULANMASINA İLİŞKİN ESASLAR	5
1.3. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN UYGULANMASI	
1.3.1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ TEMALARI, ÖĞRENME ÇIKTISI SAYILARI VE SÜRELERİ	10
1.3.2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ KİTAP FORMA SAYILARI VE KİTAP EBATLARI	13
1.4. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN YAPISI	14
1.5. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI	16
HAZIRLIK SINIFI	20
9. SINIF	43
10. SINIF	96
11. SINIF	132
12. SINIF	164

## 1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI

### 1.1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN TEMEL FELSEFESİ VE ÖZEL AMAÇLARI

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli; bireyin bütüncül gelişimini amaçlayan, köklü bir geçmişe sahip Türk millî eğitim sisteminin dijital çağa, modernleşmeye ve teknolojik gelişmelere duyarlılığını, yeri geldiğinde bu gelişmelere öncülük edebilme istek ve potansiyelini yansıtan bir anlayışla geliştirilmiştir. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nda, öğretim programlarının temel öğeleri, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin benimsediği ilke ve yaklaşımlarla bu modelin bileşenlerine göre şekillendirilmiştir.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin becerilerle ilgili bileşenleri; kavramsal beceriler (temel beceriler, bütünleşik beceriler ve üst düzey düşünme becerileri), sosyal-duygusal öğrenme becerileri (benlik becerileri, ortak/bileşik beceriler, sosyal yaşam becerileri), eğilimler, okuryazarlık becerileri ve alan becerilerinden oluşmaktadır. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*, bilgi edinim sürecine ek olarak bireylerin çağın gerektirdiği becerilerle donatılmasını hedeflemektedir. Program, matematik öğrenme süreçlerini destekleyen ve bu süreçlerle gelişen kavramsal beceriler ve matematik alan becerileri odağa alınarak hazırlanmıştır. Aynı zamanda bu becerilerin eğilimler, sosyal-duygusal öğrenme becerileri ve okuryazarlık becerileri ile etkileşim içinde gelişimi hedeflenmiştir. Öte yandan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin bütüncül eğitim anlayışına uygun biçimde *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* ile birey, çevre ve topluma ilişkin değerlerin desteklenmesi; matematik öğretme-öğrenme sürecinin bu değerlerle zenginleştirilerek bireye, topluma ve çevreye duyarlı bir niteliğe ulaşması hedeflenmektedir.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*; benimsenen model ve yaklaşım çerçevesinde matematik öğretme ve öğrenme sürecini ilgi çekici, etkileşimli hâle getirerek öğrencilerin öğrenmeye olan ilgilerini artırmayı; birey ve toplumun ihtiyaçlarını karşılamayı ve matematiği günlük yaşam deneyimlerinin bir parçası hâline getirmeyi hedeflemektedir. Ayrıca programda bireylerin eleştirel düşünme, problem çözme ve karar verme gibi üst düzey becerilerinin gelişimine de önem verilmektedir. Bu doğrultuda üretken, yenilikçi ve rekabet gücü yüksek bireylerin yetiştirilmesinde; ülkemizin gelişmişlik ve kalkınma hedeflerine ulaşılmasında matematik öğretme ve öğrenme sürecinden beklenen nitelik de göz önünde bulundurulmuştur.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*; matematiksel düşünmenin sistematik, rasyonel, analitik, tutarlı ve ilişkisel yapısı göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Öğrencilerin daha çok bilgi edinimi yerine matematiksel bilgiye ulaşmayı sağlayan becerilere sahip olmalarını, edindikleri bilgiler arasındaki ilişkileri sorgulayarak eski bilgileri ile yeni bilgilerini bir bütün olarak yapılandırabilmelerini ön planda tutan programda sadece işlemsel bilgiyi ve performansı destekleyen içerikler mümkün olduğunca sınırlı tutulmuştur. Öğrencilerin matematiksel dil ve sembolizmi etkin kullanarak problem çözmesi, çıkarım ve ispat yapması gibi matematiksel düşünmenin önemli bileşenlerine programın bütüncül yaklaşımı ile uyumlu bir şekilde yer verilmiştir. Bunun yanı sıra programda öğrencilerin bireysel ve grup içi sorumluluk alması teşvik edilerek öğrenmeye ilişkin eğilimlerinin ve sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. İçerik, bu hedefler bağlamında hem disiplinler arası hem de beceriler arası ilişkiler kurularak mümkün olduğunca gerçek yaşam gereksinimleri çerçevesinde yapılandırılmıştır. Öğretme-öğrenme uygulamalarında öğrenme kanıtlarını belirlemek için ölçme ve değerlendirme araçlarının sadece sonuç odaklı değil süreç odaklı olarak da işe koşulduğu bir program yaklaşımı benimsenmiştir.

1739 sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu'nun 2. maddesinde ifade edilen Türk Millî Eğitiminin Genel Amaçları ile Türk Millî Eğitiminin Temel İlkeleri esas alınarak hazırlanan *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'yla öğrencilerin

1. Matematik alan becerileri olan matematiksel muhakeme, matematiksel problem çözme, matematiksel temsil, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerilerini etkin bir şekilde işe koşabilmeleri,
2. Kavramsal, sosyal-duygusal öğrenme ve okuryazarlık becerilerini matematik alan becerileri ile bütüncül bir şekilde matematik öğrenmenin hem sürecine hem de sonuçlarına yansıtabilmeleri,
3. Edindiği becerileri işe koşarak matematiksel bilgiye ulaşabilmeleri, aynı zamanda bilgilerini beceriye dönüştürebilmeleri,
4. Matematik öğrenme ile ilgili eğilimlerinin farkında olmaları ve matematik öğrenme sürecinde eğilimlerini geliştirebilmeleri,

5. Edindiği değerleri matematik öğrenme sürecine yansıtılabilmeleri, matematik öğrenirken değerlerini geliştirebilmeleri,
6. Edindiği matematiksel bilgi, beceri, eğilim ve değerleri her türlü öğrenme sürecine, diğer derslere ve yaşamlarına yansıtılabilmeleri amaçlanmaktadır.

## 1.2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN UYGULANMASINA İLİŞKİN ESASLAR

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*, matematik alan becerileri ve kavramsal becerilerle bu becerilerin öncüsü niteliğindeki eğilimler esas alınarak hazırlanmıştır. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde yer verilen matematik alan becerileri, önemli oranda kavramsal beceriler üzerine inşa edilmiştir. Kavramsal beceri setinin karşılayamadığı durum veya süreçler için de matematiğe özgü alan becerileri tanımlanmıştır. Bu anlamda kavramsal becerilerle matematik alan becerilerinin sıkı bir etkileşimi söz konusu olup bu iki beceri türünün birbirinin gelişimini destekleyen yapısı ön plandadır. Bu modelde eğilimler, değerler, sosyal-duygusal beceriler ve okuryazarlık becerilerine de yer verilmiştir.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın* temel unsurları olan öğretme-öğrenme süreçleri ile ölçme ve değerlendirme faaliyetleri başta olmak üzere her türlü hedef ve süreç; kavramsal beceriler, alan becerileri, eğilimler, değerler, sosyal-duygusal beceriler ve okuryazarlık becerilerinin bir bütün olarak değerlendirildiği bir anlayışla işe koşulmalıdır. Bunlara ek olarak *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*, programlar arası bileşenlerden bireysel ihtiyaçları dikkate alan farklılaştırma sürecine kadar bir dizi bileşen içermektedir.

### 2.2.1. Programlar Arası Bileşenler

Benimsenen program modelinde programlar arası bileşenler; işe koşulan matematik alan becerilerini, kavramsal becerileri ve eğilimleri destekleyen sosyal-duygusal öğrenme becerileri, değerler, okuryazarlık becerileri, disiplinler arası ve beceriler arası ilişkiler olarak sınıflandırılmıştır.

Sosyal-duygusal öğrenme becerileri; bireyin, kendisi ve çevresi ile olumlu ilişkiler kurabilmesi, duygularını yönetebilmesi, empati yapabilmesi ve sağlıklı bir benlik geliştirebilmesi için gerekli becerileri ifade eder. Sosyal-duygusal öğrenme becerileri; temel beceriler, bütünleşik beceriler, üst düzey düşünme becerileri, eğilimler, alan becerileri ve okuryazarlık becerileri ile ilişkilidir. Bu beceriler; öğrencilerin akademik, kişiler arası ve kişisel gelişimlerini destekler niteliktedir. Sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin bu yaklaşımdaki rolü, en genel ifade ile hem başlı başına bir bileşeni oluşturan beceri seti hem de diğer becerilerin kullanılmasına aracılık eden veya bu becerilerin ortaya konmasını kolaylaştıran bir destekleyici olarak tanımlanabilir. Matematiğin soyut yapısı ve bireyin zihinsel faaliyetlerini öne çıkaran boyutu, matematik öğretme-öğrenme sürecinde sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin göz ardı edilmesine sebep olabilmektedir. Benimsenen bütüncül eğitim yaklaşımı çerçevesinde matematik öğretme-öğrenme sürecinin sosyal ve duygusal boyutu göz önünde bulundurulmalıdır. Bu sürecin sosyal-duygusal öğrenme becerilerini desteklediği ve sosyal-duygusal öğrenme becerileri olmadan gerçekleşmesinin mümkün olmadığı da dikkate alınmalıdır.

Değerler; etkileşimde olduğu insanları, yaşadığı toplumun dinamiklerini, çevresindeki doğal güzelliklerin değerini anlayan, çevresiyle dengeli ve düzeyli ilişkiler kuran, tarihî ve kültürel mirası koruyan, doğaya saygılı bireyler yetiştirmeyi amaç edinmektedir. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin bir bileşeni olarak değerler bireyin dengeli, ölçülü ve tutarlı; kendisine, ailesine, milletine ve dünyaya faydalı; üretken, ahlaklı ve çalışkan bir şekilde yetişmesi için yürütülen çabaların öğretim programlarına yansması olarak değerlendirilmelidir. Değerlerin bilgi, tutum ve davranış boyutlarında oluşturulması ve geliştirilmesi hedeflenmektedir. Matematik, bireye sağlamış olduğu düşünsel araçlarla değer edinimini sağlayan disiplinlerin başında gelmektedir. Kendisini ve çevresini kuşatan nesne, olay ve olguları anlamlandırmakta matematikten etkin şekilde yararlanabilen bireylerin söz konusu değerleri daha kolay benimseyeceği, koruyacağı ve geliştireceği göz önünde bulundurulmalıdır. Bu bağlamda değerler, *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın* hedeflediği beceriler ve içerik çerçevesi ile uyumlu bir biçimde matematik öğretme ve öğrenme sürecinin doğal bir bileşeni olarak değerlendirilmelidir.

Okuryazarlık becerileri, eğitim sisteminin hedeflediği yeterliklerin kazandırılmasına aracılık eden önemli değişkenlerdendir. Toplumsal yaşamın başarılı bir şekilde sürdürülmesinde bireylerin, haklarını kullanabilmeleri ve sorumluluklarını

yerine getirebilmeleri için çağın gereklerinden olan dijital okuryazarlık, finansal okuryazarlık, sürdürülebilirlik okuryazarlığı gibi alanlarda bilgi, beceri ve yetkinlik düzeylerinde eğitilmiş olmaları gerekmektedir. Matematik; sahip olduğu sembolik dil, görselleştirme araçları, işlem, akıl yürütme ve çıkarım süreçleri ile farklı bilim dalları ve teknoloji için sunmuş olduğu düşünsel ve yöntemsel araçlarla söz konusu okuryazarlık becerilerini destekleyen disiplinlerin başında gelmektedir. Matematik öğretme süreci ve öğrencilere sunulan matematik öğrenme ortam ve fırsatları, okuryazarlık becerilerini destekleyecek bir yapıda planlanmalıdır.

### 2.2.2. İçerik Çerçevesi

Yeni program modelinin bütüncül gelişim anlayışının bir yansıması olarak matematik dersi öğretim programları, ilköğretim ve ortaöğretim düzeyinde bilgi ve beceriler bağlamında bütüncül ve tutarlı bir yaklaşımla oluşturulmuştur. *İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın alana özgü içeriği ve geliştirmeyi hedeflediği beceriler, *Okul Öncesi Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın geliştirmeyi hedeflediği becerilere dayanmaktadır. Benzer şekilde *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*, bilgi ve beceriler bağlamında *İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın, *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* ise *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın devamı niteliğindedir. Her bir düzeyde hangi bilgi ve becerilere ne şekilde yer verilmesi gerektiği belirlendikten sonra bu bilgi ve becerilerin hem önceki yılların programı hem de ilerleyen yılların programları ile ilişkilerinin açık ve tutarlı bir şekilde yapılandırılması amaçlanmıştır. Bu anlamda matematik dersi öğretim programlarının her birinin kendi içinde bir bütün olarak değerlendirilmesi gerektiği gibi farklı düzeylerin matematik dersi öğretim programları ile bütünlüğü de göz önünde bulundurulmalıdır. Öğretmenlerden, öğretme-öğrenme süreçlerini tasarlarken sadece kendi programının bilgi ve becerileriyle ilgili amaç ve içeriği değil, diğer düzeylerin matematik programlarının bilgi ve becerileriyle ilgili amaç ve içeriği de incelemeleri ve Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin bütüncül hedeflerini gerçekleştirmeyi sağlayacak bir matematik öğretimi anlayışıyla hareket etmeleri beklenmektedir.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın içeriği, "tematik bir yaklaşım"la oluşturulmuştur. Her bir tema; matematiğe özgü beceri, konu, fikir, kavram ve işlem ilişkilerinden oluşan bütüncül bir yapı olarak düşünülebilir. Bu anlamda *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın tematik yapısında matematiğin alt alanları veya öğrenme alanları olarak nitelendirilen içerik yapısı yerine beceri ve bilgi bütünlüğünü daha iyi yansıtan öbekler ön plandadır. Bu yaklaşıma paralel olarak *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* şu temalardan oluşmaktadır:

"Sayılar", "Nicelikler ve Değişimler", "Algoritma ve Bilişim", "Geometrik Şekiller", "Eşlik ve Benzerlik", "Geometrik Cisimler", "İstatistiksel Araştırma Süreci", "Veriden Olasılığa", "Sayma, Algoritma ve Bilişim", "Analitik İnceleme", "Değişimin Matematiği" ve "Hazır Veriler Üzerinde Çalışma".

Öğretme ve öğrenme sürecinin programın amaçları ile uyumlu bir biçimde planlanabilmesi için temaların tasarımındaki temel düşüncelere yönelik olarak öğretmenlerin bir farkındalığa sahip olması esastır.

Her bir tema belli bir bilgi ve beceri bütünlüğünü yansıtan "öğrenme çıktıları" etrafında organize edilmiştir. Öğrenme çıktıları; temanın sonunda öğrencinin ulaşması beklenen, alana ilişkin kavram, yöntem ve işlem bilgileri ile becerileri bir arada sunan öğretimsel amaçlar olarak düşünülebilir. Öğrenme çıktıları belirlenirken kavramsal beceriler ve matematik alan becerilerinin belirttiği eylemlerin yanı sıra bu becerileri oluşturan "süreç bileşenleri" de öğrenme çıktısına rehberlik edecek şekilde belirlenmiştir. Beceri edinimi süreci, bazı eylemlerin sistematik, bilinçli ve istekli bir şekilde işe koşulmasını gerektirmektedir. Bu bağlamda hedeflenen öğrenme çıktılarına ulaşmak için becerilerin süreç bileşenlerinin titizlikle işe koşulması, matematik öğretme-öğrenme ortamlarının her bir öğrencinin ilgili süreç bileşenlerini deneyimlemesini sağlayacak şekilde tasarlanması beklenmektedir.

Temaların içerik çerçevesindeki ikinci önemli bileşeni, içerikle ilgili "genellemeler"dir. Matematiksel kavramların, işlemlerin ve becerilerin matematik öğretme-öğrenme süreçlerine yansıtılmasına rehberlik eden bu genellemeler; tema ile ilgili ana fikirler olarak da düşünülebilir. Bu ana fikirler, öğretmenin temanın bilgi ve beceri hedefini etkin şekilde çerçevelemesini ve öğretme ve öğrenme sürecini uygun pratikler ve kararlarla yürütmesini desteklemektedir. Program tasarımında her bir tema ile ilgili sınırlı sayıda ve tema çerçevesinde belirli oranda gerçekleştirilebilir genellemelere yer verilmiştir. Bazı genellemeler bir temanın kapsamı ile sınırlıyken bazıları ancak benzer temalar etrafında 2-3 yıl boyunca

sunulacak öğretim faaliyetlerinin bir ürünüdür. Bu anlamda pek çok genelleme, “büyük fikirler” olarak düşünülmeli ve kısa vadede ölçme ve değerlendirmenin bir ögesi olarak ele alınmamalıdır.

Temaların içerik çerçevesindeki bir diğer bileşen “anahtar kavramlar”dır. İçerikte yer verilecek anahtar kavramlar, her bir temada ayrı ayrı listelenmiştir. Anahtar kavramlar, temanın matematiksel kavram ve bilgiler bağlamındaki kapsamını belirtmekte ve bu anlamda temanın içeriği ve sınırları hakkında bilgi sunmaktadır. Anahtar kavramlar, öğrenme çıktılarında belirtilen bilgi ve beceri bütünlüğünden farklı bir şekilde ele alınmamalı; anahtar kavramların öğretimine yönelik, öğrenme çıktılarında belirtilenlerin dışında bir süreç planlanmamalıdır.

### 2.2.3. Öğretme-Öğrenme Yaşantıları

Matematiksel bilgiler kendi içinde belli bir hiyerarşiye veya ardıllık-öncüllük ilişkisine sahiptir. Matematik öğretme ve öğrenme sürecinin de matematiğin bu kendine özgü yapısını dikkate alması beklenir. Örneğin tam sayıların anlamlandırılabilmesi için doğal sayıların anlamlandırılması, çarpma işleminin anlamlandırılabilmesi için öncelikle toplama işleminin anlamlandırılması gerekir. Bu noktada “temel kabuller bağlamı”nda her bir tema ile ilgili öğretme ve öğrenme faaliyetleri planlanırken öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgilerin ve becerilerin neler olduğu belirlenmeli, öğrencilerin bu bilgi ve beceriler bağlamındaki hazır bulunuşlukları değerlendirilmeli, varsa eksik veya hatalı öğrenmelerinin giderilmesi için uygun çalışmalar planlanmalıdır. Bu süreç, aynı zamanda öğrencilerin temaya sosyal ve duygusal açıdan da hazır olmalarını sağlamak için bir gereklilik olarak görülmelidir.

Programda öğrencilerin hazır bulunuşluklarının dikkate alınarak hareket edilmesi, öğretme ve öğrenme sürecinin başında “ön değerlendirme” yapılması önemsenmektedir. Ayrıca hem öğrencilerin ön bilgileriyle yeni öğrenmeleri arasında bağlantı kurulması hem de öğrenilenlerin günlük yaşamla ilişkilendirilmesi amacıyla öğrenmeler arasında “köprü kurulması” beklenmektedir.

Programda disiplinler arası ilişkiler kurularak öğrencilerin farklı disiplinlerde sahip oldukları bilgi ve becerileri işe koşmaları sağlanmış, hangi beceriler arasında ilişki kurulabileceği vurgulanmıştır. Bu bağlamda hem “disiplinler arası” hem de “beceriler arası” ilişki kurulması önemsenmektedir.

Günümüzde matematik disiplinini etkileyen değişim ve dönüşümler; matematik dersine özgü bilgi, beceri, değer ve eğilimlerin farklılaşmasına, önem sırasının değişmesine sebep olmaktadır. Alana özgü beceriler, kavramsal beceriler, eğilimler, sosyal-duygusal öğrenme becerileri, değerler ve okuryazarlık becerileri gibi programın tüm bileşenlerinin öğrenme yaşantılarında ilgili bağlam içinde bütünleştirilerek verilmesi beklenmektedir. Bu anlamda yeni öğretim programlarının önemli bileşenlerinden birisi, “öğretme-öğrenme uygulamaları”dır. Öğrenme çıktılarının ilgili becerinin süreç bileşenlerine dayalı olarak nasıl işe koşulacağını açıklayan öğretme-öğrenme uygulamaları bilgi, beceri, eğilim ve değerler bütünlüğü içinde düşünülmelidir. Programda öğretme-öğrenme uygulamaları, öğrenme çıktıları; alana özgü beceriler, kavramsal beceriler, eğilimler, sosyal-duygusal öğrenme becerileri, değerler ve okuryazarlık becerileri bütünleştirilerek yapılandırılmıştır. Öğrenme yaşantılarında ilgili bağlam temelinde alan becerileri ve kavramsal becerilerin tüm bileşenlerinin ardışık bir şekilde uygulanmasına dikkat edilmelidir. Becerilerin süreç bileşenleri; aynı zamanda bir veya birden fazla beceriyi, eğilim veya değeri destekler niteliktedir. Temaların öğretme-öğrenme uygulamaları planlanırken becerilerin süreç bileşenlerini zenginleştiren, öğretme-öğrenme faaliyetlerinin anlam ve kalıcılığını destekleyen, konuya özgü beceriler, eğilimler ve değerler belirlenerek öğretmene bunların uygun şekilde işe koşulması ile ilgili göstergeler sunulmuştur. Becerilerin süreç bileşenlerine eşlik eden söz konusu farklı beceri, eğilim ve değerler ayrı veya bağımsız bir öğretme-öğrenme süreci gibi düşünülmemelidir; matematik dersinin doğal bileşeni olarak ele alınmalıdır. Örneğin *Veriye Dayalı Araştırma Teması*’nda verilerin korunması ve gizliliği, mahremiyet değeri ve veri okuryazarlığı ile etkin şekilde ilişkilendirilebilir. Söz konusu süreç, öğrencinin toplumsal normlar bağlamında sosyal farkındalık becerisinin desteklenmesi için bir fırsat olarak da görülebilir. Benzer şekilde öğretme-öğrenme uygulamaları; matematik tarihinden örnek olay, kişi ve bu örnek olay ya da kişilerin çalışmaları ile de desteklenebilir. Örneğin Öklid’in 5. postulatına ilişkin farklı dönemlerde farklı matematikçilerin yaptığı çalışmalar incelenirken öğrencilerden Nasirüddini Tusi ile Ebu Cafer el-Hazin’in bu konudaki çalışmalarını araştırmaları da istenebilir. Böylelikle öğrencilerin matematik tarihi aracılığıyla merak ve öz güven eğilimleri desteklenebileceği gibi kültürel mirasa sahip çıkma değerleri de geliştirilebilir.

#### 2.2.4. Öğrenme Kanıtları (Ölçme ve Değerlendirme) Uygulamalarının Yapılandırılması

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*nda öğrencilerin öğrenmelerini destekleyecek ve sistematik olarak öğrencilere geri bildirim verilmesini sağlayacak bir ölçme ve değerlendirme yaklaşımı benimsenmiştir. Bu yaklaşımda öğrencilerin bilgi ve becerilerinin gelişimini izleme ve değerlendirmenin yanı sıra matematiğe yönelik eğilimlerinin, sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin, okuryazarlık becerilerinin ve değerlerinin gelişiminin gözlenmesi de programın bütüncül yaklaşımı açısından önemlidir.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*nda tamamlayıcı ölçme araçları kullanılarak öğrencilere bilgi düzeyleri, eksiklikleri veya kavram yanlışları hakkında dönütler sağlanması hedeflenmektedir. Bu süreçte kullanılan ölçme araçları, geri bildirim esasına dayalı olarak öğretme-öğrenme sürecine yukarıda belirtilen farklı boyutlarda katkıda bulunacak şekilde tercih edilmelidir.

#### 2.2.5. Farklılaştırma

Öğrenme çıktıları bağlamında öğrencilerin ulaşması beklenen bilgi ve beceriler aynı olsa da her öğrencinin ilerleme hızı, süreçte ihtiyaç duyduğu bilgi ve beceriler bir diğerine göre farklı olabilmektedir. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*nda bu durum “farklılaştırma” bağlamında ele alınmaktadır. Farklılaştırmanın bir boyutu olan “zenginleştirme”, daha karmaşık ve soyut bilgileri daha hızlı şekilde anlamlandırabilen ve programda hedeflenen bilgi ve becerileri daha etkin şekilde işe koşabilen öğrencilere yönelik olarak tasarlanmıştır. Zenginleştirme faaliyetlerinde söz konusu öğrencilerin içerik çerçevesinden kopmadan öğrenmelerini derinleştirmelerine imkân verecek içerikler, yöntemler ve süreçlerle ilgili açıklamalara yer verilmiştir. Bu anlamda zenginleştirme faaliyetlerinde disiplin içi ilişkilendirmelerin yanı sıra disiplinler arası ilişkilendirmeler ve gerçek yaşam uygulamaları ön plandadır. Öğrencilerin performans görevleri doğrultusunda teknolojiyi ve dijital platformları etkin bir şekilde kullanarak dijital içerikler üretebilecekleri öğrenme fırsatlarının oluşturulmasına ilişkin öneriler de zenginleştirme bağlamında sunulmaktadır.

Farklılaştırmanın diğer boyutu olan “destekleme”, programın hedeflediği bilgi ve becerilere ulaşmada daha fazla somut örnek, günlük yaşam bağlamı, somut materyal desteği ve görselleştirmeye ihtiyaç duyan öğrencilere yönelik olarak tasarlanmıştır. Destekleme faaliyetleri ile programın hedeflediği bilgi ve becerilerden ödün vermeden söz konusu öğrencilerin ihtiyaç duydukları uygulamalara, kullanılabilir araç, gereç ve teknolojiye, sınıf içinde yürütülecek grup çalışmaları ile sağlanacak akran öğrenmelerine ve öğretmenin süreçteki rolüne vurgu yapılmaktadır.

Öğretmenlerden hem zenginleştirme hem de destekleme faaliyetlerini bireysel farklılıklara duyarlı bir biçimde, kapsayıcı bir anlayışla gerçekleştirmesi beklenmektedir. Bu faaliyetlerin, uygun şartlar sağlandığında her öğrencinin matematiği öğrenebileceği prensibini açık ve kararlı bir şekilde ortaya koymasının programın hedeflerine ulaşmasındaki rolü göz önünde bulundurulmalıdır.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde benimsenen yaklaşım ve *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın yukarıda açıklanan bileşen ve esaslarına ek olarak aşağıdaki uygulama esasları göz önünde bulundurulmalıdır.

1. Ortaöğretim Matematik dersinin öğretme-öğrenme süreçlerinin planlanması, öğretme-öğrenme uygulama ve yaşıntılarının tasarlanması, ölçme değerlendirme süreçlerinin planlanması, hazırlanacak materyal ve kitap yazım süreçleri için referans kaynak olarak kullanılacaktır. Tüm eğitim ve öğretim süreçleri ile kitap ve materyallerin tasarım süreci “Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortak Metni”nde yer alan öğrenci profilinin hayata geçirilmesine hizmet edecek şekilde planlanmalı ve yürütülmelidir. Tüm eğitim ve öğretim süreçleri; Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli ile hedeflenen öğrenci profiline uygun, millî ve manevî değerlerimizi tanıyan, geçmiş ve bugün arasında bağlantı kurarak geleceğe yön veren, yetkin ve erdemli öğrencilerin yetiştirilmesine hizmet edecek şekilde planlanmalı ve yürütülmelidir.
2. Türkçenin doğru ve etkili kullanımına, öğrencilerin söz varlığının ve dil becerilerinin geliştirilmesine özen gösterilmelidir.
3. Öğrencilerin etkin katılımının sağlandığı bir öğrenme ortamı ve düşüncelerin özgürce paylaşılabilirdiği, sosyal-duygusal becerilerin gelişiminin desteklendiği bir sınıf iklimi oluşturulmalıdır.



4. Araştırma ve inceleme, matematiksel ürün, yöntem ve süreç tasarlama gibi faaliyetler; disiplinler arası ve bağlam temelli bir yaklaşımla zümre öğretmenler kurulu tarafından planlanmalı ve işletilmelidir.
5. Temaların işleniş sırası ve temalara ayrılan süre, öğretim programında belirlenmiştir. Bununla birlikte zümre öğretmenleri, öğrenci düzeylerini ve çevresel şartları dikkate alarak planlamalarını yapmalıdır.
6. Bilgi ve beceriler içerik çerçevesiyle yeni anlamlı bütünlük oluştururken programlar arası bileşenler (sosyal-duygusal öğrenme becerileri, değerler, okuryazarlık becerileri), öğrenmenin anlamlı bir parçası hâline getirilmelidir. Değer, eğilim, okuryazarlık ve sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin notla değerlendirilmesi gerekmeyecek şekilde birlikte öğrencinin gelişimini değerlendirmek amacıyla performans görevleri, ödev gibi ölçme ve değerlendirme araçlarında ve dereceli puanlama anahtarlarında dikkate alınan ölçütler arasında bu program bileşenlerine de yer verilmelidir.
7. Programda yer alan öğretme-öğrenme yaşantıları; öğrencilere bütüncül bir bakış açısı kazandıran, kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesine hizmet eden, farklı öğretim yöntem ve teknikleri ile disiplinler arası ilişkileri işe koşturan, kapsamlı bir çerçevede sunulmalıdır. Kitap yazımı sürecinde öğrenme yaşantılarında verilen içerikler dışında güncel içeriklere ve farklı ilişkilendirmelere de yer verilmelidir.
8. Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri ve öğrenmedeki bireysel farklılıkları göz önünde bulundurularak öğrenme çıktılarıyla tutarlı olan farklı öğretim materyalleri (bilgi notu, sunum, etkinlik, çalışma kâğıtları, proje, okuma parçaları vb.) yapılandırılmalı ve kullanılmalıdır. Öğretim materyalleri hazırlanırken zümre öğretmenleriyle ve diğer branşlarda çalışan öğretmenlerle iş birliği yapılmalıdır.
9. Ölçme ve değerlendirme yöntemleri; öğrencilerin yeteneklerine, ihtiyaçlarına ve özel durumlarına göre çeşitlendirilmelidir. Bilgi ve becerilerin ölçülmesi ve değerlendirilmesinde ilgi çekici, günlük yaşamla ilgili, uzak ya da yakın çevrede karşılaşılabilecek problemlere dair görevler verilmeli; öğrenciye yönelik yargısal nitelik taşımayan ve onu güdüleyen geri bildirimler sağlanmalı; dijital teknolojilerden ve oyunlardan yararlanılmalıdır.
10. Zenginleştirme ve/veya destekleme bölümünde yer verilen içeriklere ders kitaplarında yer verilmeyecek olup bunlar sadece e-içerik olarak sunulabilir. Zenginleştirme ve/veya destekleme uygulamaları, ihtiyaç hâlinde öğrencilerin bireysel gereksinimlerine cevap verebilecek şekilde planlanmalıdır.
11. Öğretim programında matematiğin gelişimine önemli katkı sağlamış kişilere ve çalışmalarına yer verilmektedir. Bu kişilerin biyografi ve çalışmalarının bilgi notu veya ezbere bilinmesi gereken bilgiler olarak sunulmasından kaçınılmalı, matematiğe katkıları ve ortaya koydukları eserlerin özellikleri gerçekçi ve programın hedeflediği bilgi, beceri ve değerleri destekleyecek şekilde ele alınmalıdır.
12. Fen liselerinde zenginleştirme bölümünde öneri olarak verilen içeriklerin işlenmesinin zorunlu olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.

## 1.3. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN UYGULANMASI

## 1.3.1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ TEMALARI, ÖĞRENME ÇIKTISI SAYILARI VE SÜRELERİ

ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ SINIFLARA GÖRE TEMALAR				
Hazırlık Sınıfı	9. Sınıf	10. Sınıf	11. Sınıf	12. Sınıf
MAT.H.1. Sayma ve Algoritma	MAT.9.1. Sayılar	MAT.10.1. Nicelikler ve Değişimler	MAT.11.1. Nicelikler ve Değişimler	MAT.12.1. Nicelikler ve Değişimler
MAT.H.3. Algoritma ve Bilişim	MAT.9.2. Nicelikler ve Değişimler	MAT.10.2. Sayma, Algoritma ve Bilişim	MAT.11.2. Geometrik Şekiller	MAT.12.2. Değişimin Matematiği
MAT.H.1. Nicelikler ve Değişimler	MAT.9.3. Algoritma ve Bilişim	MAT.10.3. Geometrik Şekiller	MAT.11.3. İstatistiksel Araştırma Süreci	MAT.12.3. Geometrik Şekiller
MAT.H.4. Geometrik Şekiller	MAT.9.4. Geometrik Şekiller	MAT.10.4. Analitik İnceleme		MAT.12.4. Hazır Veriler Üzerinde Çalışma
MAT.H.5. İstatistiksel Araştırma Süreci	MAT.9.5. Eşlik ve Benzerlik	MAT.10.5. İstatistiksel Araştırma Süreci		
	MAT.9.6. Geometrik Cisimler	MAT.10.6. Veriden Olasılığa		
	MAT.9.7. İstatistiksel Araştırma Süreci			
	MAT.9.8. Veriden Olasılığa			

## HAZIRLIK SINIFI MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER	3	20	18,52
2	SAYMA VE ALGORİTMA	1	20	18,52
3	GEOMETRİK ŞEKİLLER	1	32	29,63
4	İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	5	6	5,56
5	ALGORİTMA VE BİLİŞİM	1	26	24,07
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA*	-	4	3,70
<b>TOPLAM</b>		<b>11</b>	<b>108</b>	<b>100,00</b>

## 9. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	SAYILAR(1)	4	30	13,89
2	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER	3	24	11,11
3	GEOMETRİK ŞEKİLLER	1	14	6,48
4	EŞLİK VE BENZERLİK	5	34	15,74
5	SAYILAR(2)	3	26	12,04
6	ALGORİTMA VE BİLİŞİM	3	16	7,41
7	İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	2	32	14,81
8	VERİDEN OLASILIĞA	2	12	5,56
9	GEOMETRİK CİSİMLER	2	18	8,33
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA*	-	10	4,63
<b>TOPLAM</b>		<b>25</b>	<b>216</b>	<b>100,00</b>

## 10. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	GEOMETRİK ŞEKİLLER	4	42	19,44
2	İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	2	28	12,96
3	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER	6	66	30,56
4	SAYMA, ALGORİTMA VE BİLİŞİM	2	28	12,96
5	ANALİTİK İNCELEME	2	24	11,11
6	VERİDEN OLASILIĞA	2	18	8,33
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA*	-	10	4,63
	<b>TOPLAM</b>	<b>18</b>	<b>216</b>	<b>100,00</b>

## 11. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	2	36	16,67
2	GEOMETRİK ŞEKİLLER	5	62	28,70
3	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER(1)	2	36	16,67
4	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER(2)	4	36	16,67
5	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER(3)	2	36	16,67
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA*	-	10	4,63
	<b>TOPLAM</b>	<b>15</b>	<b>216</b>	<b>100,00</b>

## 12. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (1)	2	16	7,41
2	NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (2)	3	18	8,33
3	DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (1)	4	34	15,74
4	DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (2)	3	34	15,74
5	DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (3)	2	34	15,74
6	HAZIR VERİLER ÜZERİNDE ÇALIŞMA	1	36	16,67
7	GEOMETRİK ŞEKİLLER	3	34	15,74
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA*	-	10	4,63
<b>TOPLAM</b>		<b>18</b>	<b>216</b>	<b>100,00</b>

\* Zümre Öğretmenler Kurulu tarafından ders kapsamında yapılması kararlaştırılan; okul dışı öğrenme etkinlikleri, araştırma ve gözlem, sosyal etkinlikler, proje çalışmaları, yerel çalışmalar, okuma çalışmaları vb. çalışmalar için ayrılan süredir. Çalışmalar için ayrılan süre eğitim öğretim yılı içinde planlanır ve yıllık planlarda ifade edilir.

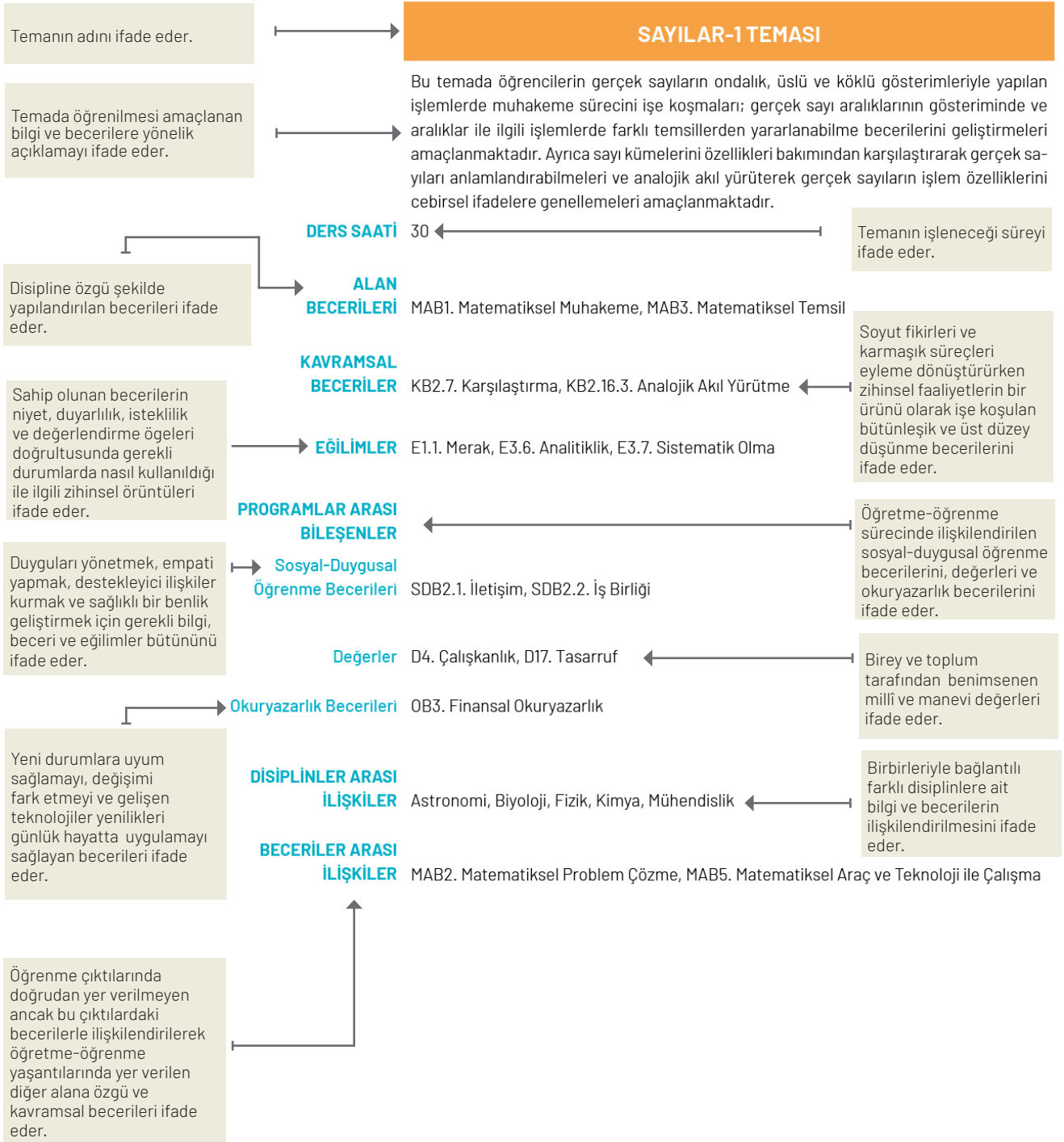
## 1.3.2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ KİTAP FORMA SAYILARI VE KİTAP EBATLARI

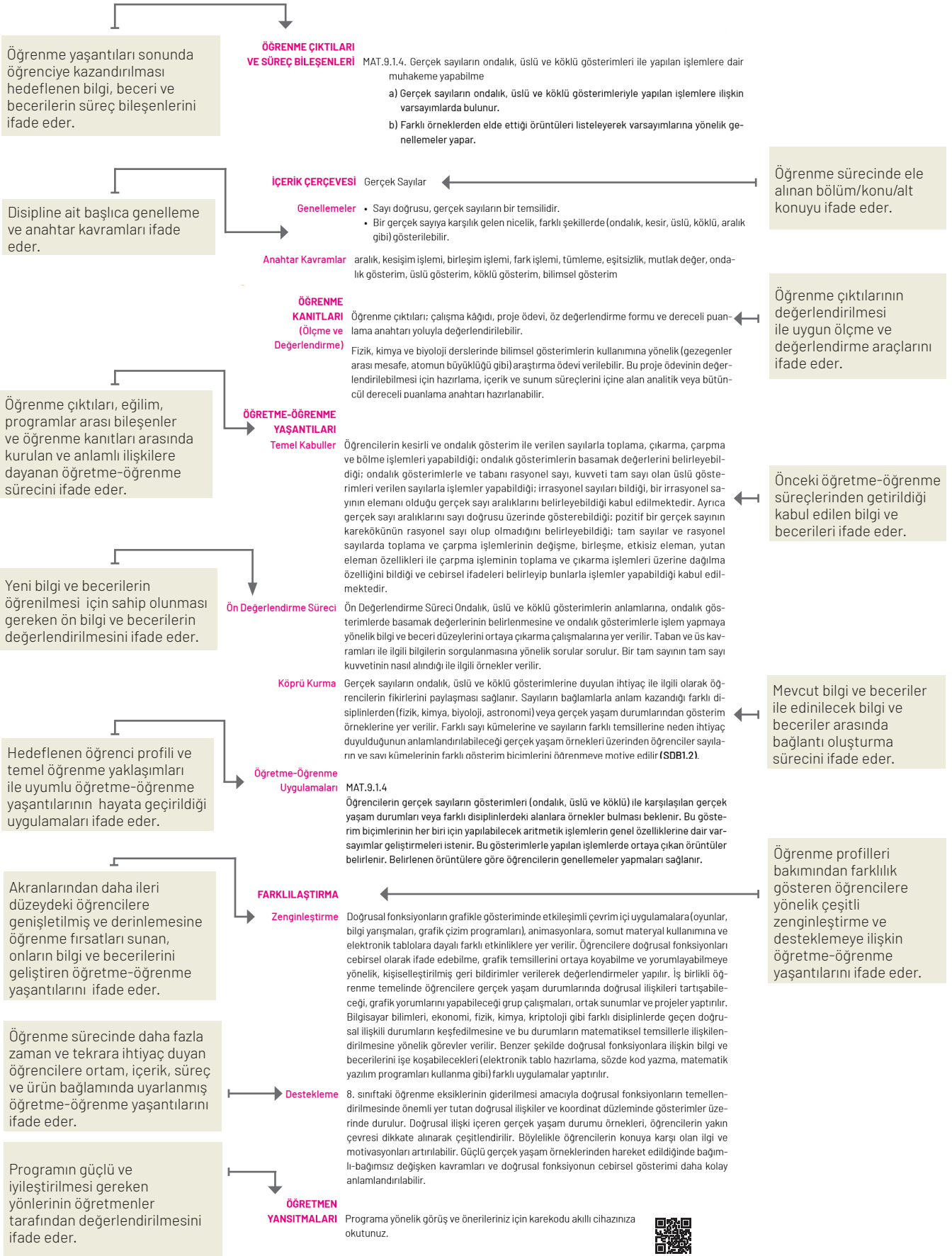
DERS KİTABI	FORMA SAYISI**	KİTAP EBADI
HAZIRLIK	15	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 9	26	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 10	22	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 11	22	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 12	24	19,5 cm X 27,5 cm

\*\* Forma sayıları üst sınır olarak verilmiş olup daha az da olabilir.

## 1.4. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN YAPISI

Tema temelli yaklaşımla hazırlanan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı hazırlık sınıfında 3 ders saati, 9, 10, 11 ve 12. Sınıflarda ise 6 ders saati uygulanacak şekilde planlanmıştır. Programda her sınıf düzeyi için tema isimleri "2.3.1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ SINIFLARA GÖRE TEMALAR" başlığında gösterilmiştir. Temaların işleniş sırası, içerdiği öğrenme çıktı sayıları ve temaların süreleri ise "2.3.2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ TEMALARIN İŞLENİŞ SIRASI, ÖĞRENME ÇIKTI SAYILARI VE SÜRE TABLOSU" başlığında sunulmuştur.





## 1.5. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI

İçerik tasarımında kavramsal beceriler ile matematik alan becerilerini temel alan *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın geliştirmeyi amaçladığı 5 alan becerisi aşağıdaki gibidir.

- Matematiksel muhakeme,
- Matematiksel problem çözme,
- Matematiksel temsil,
- Veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme,
- Matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma.

Bu alan becerilerinden her biri, matematiksel düşünmeden ve matematik öğretiminden beklenen bireysel veya toplumsal faydanın önemli bir boyutunu yansıtmaktadır. Bu anlamda öğretim programlarında veya alan yazında tanımlanan pek çok matematiksel beceri bu programda temel alınan alan becerilerinin bir bileşeni olarak işe koşulmuştur.

Matematiksel muhakeme becerisi; çözümlenme, yorumlama, çıkarım yapma, matematiksel doğrulama ve/veya ispat yapma şeklinde dört ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Örüntü arama, genelleme, tahmin etme, önerme sunma, farklı temsillerden yararlanma, ilişkilendirme gibi pek çok matematiksel beceriye muhakeme becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Matematiksel problem çözme; çözümlenme, yorumlama, matematiksel çözümler geliştirme, yansıtma şeklinde dört ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Sezgiye ve deneyime dayalı olarak stratejiler geliştirerek bu stratejileri işe koşabilme, problemin çözümü ve işe koşulan stratejiyi farklı açılardan değerlendirebilme ve matematiksel modellemeyi kullanabilme gibi matematiksel becerilere problem çözme becerisinin süreç bileşenleri altında yer verilmiştir. Ayrıca problem kurma becerisine temalarda vurgu yapılmamış olup bu beceri problem çözme becerisinin yansıtma bileşeni altında ele alınmıştır. Problem kurma becerisi; problem çözme deneyiminin gözden geçirilmesi, deneyime dayalı çıkarımlar yapılması ve ulaşılan çıkarımların değerlendirilmesi ile ilişkili olmasından dolayı programda ayrı bir beceri olarak yer almamıştır.

Matematiksel temsil becerisi; matematiksel temsillerden yararlanma, matematiksel temsilleri değerlendirme şeklinde iki ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Matematiksel temsilleri tanıyıp kullanabilme, görselleştirme, temsiller aracılığı ile matematiksel iletişim kurabilme gibi matematiksel becerilere matematiksel temsil becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisi; istatistiksel problemi belirleme, verileri toplama ve düzenleme, bulgulara ulaşma, bulguları yorumlama şeklinde dört ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. İstatistiksel sorular oluşturarak bu sorulara cevap bulmak amacıyla verileri toplayabilme, verileri analiz edebilme, verileri görselleştirebilme, verileri ilişkilendirip yorumlamayabilme ve istatistiksel çıkarım yapabilme gibi pek çok beceriye veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerisi; matematiksel araç ve teknolojiden yararlanma, değerlendirme şeklinde iki ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Başta pergel, cetvel ve çizgeç (ölçüsüz cetvel) kullanarak çizim ve inşa yapabilme becerisinden, matematik öğrenme sürecinde uygun teknolojik araçların özelliklerini tanıyıp etkin şekilde kullanmaya ve kullanılan farklı araçları karşılaştırıp değerlendirebilmeye kadar pek çok beceriye matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Programın öğrenme çıktıları bu alan becerilerinin yanı sıra pek çok kavramsal becerinin süreç bileşenleri dikkate alınarak belirlenmiştir. Beceri temelli program yaklaşımının bir gerekliliği olarak öğrenme çıktılarının belirlenmesinde önceki programlarda beceriler matematiksel içeriğin altında ele alınırken yeni bağlamda beceriler matematiksel içeriğin belirlenmesinde kullanılmıştır. Yine bu yaklaşımın bir gerekliliği olarak matematiksel bilgiler kavramsal ilişkililik, birey için anlamlılık ve matematik öğretiminin amaçları açısından faydalılık gibi ölçütler açısından değerlendirilmiş, bu ölçütleri sağlamayan matematiksel içeriklere programda yer verilmemiştir. Bu anlamda daha yalın, tutarlı ve beceri gelişimini destekleyen bir içerik yapısı kurgulanmıştır.



Belirlenen içeriklerin becerilerle buluşturularak öğrenme çıktılarının oluşturulmasında *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nin amacı ve tematik yapısının yanı sıra *İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nin öğrenme çıktıları da dikkate alınmıştır. Bu anlamda söz konusu programların matematiksel içeriğinin yanı sıra geliştirmeyi amaçladığı becerilerin kapsamı da göz önünde bulundurulmuştur. Örneğin daha çok muhakeme becerisinin ilk üç bileşeninin ön planda olduğu *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'na oranla *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nda daha fazla matematiksel doğrulama ve/veya ispat yapma bileşenine yer verilmiştir. Bu anlamda farklı düzeylerin programları arasında yalnızca matematiksel içerikler bağlamında değil aynı zamanda beceriler bağlamında da kademeli bir gelişim ve derinleşme amacı gözetilmiştir.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nda yer alan temaların öne çıkan özellikleri, içerikleri ve öğrenme çıktılarına ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir.

#### 2.4.1. “Sayılar”, “Nicelikler ve Değişimler”, “Algoritma ve Bilişim”, “Sayma, Algoritma ve Bilişim” Temaları

Sayılar, cebir ve fonksiyonlarla ilgili kavram ve işlemlerin beceri gelişimi odaklı bir yaklaşımla ele alındığı bu temalar; 9. sınıftan 12. sınıfa kadar birbiri ile ilişkili bir biçimde oluşturulmuştur. 9. sınıfta yer alan Sayılar teması gerçek sayılar, tam sayılar ve asal sayıları kapsamaktadır. Temanın gerçek sayılarla ilgili bölümünde ortaokul 8. sınıfta kavramsal düzeyde yer verilen gerçek sayıların özellikleri ile ondalık, üslü ve köklü gösterimlerine, bunlarla ilgili işlemlere yer verilmekte ve gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar için bir temel oluşturulmaktadır. Tam sayılarda ise bir sayının asal çarpanları, katları ve bölenleri ile bölünebilme kurallarına yönelik çıkarım ve genellemelere yer verilerek öğrencilerin ilkökulda ve ortaokulda edindikleri aritmetik bilgi ve becerilerin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Temada matematiksel muhakeme ve matematiksel temsil becerileri ön planda olup bu becerilere ek olarak matematiksel problem çözme ve matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerilerinin de işe koşulması söz konusudur.

9. sınıfta ayrıca doğrusal fonksiyonların incelendiği *Nicelikler ve Değişimler* teması yer almaktadır. 8. sınıfta doğrusal fonksiyonların koordinat düzlemindeki grafikleri ile yapılan çalışmaların devamı niteliğinde olan bu temada gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x$  doğrusa referans fonksiyonunun özellikleri, bu fonksiyondan  $f(x)=ax+b$  şeklindeki fonksiyonların türetilmesi ve nitel özelliklerinin incelenmesi yer almaktadır. Bu temada matematiksel muhakeme ve matematiksel problem çözme becerileri ön planda olup bu becerilerin matematiksel temsil ve matematiksel araç ve teknolojiden yararlanma becerileri ile iç içe bir şekilde işe koşulması beklenmektedir. Doğrusal fonksiyonla ilgili yapılan çalışmaların ve ilgili becerilerin lisenin diğer sınıflarında aynı yaklaşımla sürdürülmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda gerçek sayılarda tanımlı referans fonksiyonların hem bir fonksiyon ailesinin üretici hem niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini inceleme aracı hem de bir problem çözme aracı olduğu göz önünde bulundurulmuştur. Bu yaklaşım çerçevesinde, gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlarla sınırlı kalınmakta ve 12. sınıfta yer alan *Değişimin Matematiği* teması için sağlam bir temel oluşturulmaktadır. *Nicelikler ve Değişimler* teması kapsamında 10 ve 11. sınıfta fonksiyon olma şartlarına,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$ , trigonometrik, üstel ve logaritma referans fonksiyonlarından türetilen fonksiyonlara ve bunların nitel özelliklerine,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  ve üstel fonksiyonların ters fonksiyonlarına yer verilmektedir. 11. sınıfta bu fonksiyonların bileşkeleri ve dört işlem özellikleri sunulurken 12. sınıfta diziler ile polinom ve rasyonel fonksiyonlara yer verilmiştir. Tüm sınıf düzeylerinde denklem ve eşitsizlikler fonksiyonlarla ilişkilendirilmiş ve fonksiyonlar problem çözme ve modelleme aracı olarak ön planda tutulmuştur.

Değişimleri fonksiyonlar aracılığıyla incelemenin en etkili matematiksel yöntem ve araçlarını oluşturan limit ve türev kavramları ile uygulamalarına 12. sınıfta *Değişimin Matematiği* teması altında yer verilmiştir. Temada özellikle türev kavramı kapsamlı bir şekilde ele alınmış, matematiksel muhakeme bağlamında türevle ilgili yorum ve çıkarımlara problem çözme uygulamalarında önem verilmiştir.

Gerek *Sayılar* teması gerek *Nicelikler ve Değişimler* teması gerekse *Değişimin Matematiği* teması, matematiksel dil ve sembolizm ile mantık bağlaçlarının ve niceleyicilerin etkin bir şekilde kullanımını destekleyecek şekilde planlanmıştır. Mantık ve kümeler bağlamında işe koşulan temel kavram ve işlemlere, matematiğin yalın, tutarlı ve ihtimamlı dilini ve yöntemlerini yansıtabilecek şekilde bu temalar içindeki çalışmalarda yer verilmiştir. Kümeler sadece gerçek sayı aralıkları bağlamında bir araç olarak ele alınmıştır.

Programda sayılar, cebir ve fonksiyonlarla yakından ilişkili diğer temalar 9. sınıf *Algoritma ve Bilişim* teması ile 10. sınıf *Sayma, Algoritma ve Bilişim* temasıdır. Bu temalar altında yer verilen çalışmalar, *İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nin algoritma ile ilgili öğrenme çıktılarının bir devamı niteliğindedir. Program; algoritmik düşünmenin matematiksel düşünme ile

ilişkisinden hareketle matematiksel muhakeme, matematiksel temsil, matematiksel problem çözme ve matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerileri bağlamında algoritmik düşünmeden etkin bir şekilde yararlanabilmeyi amaçlamaktadır. Algoritmik bir dil ve yaklaşımla matematiksel problem çözebilme becerisinin odağında hazırlanan bu temalarda, 9. sınıfta öğrencilerin algoritmik yapılar içindeki mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri çözümlayebilmeleri, bunların kullanımına yönelik edindikleri deneyimleri farklı matematiksel görev ve problemlere yansıtılabilmeleri amaçlanmaktadır. 10. sınıfta ise saymanın temel ilkeleri, faktöriyel, sıralama, seçme gibi sayma kavramları algoritma ile ilişkilendirilerek işe koşulmaktadır. Ayrıca temada cebirsel ve fonksiyonel işlemlerin algoritma diliyle ifade edilmesine yer verilmiştir.

#### 2.4.2. “Geometrik Şekiller”, “Eşlik ve Benzerlik”, “Geometrik Cisimler”, “Analitik İnceleme” Temaları

*Geometrik Şekiller* teması ortaöğretimin tüm seviyelerinde yer almaktadır. Bu temada 9. sınıf seviyesinde üçgende temel elemanlar (açı, kenar), 10. sınıf seviyesinde üçgende yardımcı elemanlar (iç açıortay, dış açıortay, yükseklik, kenarortay, kenar orta dikme), üçgen eşitsizliği, üçgen çeşitleri, iç ve dış teğet çember, çevrel çember, trigonometrik oranlar, sinüs kosinüs teoremleri, 11. sınıf seviyesinde çokgenler (içbükey ve dışbükey çokgen, düzgün çokgen), dörtgenler (dörtgen çeşitleri) ve bunların özellikleri (köşegen, simetri), 12. sınıf seviyesinde çember ve elemanları (açı, giriş ve teğet) incelenmiştir. Bu tema bağlamında ilkokulda çözümlenme, yorumlama becerilerine ortaokulda ise daha çok yorumlama ve çıkarım yapma becerilerine odaklanılmıştır. Bu programda öğrencilerin önceki seviyelerde edindikleri geometrik şekil bilgileri formal biçimde ele alınarak daha çok doğrulama ve ispat yapma becerileri öne çıkarılmıştır. *Geometrik Şekiller* teması matematiksel muhakeme ve matematiksel problem çözme alan becerileri ve çıkarım yapma, sınıflandırma, yapılandırma, çözümlenme bütünlük becerileri odağında tasarlanmıştır. Bu beceriler aynı zamanda matematiksel temsil, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma alan becerileri ile de ilişkilendirilmiştir.

9. sınıfta yer alan *Eşlik ve Benzerlik* temasında geometrik dönüşümlere, üçgenlerde eşlik ve benzerlik için gerekli olan asgari koşullara, benzerlik oranına, bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturmaya, Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlamaya ve bu teoremleri problem durumlarında kullanmaya yönelik içerikler yer almaktadır. Ortaokul seviyesinde öteleme ve yansıma dönüşümleri mevcutken bu sınıf seviyesinde dönme dönüşümüne yer verilmiştir. Ayrıca dönüşümlerle eşlik kavramı arasında ilişkilendirmeler yapılmıştır. Bununla birlikte bu temada birçok geometrik doğrulama ve ispat benzerlik fikri kapsamında ele alınmıştır. *Geometrik Şekiller* temasına benzer şekilde matematiksel muhakeme ve matematiksel problem çözme odağında hazırlanan *Eşlik ve Benzerlik Teması*, yine diğer alan becerileri ve farklı kavramsal becerilerle ilişkili biçimde ele alınmıştır.

9. sınıf *Geometrik Cisimler* temasında ise dik prizma ve dik dairesel silindirin özellikleri, yüzey alanı ve hacim bağıntılarından yararlanılarak dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin özellikleri ile yüzey alanı ve hacim bağıntılarının elde edilmesine yer verilmiştir.

10. sınıfta yer alan *Analitik İnceleme* teması cebir ve geometri ile ilgili önceki çalışmaların bir ortak noktası olarak tasarlanmıştır. Bu temada öğrencilerin ortaokul seviyesinde öğrendikleri koordinat düzleminde nokta belirleme ve doğrusal fonksiyon grafiği çizme bilgilerinin üzerine analitik düzlemi tanıyıp analitik düzlemde uzaklık ve doğruların birbirine göre konumlarını doğrusal fonksiyonlar konusunda edindikleri bilgilerle ilişkili biçimde incelemeleri beklenmektedir. Bu anlamda tema, matematiksel temsil becerisi odağında hazırlanmış; matematiksel problem çözme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerileriyle ilişkilendirilmiştir.

#### 2.4.3. “İstatistiksel Araştırma Süreci”, “Veriden Olasılığa” ve “Hazır Veriler Üzerinde Çalışma” Temaları

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*’nın tüm seviyelerinde istatistiksel araştırma süreci bütüncül bir yapıda ele alınmıştır. Tüm sınıf seviyelerinde istatistiksel araştırma sürecinin adımlarına (istatistiksel problemi belirleme, verileri toplama ve düzenleme, bulgulara ulaşma, bulguları yorumlama) yer verilmiştir.

Ortaokul seviyesinde öğrenciler, betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma sorularına odaklanmıştır. Ortaöğretim düzeyinde ise öğrencilerin betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma sorularının yanı sıra ilişkisel araştırma soruları ile de çalışmalar yapmaları hedeflenmiştir. Benzer şekilde ortaokulda kendi topladığı veya öğretmenin sunduğu veri setleri üzerinden istatistiksel araştırma sürecini yönetirken bu programda buna ek olarak hazır veri setlerini eleştirel gözle değerlendirmeleri istenmiştir. Ayrıca farklı temsil biçimleri ile verileri analiz ederek elde edilen bulgular

üzerinden veriler arası ve veriler ötesi yorumlamalara yer verilmiştir. Bunun yanında öğrencilerin verilere dayalı çıkarım yapmaları beklenmektedir. *İstatistiksel Araştırma Süreci* temasına 9, 10 ve 11. sınıflarda yer verilmiştir. 9. sınıfta bu tema kapsamında nicel veri dağılımlarına, 10. sınıfta iki kategorik değişkenli veri dağılımlarına, 11. sınıfta iki nicel değişkenli veri dağılımlarına yer verilmiştir. Bu dağılımlarda evren, örneklem, değişebilirlik, ilişkililik, histogram, kutu grafiği, standart sapma, beş sayılı özet ve bu temsilleri inceleme, sonuç çıkarma, tahminde bulunma, iki yönlü tablo, sütun grafikleri, koşullu görel sıklıklar, tablo, serpm diyagramı (saçılım grafiği), bölgelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin gerçek yaşamlarında karşılarına çıkan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve tahminleri eleştirel bir bakış açısıyla tartışabilme becerisinin gelişimine de önem verilmiştir. 12. sınıfta ise öğrencilerin 9, 10 ve 11. sınıfta öğrendikleri bilgilerden hareketle toplumsal ve bilimsel durumlara ilişkin hazır veri ile çalışabilmeleri ve hazır veriye dayalı karar verebilmeleri için istatistiksel araştırma tasarımları yapmaları istenmektedir.

*Veriden Olasılığa* temasında 9. sınıfta bileşik olaylar üzerinde durulmuş ve olay, deney, çıktı, örnek uzay, bileşik olay, deneysel olasılık, teorik olasılık konularına; 10. sınıfta ise bağımlı olay, bağımsız olay, koşullu olasılık ve Bayes teoremine yer verilmiştir.

*Veriden Olasılığa* teması hariç tüm temalarda matematiksel alan becerilerinden veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisi işe koşulmuştur. *Veriden Olasılığa* temasında ise özel olarak bir alan becerisine yer verilmemiş; gözleme dayalı tahmin edebilme, tümevarımsal akıl yürütebilme, çıkarım yapabilme ve mevcut veriye/bilgiye dayalı tahmin edebilme bütünleşik becerilerine yer verilmiştir. Tüm temalarda diğer alan becerileri ile bütünleşik beceriler ilişkilendirilmiştir.

## HAZIRLIK

## ALGORİTMA VE BİLİŞİM TEMASI

Bu temada öğrencilerin sayı örüntülerini genellemeleri ve şifreli metinleri çözebilmeleri için tümevarım yöntemi ile akıl yürütebilmeleri, şifreli metinler oluşturmaları için ise analogik olarak akıl yürütebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 26

**ALAN  
BECERİLERİ** -

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.16.1. Tümevarımsal Akıl Yürütme, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.11. Özgün Düşünme

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D9. Mahremiyet, D14.Saygı, D16.Sorumluluk, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.H.1.1. Sayı örüntülerine yönelik tümevarımsal akıl yürütebilme

- a) Sayı örüntülerinin terimleri arasındaki ilişkileri gözlemler.
- b) Sayı örüntülerinin terimleri arasındaki ilişkileri belirler.
- c) Belirlediği ilişkileri sözel ya da cebirsel olarak geneller.

MAT.H.1.2. Şifreli metinleri çözebilmek için tümevarımsal akıl yürütebilme

- a) Şifreli metinlerdeki ilişkileri gözlemler.
- b) Şifreli metinlerdeki örüntüleri belirler.
- c) Belirlediği örüntüleri sözel ya da cebirsel olarak geneller.

MAT.H.1.3. Şifreli metinler oluşturabilmek için analogik akıl yürütebilme

- a) Farklı şifreleme yöntemlerini inceler.
- b) İncelediği şifreleme yöntemlerinin niteliklerini tespit eder.
- c) Benzerlikleri kullanarak yeni şifreler oluşturur.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ**

Sayı Örüntüleri, Şifreleme Yöntemleri

**Genellemeler**

- Sayı örüntüleri, şifreli metinlerin temelini oluşturur.

**Anahtar Kavramlar**

kriptoloji, şifreleme, sayı örüntüsü, genelleme

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, proje ödevi, öz ve akran değerlendirme formları yoluyla değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam durumlarına ilişkin sayı örüntülerinin araştırılması ve bu sayı örüntülerindeki ilişkilerin belirlenip örüntülerin sözel ya da cebirsel olarak genellenebilmesine yönelik proje ödevi verilebilir. Proje ödevi, hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içeren derecelendirme ölçeği ile değerlendirilebilir.

Şifrelemede kullanılan sayı örüntüsü ilişkilerinin ve bu sayı örüntülerinin genel terimlerinin cebirsel temsilinin bulunmasının istendiği çalışma kâğıdı hazırlanabilir. Çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Sınıf içi yapılan tartışmalar, öz ve akran değerlendirme formları kullanılarak değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin bir doğal sayının çarpanlarını ve katlarını belirleyebildiği; bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarını bildiği; doğal sayılarda bölünebilme kurallarını kullanarak işlemler yapabildiği; iki doğal sayının ortak bölenlerini ve ortak katlarını belirleyebildiği; örüntü, terim ve cebirsel ifade kavramlarını bildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin doğal sayıların ve tam sayıların özellikleri, bölme algoritması, doğal sayılarda bölünebilme kuralları ve cebirsel ifadelerle ilgili bilgi ve becerilerinin belirlenmesi amacıyla açık uçlu sorular sorulabilir. Öğrencilere farklı sayı ve şekil örüntülerinde verilmeyen terimleri bulma, örüntüyü devam ettirme ve örüntünün cebirsel kuralını bulmaya yönelik çalışmalar yaptırılabilir.

**Köprü Kurma** Ardışık sayılar, ardışık tek/çift sayılar gibi belli özelliğe sahip sayı örüntülerinin incelendiği sınıf içi tartışmalar yapılabilir (**E1.1**). Bu tür sayılara (üçgensel, karesel sayılar gibi) karşılık gelen şekiller incelenebilir. Gerçek yaşamda (belirli aralıklarla tutulan nöbetler gibi) örüntü içeren farklı durumlarla karşılaşılabildiği fark ettirilir.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

#### **MAT.H.1.1**

Gerçek yaşam durumlarına karşılık gelen ve sonlu sayıda terim içeren bir sayı örüntüsü verilir. Bu örüntüye göre örüntünün bir sonraki adımında hangi sayının gelebileceği ve bu sayının nasıl bulunabileceğiyle ilgili sınıf içi tartışmalar yapılır. Örneğin bir ayın ilk günü nöbete başlayan ve her 5 günde bir nöbet tutan bir kişinin 4. nöbetini ayın kaçınıcı gününde tutacağı, bir istasyondan 15 dakikada bir geçen tramvayın gün içinde ilk kez saat 08.00'de bu istasyondan geçtiği düşünülüğünde aynı istasyondan saat kaçta 6. kez geçeceği gibi gerçek yaşam durumları incelenebilir. Öğrenciler, problemin çözümü ile ilgili bireysel düşüncelerini sınıfta paylaşmaları konusunda teşvik edilir (**SDB2.1**). Farklı yapıdaki örüntüler verilerek örüntünün terimleri arasındaki ilişkiler (ortak fark, ortak çarpan, bir teriminin diğer terimler cinsinden ifade edilmesi gibi) hakkında çıkarımda bulunmaları için öğrencilere fırsat verilir. Çıkarımlar sonucunda örüntünün terimleri arasındaki ilişkilerin belirlenmesi sağlanır. Terimler arasındaki ilişkiler sözel ve cebirsel olarak genellenir (**MAB3**). Örneğin örüntünün ardışık terimleri arasındaki farkın ya da oranın sabit olduğu genellemesi yapılabilir. Sayı örüntülerinin bulunduğu çalışma kâğıtları dağıtılarak öğrencilerden örüntülerin genel terimlerini cebirsel olarak ifade etmeleri beklenir. Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir (**SDB1.2**). Ödevin zamanında ve eksiksiz teslim edilmesi beklenir (**D16**).

#### **MAT.H.1.2**

Öğrencilerin kriptoloji bilimi hakkındaki bilgileri ve düşünceleri sorgulanır. Kriptoloji biliminin kullanıldığı alanlar ve önemi hakkında (devletlerin sırlarını şifreleyerek ulusal güvenliği korumak gibi) sınıf içi tartışma yapılır (**D19, E1.1**).

Seçilen şifreli metinler harflerden, sembollerden veya sayılardan oluşabilir. Şifreli metinleri çözme (deşifre etme) problemlerinin çözümleriyle ilgili sınıf içi tartışma yapılır. Öğrencilerin problemlerin çözümleriyle ilgili önce bireysel olarak düşünmesine fırsat verilir (**SDB3.3**). Sonrasında öğrenciler kendilerine özgü düşüncelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir (**MAB2, E3.11, SDB2.2**). Bu süreçte öğrencilerden şifreli metinlerdeki örüntüleri incelemeleri ve ardındandeşifre etmeleri istenir. Örneğin alfabenin harfleri sıfırdan başlanarak numarandırılıp belli bir kurala göre ileri ya da geri ötelenerek şifreli metinler elde edilebilir. Benzer şekilde alfabedeki harflerin kullanım sıklıkları dikkate alınarak oluşturulmuş şifrelemeler incelenebilir. Öğrencilerden farklı şifreli metinleri inceleyerek bu metinlerideşifre etmeleri istenebilir. Sonrasında şifreli metinlerin nasıldeşifre edilebildiğine dair bir genelleme yapmaları istenir (**SDB3.3, MAB1**). Harf, sayı, sembol ve şekillerden oluşan şifreli metinlerin görselliği üzerinde tartışmalar yapılabilir (**OB4**). Şifreli metinlerin bulunduğu çalışma kâğıtları dağıtılarak öğrencilerin bu metinlerideşifre etmeleri beklenir. Şifreli metinlerin özellikle bilgisayar biliminde kullanımı üzerine tartışılabilir. Bu sayede verilerin gizliliğini teminat altına almada şifrelemenin önemli bir araç olduğu vurgulanarak kişisel verilerin mahremiyetini sağlamadaki önemi üzerinde durulur (**D9**).

**MAT.H.1.3**

Önceden bilinen algoritmalara göre oluşturulmuş şifreli metinler incelenir. Bölme işleminden elde edilen kalana göre oluşturulan şifreleme örnekleri gibi farklı şifreleme yöntemleri kullanılan metinlerin incelenmesi sağlanır. Örneğin "A, B, C, ... , Z, nokta, virgöl, tırnak işareti, boşluk" gibi 33 sembolden oluşan bir metinde harfler kodlanırken A harfi için 00, B harfi için 01, ... , boşluk için 32 sayısı atanabilir. Harflere karşılık gelen her bir sayının 6 fazlasının 33'e bölümünden kalanların alfabe'deki harf karşılıkları dikkate alınarak oluşturulmuş bir şifreleme örneği verilebilir. Sonrasında öğrencilerin şifreleme kurallarını incelemesi sağlanır. Yapılan incelemeler sonucunda şifreleme kurallarındaki nitelikler (şifrenin yazıldığı dilin alfabe'sindeki harflerin numara karşılıkları, ileri/geri kaç adım ötelendiği, en çok hangi harflerin kullanıldığı, hangi sayı eklenip hangi sayıya bölümden elde edilen kalanlara göre şifreleme yapıldığı gibi) tespit edilir. Bu süreçte sınıf içi tartışmalar yapılabilir. Bu tartışmalar yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek arkadaşlarıyla etkileşim kurmaları beklenir **(D14, SDB2.1)**. Tespit edilen özelliklere ilişkin öğrencilerin çıkarımlar yapmaları beklenir **(SDB3.3)**. Sonrasında öğrencilerden yeni şifreler oluşturmaları istenir. Bu süreçte gruplar oluşturularak öğrencilere şifreli metinler hazırlama ve birbirlerinin metinlerini deşifre etme esasına dayanan sınıf içi uygulamalar yaptırılabilir **(SDB2.2)**. Uygulama sonrası öz değerlendirme ve grup değerlendirmeleri yapılabilir **(SDB1.2)**. Gruplar, oluşturdukları şifreli metinleri mahremiyete dikkat ederek dijital ortamlarda birbirleriyle paylaşabilir **(OB2)**.

**FARKLILAŞTIRMA****Zenginleştirme**

Öğrencilerden tarihte farklı zamanlarda kullanılan matematiksel bilgiye göre geliştirilmiş şifreleme araçlarını (Sezar çarkı, Enigma, SIGABA gibi) incelemeleri istenebilir. Bu araçlarda ve günümüzde kullanılan şifreleme yöntemlerinde (steganografi, RSA gibi) yer alan matematiksel yapıyı belirlemeleri ve kendilerinin de farklı araç ya da şifreleme yöntemi geliştirmeleri istenebilir.

**Destekleme**

Şifre oluşturma veya oluşturulan şifreyi çözümlenmeyi gerektiren durumlarda öğrencilerin bilgi ve beceri düzeylerine uygun basit algoritmik işlemler içeren problem örnekleri tercih edilir. Farklı online şifreleme uygulamaları kullanılarak şifreleme örneklerini görmeleri ve kendilerinin de uygulamanın ilgili kısmında değişiklik yaparak şifre oluşturmaları istenebilir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## SAYMA VE ALGORİTMA TEMASI

Bu temada öğrencilerin mantıksal çıkarımda bulunmayı gerektiren problemleri farklı stratejiler kullanarak çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 20

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** -

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistemati Olma, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB2.1. İletişim, SDB2.3. Sosyal Farkındalık  
SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D11. Mütevazılık, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB7. Veri Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Kimya, Biyoloji

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil



**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.H.2.1. Mantıksal çıkarım gerektiren problemleri çözebilme

- a) Problemlerde verilen matematiksel yapıları belirler.
- b) Problemlerde verilen matematiksel yapılar ile problemlere uygun farklı matematiksel temsiller arasındaki ilişkileri belirler.
- c) Problemlerde verilen matematiksel yapıları farklı matematiksel temsillere dönüştürür.
- ç) Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- d) Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı problemlerin çözümleri için stratejiler oluşturur.
- e) Karşılaşılan problemlerde seçtiği çözüm stratejilerini işe koşar.
- f) İşe koştuğu çözüm stratejilerini kontrol eder.
- g) Çözümüne ulaştığı problemler için olası farklı çözüm stratejilerini inceler.
- ğ) Çözümüne ulaştıran farklı stratejilere yönelik çıkarımlar yapar.
- h) Çözümüne ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımlarını bu stratejilerin kullanılabileceği başka problemler açısından değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ**

Mantıksal Çıkarım Problemleri

**Genellemeler**

- Sonlu sayıda nicelik içeren mantıksal çıkarım problemleri, saymanın temel ilkeleri ve sunulan niceliklerin uygun temsilleri kullanılarak çözülebilir.

**Anahtar Kavramlar**

saymanın temel ilkeleri, mantıksal çıkarım, ağaç şeması

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları, çalışma kâğıdı ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Ağaç şeması, sistematik listeleme, diyagram ve tablo temsilinden yararlanma gibi farklı çözüm stratejilerinin kullanımına uygun mantıksal çıkarım problemlerinin yer aldığı çalışma kâğıdı; analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Farklı disiplinlerde karşılaşılan ve mantıksal çıkarım yapmayı gerektiren problem durumlarına ilişkin performans görevinin değerlendirilebilmesi için hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin doğal sayı, asal sayı, tam sayı, tek sayı, çift sayı ve ardışık sayı kavramları ile tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerini bildiği; bir doğal sayının çarpanlarını ve katlarını belirleyebildiği; iki doğal sayının ortak bölenlerini ve ortak katlarını bulabildiği; bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarını bildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin doğal sayıların ve tam sayıların özellikleri, bir doğal sayının çarpanları ve katları, iki doğal sayının ortak bölenleri ve ortak katlar, bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarıyla ilgili bilgi ve becerilerinin belirlenebilmesi için soru cevap tekniği uygulanabilir.

**Köprü Kurma** Gerçek yaşamda karşılaşılan (bir öğrencinin farklı seçmeli derslerden aynı gün ve saatte olmayan dersleri seçmesi, bir gökdelende duracağı katlar farklı algoritmalara göre belirlenen asansörlerden gidilecek kata göre en uygun olanın çağrılması gibi) mantıksal çıkarım yapmayı gerektiren durumlara ilişkin örneklere yer verilebilir. Gerçek yaşamda verilerin sıralandığı (tren veya otobüs sefer saatlerinin sıralı olarak verilmesi, doktor nöbet günlerinin sıralı olarak belirtilmesi gibi), diyagram (bir spor organizasyonunda yapılacak elemelerin gösteriminde, biyolojide canlıların özelliklerine göre sınıflandırılmasında kullanılan diyagramlar gibi) veya tablo ile gösterildiği (haftalık ders programları gibi), gruplandırıldığı (ülkemizdeki şehirlerin buldukları coğrafi bölgelere göre gruplandırılması gibi) örneklere yer verilebilir. Bu örnekler üzerinden, hangi temsil biçimine ne amaçla yer verildiği, tercih edilen temsil biçiminin olumlu veya olumsuz yönlerinin neler olduğu gibi farklı konulara ilişkin sınıf içi tartışmalar yapılabilir.

### Öğretme-Öğrenme

#### Uygulamaları **MAT.H.2.1**

Sözel mantık problemleri, zeka soruları, bilmeceler, kelime oyunları, nim oyunları gibi farklı soru veya problemlerin mantıksal çıkarım yapmayı gerektirdiği üzerinde durularak mantıksal çıkarım yapma kavramının anlamlandırılması üzerine çalışmalar yapılır. Kimyada maddelerin homojen karışım oluşturup oluşturumama bilgisine göre bir karışımdaki maddelerin türlerinin belirlenmesi; maddenin katı, sıvı veya gaz hâlinde olduğu sıcaklık aralıklarına göre sıcaklığı sabit olan bir ortamda belirli hâllerde bulunan maddelerin türlerinin belirlenmesi; biyolojide besleme-beslenme ilişkilerine göre canlıların yaşayabilecekleri uygun ekolojik koşulların belirlenmesi gibi farklı disiplinlerde karşılaşılan ve mantıksal çıkarım yapmayı gerektiren durumların neler olduğuna dair sınıf içi tartışmalar yapılabilir (**SDB2.1, SDB3.3, E1.1**).

Problem örnekleri üzerinden gruplandırma, örüntü elde etme, sistematik liste yapma, sıralama gibi stratejiler uygulanarak matematiksel temsiller ile problemdeki algoritmik yapılar arasındaki ilişkiler belirlenir (**E3.6**). Belirlenen ilişkilerden hareketle problemlerde yer verilen bilgiler veya problemle ilgili matematiksel yapılar sözel, görsel, tablo ve cebirsel temsil gibi farklı temsillere dönüştürülür.

Belirlenen ilişkilerden hareketle problemlerde yer verilen bilgilere dayalı olarak sözel veya görsel temsillerin tablolaştırma, cebirsel temsil elde etme gibi matematiksel dil veya temsiller kullanılarak ifade edilmesi sağlanır (**OB1, OB4, MAB3**). Dönüştürülen temsillerin problem bağlamındaki anlamı ifade edilir. Bir kısmı oynanmış tic tac toe (tik tak to), sudoku gibi bir oyuna ait görsel verilerek oyunun kalan kısmının kaç farklı şekilde oynanabileceğinin sorulduğu varsayalım. Sorunun çözümü için olası durumlar belirlenip her bir olası durum için yapılabilecek farklı hamleler, tablo ile temsil edilebilir. Ardından toplama veya çarpma işlemleri ile yapılabilecek farklı hamlelerin sayısı, tablodan elde edilen veriler yardımıyla bulunabilir (**OB4, D4**).

Karşılaşılan problemlerde elde edilen mantıksal çıkarımlarla ilgili olarak ağaç şeması, sistematik listeleme, diyagram ve tablo temsiline yararlanma gibi çözüm stratejilerinden uygun olanlar belirlenir (**E3.7, MAB3**). Ardından belirlenen çözüm stratejilerinden biri işe koşularak mantıksal çıkarım problemi çözülür. Bulunan sonuç, farklı çözüm stratejileri kullanılarak elde edilen diğer özgün çözümlerle karşılaştırılarak kontrol edilir (**E3.6, E3.11**).

Örneğin üç kişinin tiyatro, sinema ve müzik branşlarını ilgi düzeylerine göre puanladıkları varsayalım. Buna göre her bir kişinin bu üç branştan ilgilenmekten en çok hoşlandığına 3, daha az hoşlandığına 2, en az hoşlandığına 1 puan verdiği kabul edilsin.

Bu kişilerin yaptıkları puanlamalarla ilgili aşağıdaki bilgiler verilsin.

- Herkesin en az hoşlandığı branş, birbirinden farklı olmuştur.
- Müzik, herhangi bir kişinin en çok hoşlandığı branş olmamıştır.
- Tiyatro branşına verilen puanlar, birbirinden farklıdır.

Verilen bilgilere göre sinema branşına verilen toplam puan sorulmuş olsun (**OB7**). Bu durumda problemin çözümü için tablo temsilinden yararlanma stratejisi belirlenebilir. Buna göre oluşturulacak tablo, her bir kişinin branşlara verebileceği puanlar göz önünde tutulup doldurulabilir. Doldurulan tablodan yararlanılarak problem çözülür. Aynı problemin çözümü için diyagram oluşturma stratejisi de uygulanabilir. Buna göre her bir kişinin branşlara verebileceği puanlar göz önünde tutularak ok temsilleri diyagrama çizilebilir ve oluşan diyagramdan yararlanılarak problem çözülebilir. Elde edilen sonuç, tablo temsilinden yararlanılarak bulunan sonuç ile karşılaştırılır. Benzer problemlerin çözümleri için öğrencilerden ağaç şeması, sistematik listeleme, diyagram ve tablo temsilinden yararlanma gibi çözüm stratejilerinden uygun olanları seçmeleri beklenir (**SDB1.2, SDB3.2, MAB3**). Öğrencilere farklı çözüm stratejilerinin kullanımına uygun mantıksal çıkarım problemlerinin yer aldığı çalışma kâğıdı verilebilir.

Mantıksal çıkarım problemlerinin çözümlerinde öğrencilerden alternatif yaklaşımlar ortaya koymaları, argümanlar ve karşı argümanlar geliştirmeleri istenir (**SDB 3.2**). Aynı problem farklı çözüm stratejileri ile çözüldükten sonra hangi çözüm stratejisinin daha pratik, kolay ve anlaşılır olduğu hakkında her öğrencinin fikir yürütmesi için öğrencilere gerekli zaman tanınır (**SDB 1.1**). Çözüm stratejisini bulan öğrencilerin diğer arkadaşlarının da bir çözüm stratejisi geliştirmelerini beklemesi sağlanır. Tüm fikirler dikkate alınarak arkadaşlarından gelen bilgi, tavsiye ve eleştirilere açık olacak şekilde sınıf içi tartışmalar yapılır (**SDB2.3, D11**). Bu sayede öğrencilerin arkadaşlarının farklı fikirlerine değer vermeleri sağlanır (**E3.11, D14**). Bu sayede öğrencilerin hangi çözüm stratejisinin kullanımının hangi durumlarda daha uygun olduğunu anlamaları beklenir. Böylelikle öğrencilerin muhakeme, görselleştirme, ilişkilendirme, esneklik ve iletişim gibi becerilerinin geliştirilmesi desteklenir (**SDB2.1, SDB3.2**). Öğrencilere bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Satranç, sudoku, rubik küp, jenga, mangala, nim gibi oyunlar incelenir. Oyun sırasındaki belli hamleler veya oyunda kullanılan taşlar üzerinden mantıksal çıkarımlar yapmayı gerektiren problemler çözülür. Öğrencilerden benzer oyunlar tasarlayarak bu oyunlar üzerinden mantıksal çıkarım yapmayı gerektiren problem üretmeleri istenir.

**Destekleme** Öğrencilere akış şemaları oluşturma, sistematik liste yapma, tablo oluşturma gibi stratejiler kullanmayı gerektiren çalışma kâğıtları verilir. Bu stratejilerin kullanıldığı basit muhakemeler yapmayı gerektiren mantıksal çıkarım problemleri tercih edilir. Benzer nitelikte daha fazla problem incelenerek öğrencilerin zihin alışkanlıkları kazanmaları sağlanır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER TEMASI

Bu temada öğrencilerin doğrusal ilişkiler içeren problemleri matematiksel araç ve teknolojiyen yararlanarak çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 20

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

**EĞİLİMLER** E2.3.Girişkenlik

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Öz Farkındalık/Kendini Tanıma, SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzenleme  
SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri, Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MATH.3.1. Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümlerinde matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanabilme

a) Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümlerinde kullanılacak matematiksel araç ve teknolojileri tanıır.

b) Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümleri için kullanılacak matematiksel araç ve teknolojilerden uygun olanlarını seçer.

c) Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümleri için belirlediği matematiksel araç ve teknolojiyi kullanır.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ**

Doğrusal Fonksiyon

**Genellemeler**

- Doğrusal ilişkiler; niceliklerin eşit aralıklarda, eşit farklarla birbirlerine bağlı değişimlerini temsil eder.

**Anahtar Kavramlar**

doğrusal ilişki, doğrusal fonksiyon, koordinat düzlemi

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları, performans görevi ve açık uçlu sorularla değerlendirilebilir.

Öğrencilere doğrusal ilişkiler içeren problem çözümlerinde matematiksel araç ve teknolojilerin kullanımına yönelik performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik derececi puanlama anahtarı ve öz değerlendirme formu kullanılarak değerlendirilebilir.

Doğrusal ilişkiler içeren gerçek yaşam problemlerinden hareketle matematiksel araç ve teknolojileri kullanarak öğrencilerin olası tüm çözüm stratejilerini inceleyebilecekleri açık uçlu sorulardan oluşan dijital testler kullanılabilir. Bu dijital testler, java tabanlı dijital araçlarla değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin koordinat düzlemini tanıdığı, koordinat düzleminde sıralı ikilileri gösterebildiği, doğrusal ilişkili nicelikleri bağımlı-bağımsız değişkenlerle cebirsel olarak ifade edebildiği, doğrusal ilişkili iki çokluk arasındaki ilişkiyi fonksiyon olarak ifade edebildiği, koordinat düzleminde verilen doğrusal fonksiyon grafiklerini eğimlerine göre yorumlayabildiği, doğrusal ilişkili iki niceliğe ait cebirsel bir ifadede bir niceliğin değeri verildiğinde diğerinin değerini hesaplayabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilerin doğrusal ilişkileri belirleyebilmeye ilgili bilgilerini değerlendirmek için öğrencilere gerçek yaşamdan örnekler incelenebilir. Öğrencilere doğrusal ilişki içeren eğitsel oyunlar oynatılarak varsa ön bilgilerdeki eksikliklerin giderilmesi sağlanır. Öğrencilerden koordinatları verilen farklı noktaları koordinat düzleminde yerleştirmeleri ve cebirsel gösterimleri verilen farklı doğruların grafiklerini koordinat düzleminde çizmeleri istenir. Varsa eksikliklerin giderilmesine yönelik çalışmalar yapılır.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin önceki öğrenmelerinden hareketle hangi durumların doğrusal ilişkilerle temsil edilebileceğine dair fikir yürütmelerini sağlayacak doğrusal ilişki ve doğrusallık kavramlarının ne anlama geldiğiyle ilgili sorulara yer verilebilir (**SDB1.1**). Doğrusal fonksiyonların grafik temsilleri ile cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiler, gerçek yaşam bağlamlarında (sıcaklık değişimi, ücret tarifeleri, tasarruf edilen suyun hacmine göre aile bütçesinde elde edilen kazanç gibi) öğrencilere sorgulatabilir. Böylelikle öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarının artırılması ve bilişsel açıdan temaya hazır olması sağlanabilir.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

#### MAT.H.3.1

Doğrusal ilişkiler içeren farklı gerçek yaşam problemlerinden elde edilen veriler; tablo, cebirsel ve grafik temsillerle ifade edilir (**MAB2**). Bu problemlerde yer alan doğrusal ilişkiyi temsil eden doğruların eğiminin pozitif/negatif olması durumlarına, bu doğruların orijinden geçen/geçmeyen farklı durumlar içermesine dikkat edilir. Doğruların tablo, cebirsel ve grafik temsillerinde elektronik tablo ve dijital grafik hesaplayıcılar içeren matematik yazılımları kullanılır (**D4**). Problemdaki bilgilere göre elektronik tablo doldurulur ve doğrusal ilişki keşfedildikten sonra elektronik tablo yardımıyla problemdeki bağlama uygun başka noktalar bulunur. Tablodaki değerlerin bağımlı-bağımsız değişkene göre koordinat düzleminde noktalarla temsil edildiği çalışmalar için dijital grafik hesaplayıcı içeren matematik yazılımları kullanılır. İki nokta verildiğinde bu noktalarla aynı doğru üzerinde olacak üçüncü bir nokta bulmaya dönük çalışmalar için dijital grafik hesaplayıcılar içeren matematik yazılımları kullanılır. Bu matematiksel araç ve teknolojilerin hangi durumlarda ve nasıl kullanılacağına ilişkin örnek çalışmalar yapılır (**OB2, SDB1.2.**). Öğrencilere benzer çalışmalara yönelik performans görevi verilebilir. Öğrencilerden verilen performans görevini zamanında eksiksiz olarak yerine getirmeleri beklenir (**D16**).

Verilen bir problem durumundan yola çıkarak doğrusal ilişkiye ait cebirsel temsil elde etmek ya da doğrusal ilişkinin grafiğini çizmek için matematiksel araç ve teknolojilerden uygun olanlar kullanılır. Doğrusal ilişkilerin grafik temsilleri ile cebirsel temsillerindeki katsayılar matematiksel araç ve teknolojiler kullanılarak yorumlanır. Örneğin grafiği verilen doğruya paralel doğrular oluşturmak, bir doğrunun grafikte verilen bir göreve uygun olarak ötelenmesini sağlayacak şekilde katsayılarını değiştirmek gibi görevler etkileşimli dijital araçlar üzerinde gerçekleştirilir. Bu dijital araçlarla öğrencilerin bireysel denemeler yapmaları sağlanarak kendi öğrenme durumunlarını geliştirmeleri desteklenir (**E2.3, SDB1.2**).

Gerçek yaşam problemlerinden elde edilen doğrusal ilişkilerden hareketle denklem ve eşitsizlikleri işe koşmayı gerektirecek şekilde sözel temsillerin matematiksel temsillere dönüştürülebilmesi beklenir (**MAB3**). Bu temsiller arası geçişin gösterilebilmesi için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanılır. Gerçek yaşam problemlerinden elde edilen doğrusal ilişkilerden hareketle denklem ve eşitsizlikleri işe koşmayı gerektiren sözel temsillerin matematiksel temsillere dönüştürülebilmesine yönelik açık uçlu sorulara yer verilebilir. Öğrencilerin problem çözmede farklı yollar denemelerine imkân veren, dijital olarak hazırlanmış, iş birlikli öğrenme yöntemiyle yapılan etkinlikler veya yarışmalar düzenlenebilir (**SDB2.2, SDB3.2**). Bu süreçte öğrencilerin grup dinamiğinde aktif yer almaları ve kendilerine uygun görevleri almaya istekli olmaları beklenir (**D4**). Öğrencilerin problem çözme sürecinde farklı yollar denemeleri, sözel temsillerle cebirsel temsilleri ve grafik temsilleri arasındaki ilişkileri yorumlayabilme becerileri desteklenerek esneklik becerilerinin gelişimine katkı sağlanır (**SDB3.2**). Öğrencilere bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Öğrencilere bilgisayar bilimleri, kriptoloji, fizik, kimya, biyoloji gibi farklı disiplinlerde geçen doğrusal ilişkili durumların keşfedilmesi ve bu durumların matematiksel temsillerle ilişkilendirilmesine yönelik görevler verilebilir. Benzer şekilde doğrusal ilişkili problemler ifade edilirken "sözde kod yazma" gibi farklı uygulamalar yaptırılabilir.

**Destekleme** Basit doğrusal ilişkili durumları (Şekilsel sayı örüntüleri, sabit hızlı harekette zaman ile yol ilişkisi gibi) fark etmeye yönelik çalışmalara yer verilir. Doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumları, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonu artırılır. Kullanılacak dijital materyallerin kullanıcı arayüzlerinin kolay anlaşılır ve farklı denemeler yapmaya uygun olmasına dikkat edilir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## GEOMETRİK ŞEKİLLER TEMASI

Bu temada öğrencilerin geometrik kavram ve şekillerin inşa çalışmalarında matematiksel araç ve teknolojiden yararlanabilmeleri; inşa edilen geometrik şekillerin özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilmeleri; süsleme, kaplama ve fraktalları çözümlenerek özgün desen ve kaplamalar oluşturabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 32

**ALAN BECERİLERİ** MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.4. Çözümleme, KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.20. Sentezleme

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E1.2. Bağımsızlık, E1.5. Öz Güven/Kendine Güvenme, E2.2. Sorumluluk, E2.3. Girişkenlik, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D6. Duyarlılık, D8. Estetik, D14. Saygı, D16. Sorumluluk, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı, OB9. Sanat Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Görsel Sanatlar, Mimarî

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme



**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.H.4.1. Farklı geometrik kavram ve şekillerin inşa çalışmalarında matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanabilme

- Farklı geometrik kavram ve şekillerin inşasında kullanılacak matematiksel araç ve teknolojileri tanır.*
- Tanıdığı matematiksel araç ve teknolojilerden hareketle farklı geometrik kavram ve şekillerin inşası için uygun olan araç ve teknolojileri belirler.*
- Farklı geometrik kavram ve şekillerin inşası için belirlediği matematiksel araç ve teknolojileri kullanır.*

MAT.H.4.2. Matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanılarak inşa edilen bazı özel dörtgenlerin (yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme

- İnşasını yaptığı bazı özel dörtgenlerin özellikleri hakkında varsayımlarda bulunur.*
- Varsayımlarından yararlanarak incelediği özel dörtgenlerin özellikleriyle ilgili genellemeler yapar.*
- Elde ettiği genellemeleri varsayımları ile karşılaştırır.*
- Genellemelerinden özel dörtgenlerin özellikleriyle ilgili matematiksel önermeler sunar.*
- Sunduğu önermelerin faydasını incelediği dörtgenlerin ilişkilendirilmesi ve sınıflandırılması bağlamında değerlendirir.*

MAT.H.4.3. Fraktalları çözümleyebilme

- Fraktal oluşturan bir yapının bileşenlerini (oran, şekil gibi) belirler.*
- Fraktal oluşturan yapının bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.*

MAT.H.4.4. Geometrik şekiller kullanılarak oluşturulan süslemeleri çözümleyebilme

- Bir süslemeyi oluşturan bileşenleri (şekil, simetri gibi) belirler.*
- Süslemenin bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.*

MAT.H.4.5. Geometrik şekillerden kaplamalar sentezleyebilme

- Bir kaplamayı oluşturabilecek farklı geometrik şekilleri belirler.*
- Farklı geometrik şekillerden bir kaplama oluşturabilmek için şekiller arasında ilişki kurar.*
- Belirlediği şekilleri birleştirerek özgün bir kaplama oluşturur.*

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Geometrik İnşa, Süsleme ve Kaplamalar

- Genellemeler**
- İnşa, geometrik bir şeklin değişmez özelliklerinin tümünü yansıtan bir temsil sürecidir.
  - Geometrik şekiller, süsleme sanatının temel ögesidir.

**Anahtar Kavramlar** geometrik inşa, fraktal, süsleme, kaplama

**ÖĞRENME****KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, kısa cevaplı sorular, tanılayıcı dallanmış ağaç, araştırma ödevi, proje ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere ortaokulda öğrendikleri bir inşa probleminin farklı inşa yöntemlerini araştırmalarına ve bu yöntemleri sunmalarına yönelik proje ödevi verilebilir. Proje ödevinin değerlendirilmesinde hazırlık, içerik ve sunum süreçleri dikkate alınarak derecelendirme ölçüğü kullanılabilir. Öğrencilerin güçlü ve zayıf yanlarını tanıyarak ihtiyaçlarını belirlemeleri, öğrenme sürecinde ihtiyaçlarını karşılamaya yönelik hedefler ve bu hedeflere yönelik eylemler belirlemeleri, motivasyonlarını artırmaları amacıyla proje ödevini öz değerlendirme ve akran değerlendirme formları ile değerlendirmeleri istenebilir.

Öğrencilere ön bilgilerini kullanabilecekleri, farklı geometrik kavram ve şekillerin inşaları hakkında performans görevi verilebilir. Bu performans görevleri, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Farklı fraktal örneklerinin (Koch kar tanesi, Sierpinski üçgeni gibi) araştırılması, incelenmesi ve çözümlenmesine yönelik olarak öğrencilerin bireysel ve gruplar hâlinde yapabilecekleri proje ödevi verilir. Proje ödevinin değerlendirilmesinde analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Öğrencilerin bireysel veya gruplar hâlinde çalışmalarını sağlanarak her bir gruba veya öğrenciye farklı geometrik şekiller verilip özgün bir desen ve kaplama oluşturmalarına yönelik proje ödevi verilebilir. Öğrencilerin çalışmalarını sonucu elde ettikleri ürünleri sergilemeleri sağlanabilir. Bu ödevler, derecelendirme ölçüğü ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME****YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin ortaokul seviyesinde pergel, ölçüsüz cetvel (çizgeç) ve matematik yazılımı gibi araç gereçleri tanıdıkları; bu araçlarla basit düzeyde çizim ve inşa (doğru, orta nokta, kenar orta dikme, açıortay, üçgen, çember gibi) yapabildikleri; üçgenlerin eşliğine, benzerliğine ve özel dörtgenlerin özelliklerine dair çıkarımda bulunabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilerin temel kabullerde bahsedilen bilgilere ilişkin hazır bulunuşlukları gözlemlenir. Bu süreçte öğrencilerin üçgenin temel ve yardımcı elemanlarına, üçgenlerin eşliğine ve benzerliğine, çokgenlere ve özel dörtgenlere ilişkin bilgileri soru cevap tekniği veya çalışma kâğıdı kullanılarak değerlendirilir. Öğrencilerin temel çizim, inşalar (doğru, orta nokta, kenar orta dikme, açıortay, üçgen, çember gibi) ve geometrik dönüşümlere ilişkin bilgileri de sınanır. Tespit edilen hatalı ve eksik öğrenmelere yönelik uygun açıklamalar yapılır veya dönütler verilir. Öğrencilerin bilgilerini doğru anlamlandırmaları ve eksikliklerini tamamlamaları sağlanır.

**Köprü Kurma**

Öğrencilerin bu seviyede yapacakları çizim ve inşalar, ortaokul seviyesinde öğrendiği çizim ve inşalar temelinde yapılandırılır. Öğrencilerden ortaokul seviyesinde pergel, ölçüsüz cetvel ve matematik yazılımı kullanarak yaptıkları inşalara benzer süreçlerle yeni inşalar yapmaları istenir. Bu süreçte özelliklerini bildikleri geometrik şekli inşa etmek için gerekli koşullar üzerinde çalışılmasının yeterli olduğu ifade edilir.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.H.4.1

Çizim ile inşa arasındaki farklar üzerine sınıf içi tartışma yapılır. Öğrencilerin inşaların sadece pergel, ölçüsüz cetvel ya da matematik yazılımlarının kullanımı ile belirli adımları izleyerek şekiller elde etmek olmadığını; geometrik problemlere çözümler bulma amacıyla da kullanılabileceğini fark etmeleri sağlanır. Ortaokulda bazı temel geometrik inşalar yapan öğrencilerin inşanın amacına ilişkin kendi fikirlerini paylaşmaları sağlanır (**SDB2.1**). Öğrencilerin düşünceleri özetlenerek geometrik inşaların problemlerin çözümüne sunduğu katkılardan bahsedilir. Daha sonra inşa yaparken kullanılan araç gereç öğrencilere hatırlatılarak bunların hangi amaçla kullanıldığına ilişkin sorular sorulur. Öğrencilerin cevapları değerlendirilerek araç gerecin farklı amaçla kullanımına ilişkin sorularla (“Pergel, çember çizmek ya da inşa etmek dışında hangi çizim ya da inşalarda kullanılabilir?”, “Eş doğru parçaları inşa etmek için hangi araç gereç kullanılabilir?” gibi) öğrencilerin fikirleri geliştirilir (**SDB1.1**). Pergelin bir tek açıklığıyla daire içine kare inşasını ve verilen bir kare içine eşkenar üçgen inşasını ilk defa Ebül-Vefâ'nın yapmasına ilişkin bilgilere yer verilir (**D6**). Öğrencilerin cevapları özetlenerek matematik yazılımlarındaki araçların kullanımına ilişkin bilgiler verilir. Böylece öğrencilerin dijital ortamda inşa yaparken kullanacakları yazılımlarda bulunan araç gereci tanımaları sağlanır ve dijital ortamda iş görme becerileri desteklenir (**OB2**). Öğrencilere bu sınıf seviyesinde yapılması beklenen inşalara ilişkin problem durumları sunulur (**MAB2**). Çözümü istenen geometrik problem açıkça tanımlanır ve çözüm için gerekli olacak temel bilgiler gözden geçirilir. Örneğin öğrencilere “bir doğruya üzerindeki bir noktadan dik doğru çizme” inşasında ortaokulda öğrenmiş oldukları orta dikme oluşturma bilgisini nasıl kullanabilecekleri sorulur. Böylece sınıf içi tartışma ortamında öğrencilerin problemin çözümüne dair düşüncelerini paylaşmaları sağlanır, farklı düşünceler üzerinde uzlaşmalarıyla problemin çözümü için gerekli olan ilk adımlar belirlenir (**SDB2.2**). Orta dikme fikrinden hareketle doğru üzerindeki bir A noktasına eşit uzaklıkta ve yine bu doğru üzerinde olan iki noktayı belirlemek için kullanılması gereken aracın ne olduğu sorgulanır. Öğrencilerin ihtiyaç duyulan aracın pergel olduğunu ifade etmesi beklenir. Pergel ile noktalar belirlendikten sonra inşanın sonraki adımı için “Bu noktalara A noktası dışında eşit uzaklıkta bir nokta ya da noktalar nasıl belirlenir?” şeklinde sorular sorulur. Öğrencilerden merkezi bu noktalar olan çemberlerin kesim noktalarının belirlenmesi gerektiğini ve bunun pergel yardımıyla yapılabileceğini söylemeleri beklenir. Sonraki adımda yapılacak çizim ve kullanılacak araç, tartışma ortamında belirlenir; elde edilen nokta veya noktalar ile A noktası ölçüsüz cetvel yardımıyla birleştirilerek inşa tamamlanır. Oluşturulan doğru ile başlangıçta verilen doğrunun birbirlerine dik oldukları, ölçümler yapılarak doğrulanır. Yapılan inşada her bir adımın sonuçları ve bu doğruların dikliği üzerine tartışmalar yapılarak ikizkenar, eşkenar ve eş üçgenlerin bazı özellikleri incelenir. Bu inşa, benzer aşamalar uygulanarak matematik yazılımları ile yapılabilir. Öğrencilerden bu seviyede benzer bir süreç işleterek aşağıdaki inşaları yapması beklenir.

- Bir doğruya dışındaki bir noktadan dik doğru inşa etme,
- Bir açıya eş bir açı inşa etme,
- Bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel doğru inşa etme,
- İki kenar uzunluğu ve aralarındaki açı ölçüsü verilen üçgeni inşa etme,
- İki açı ölçüsü ve bir kenar uzunluğu verilen üçgen inşa etme,
- Eşkenar üçgen ve düzgün altıgen inşa etme.

Öğrencilerin yapması beklenen inşaların adımlarının belirlenmesi, kullanılacak araç ve teknolojinin seçimi ve kullanımı grup çalışması şeklinde de yapılabilir. Öğretmen sürece yönelik olarak çalışma kâğıdı hazırlayabilir. Grup çalışmaları ile farklı çözümler gerektiren inşalarda öğrencilerin iş birliği içinde çalışmalarını sağlanarak birbirlerinden öğrenmeleri de desteklenir (**SDB2.2**). Çalışmaların dijital ortamda matematik yazılımları kullanılarak yapılmasıyla öğrencilerin dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimine katkı sağlanır (**OB2**). Geometrik inşaların yapılması sürecinde öğrencilerin bağımsız olarak hareket etmeleri,

araç ve teknolojileri bireysel olarak kullanmaları da desteklenir (E1.2). Her bir inşa için farklı yollar olup olmadığının ve alternatif çözümlerin neler olabileceğinin sorgulanması sağlanır. Öğrencilerin bu süreçte alternatif çözümler için probleme farklı açılardan bakmaları teşvik edilerek esneklik becerilerinin gelişimine destek olunur (SDB3.2). Öğrencilere inşaların farklı şekillerde nasıl yapılabileceğine ilişkin performans görevleri verilebilir. Bu performans görevinde öğrencilerin inşaların farklı şekillerde nasıl yapılabileceğine ilişkin yürütecekleri akıl yürütme ve çalışma süreci, kendi öğrenme durumlarını geliştirmeye yönelik çalışmalar da olduğundan öz düzenlenme becerileri ve sorumluluk eğilimlerinin gelişimi desteklenir (SDB1.2, D16, E2.2). Öğrencilere yapılan inşaların bazı adımlarının boş bırakıldığı, açık uçlu ve kısa cevaplı soruların bulunduğu çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

#### **MAT.H.4.2**

Öğrencilerin öncelikle bazı özel dörtgenlerin (sırasıyla yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) inşasını yapmaları beklenir. Dörtgenin inşası pergel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımları ile yapılabilir. İnşanın matematik yazılımları kullanılarak yapılması durumunda öğrencilerin dijital araçlarla iş görme becerilerinin gelişimi de desteklenir (OB2). Ardından öğrencilerin bu dörtgenin açısı, kenar ve köşegen özelliklerine yönelik varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Öğrencilerin inşası yapılan dörtgenin farklı durumlarını inceleyerek varsayımlarına yönelik genellemelere ulaşmaları istenir. Öğrencilerden yaptıkları genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını belirleyerek genellemeleri önermeler (“Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşittir.”, “Paralelkenarın karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.” gibi) olarak ifade etmeleri istenir. İncelenen dörtgen ile diğer dörtgenler karşılaştırılır, ortak olan ve olmayan özellikleri belirlenir. Öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerine dair bilgi ve çıkarımlarının değerlendirilmesi tanılayıcı dallanmış ağaç kullanılarak yapılabilir (SDB1.2).

#### **MAT.H.4.3**

Geometrik yapı örnekleri sunulur ve öğrencilerin bu örnekleri görsel yorumlama yöntemi ile incelemesi sağlanır. Öğrencilerin inceledikleri örneklerde yer alan şekil ve desenlerle ilgili fikirlerini paylaşması, farklı örneklerde gördükleri benzer özellikleri ifade etmesi beklenir. İncelenen örneklerin fraktal olarak adlandırılan geometrik yapılar olduğu ifade edilerek fraktal tanımı verilir. Öğrencilerin sınıf veya grup tartışması yoluyla örnek olarak sunulan fraktalları oluşturan şekilleri belirlemeleri istenir. Tartışma ortamında öğrenciler özellikle karışık fraktalları oluşturan şekilleri belirlerken düşüncelerini müzakere ederek farklı fikirler üzerinde uzlaşma sağlayacaklarından iş birliği becerileri desteklenir (SDB2.2). Öğrencilerin her bir örnek fraktal için belirledikleri şekiller özetlenir. Öğrencilerin her bir fraktal örneği için belirlenen bu şekiller arasındaki ilişkilere ve bu ilişkileri nasıl kurduklarına dair açıklama yapması sağlanır. Öğrencilerin şekiller arasındaki ilişkiler üzerinden fraktalin nasıl oluşturulduğunu, desenlerdeki tekrar ve benzerlikleri ifade ederek fraktalin özelliklerini belirlemesi beklenir. Fraktalların çözümlenmesi, sunulan fraktal görsellerinin tanınması, yorumlanması ve sorgulanması ile öğrencilerin görsel okuryazarlık becerilerinin gelişimi desteklenir (OB4). Öğrencilere farklı fraktal örneklerini araştırma ödevi verilir. Araştırma ödevlerinin sınıf ortamında sunulması desteklenerek öğrencilerin öz güven ve girişkenlik eğilimlerinin, iletişim ve iş birliği becerilerinin gelişimi sağlanır (E1.5, E2.3, SDB2.1, SDB2.2). Öğrencilerin araştırmalarını dijital ortamda hazırlaması ve sunması, dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimine de katkı sağlar (OB2). Öğrencilere bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

#### **MAT.H.4.4**

Geometrik şekiller kullanılarak oluşturulan süsleme örnekleri öğrencilere sunularak merak duyguları harekete geçirilir (E1.1). Öğrencilerin bu örnekleri incelemeleri sağlanır. Ge-

ometrik şekiller ve öteleme, dönme veya simetri dönüşümleri sonrası oluşan görüntüler; süslemenin bileşenleri olarak belirlenir. Ardından bileşenler arası ilişkiler incelenerek süslemenin nasıl oluşturulduğu belirlenir. Süslemeyi oluşturan şekillerin nasıl bir araya getirildiği, tekrar eden şekil ve yapılar, bu şekiller arasındaki benzerlikler, renklerin kullanımı gibi durumlara ilişkin öğrencilerin fikirlerini paylaşmaları ve tartışmaları sağlanır **(SDB2.1)**. Böylece öğrencilerin süslemedeki düzeni görmeleri beklenir. Süslemelerin incelenerek yapısının anlaşılması ve çözümlenmesiyle öğrencilerin görsel okuryazarlık becerilerinin gelişimi de desteklenir **(OB4)**. Öğrencilerin özellikle Türk-İslam kültürüne ait, geometrik şekillerle oluşturulmuş örnekleri incelemeleri; geometrik şekillerin görsel sanatlar ve mimarideki kullanımına ilişkin fikirlerini paylaşmaları sağlanır **(SDB2.1)**. Türk-İslam kültürüne ait mimari eserlerde (cami, Türk hamamı, Selçuklu yıldızı, Anadolu kilim desenleri, geleneksel Türk halı ve kilimlerdeki motifler gibi) yer alan süslemeler incelenerek eserde yer alan şekiller arasındaki örüntüler belirlenir. Farklı kültürlerdeki sanat eserleri ve mimari eserlere dair yapılacak çalışmalarla öğrencilerin sanat okuryazarlığı becerileri, yaratıcılıkları ve ruhsal gelişimleri desteklenir **(OB5, OB9, D6, D8, D14, D19)**. Bu çalışma ve incelemeler, öğrencilerin sanatsal ve görsel zevkleri hayatlarının parçası hâline getirmelerine katkı sunar **(D8)**. Farklı kültürlere ve millî kültüre ait geometrik şekillerin oluşturduğu süslemelerin araştırılması ve çözümlenmesine ilişkin araştırma ödevi verilerek öğrencilerin iş birliği becerilerinin geliştirilmesi sağlanır. Bu çalışmada öğrenciler gruplar hâlinde performans görevini/proje ödevini hazırlarken kendi öğrenme durumlarını geliştirmeye yönelik çalışmalar yapacaktır **(SDB1.2)**.

#### **MAT.H.4.5**

Türk-İslam kültüründe ve farklı kültürlerde yer alan sanat ve mimari örneklerinde kullanılan geometrik şekillerle oluşturulan süsleme ve kaplama örnekleri incelenir. Cezeri ve Escher gibi süsleme sanatçılarının eserleri, ayrıca ele alınarak incelenebilir **(OB5)**. Öğrencilere özdeş çokgenlerden (özdeş eşkenar üçgenler, özdeş düzgün altıgenler gibi) yeterli sayıda verilir. Düzlemin bunlardan hangileri nasıl bir araya getirilirse üst üste gelmeyecek ve aralarında boşluk kalmayacak şekilde kaplanabileceği sorulur. Öğrencilerden tek bir çokgeni kullanarak kaplama oluşturmalarının yanı sıra farklı çokgenleri bir arada kullanarak da kaplama oluşturmaları beklenir. Yapılan kaplamalarda şekillerin nasıl yerleştirildiğinin (öteleyerek, döndürerek, simetrik şekilde gibi) açıklanması beklenir. Bu süreçte öğrenciler, deneme yanılma yöntemini kullanarak hangi şekillerle kaplama yapabileceklerini gözlemler. Ayrıca öğrencilerin gözlemlerinden hareketle kaplama yapabileceği şekiller arasındaki ilişkileri incelemeleri beklenir. Öğrencilerin kaplamada kullanılacak düzgün çokgenlerin kenar uzunluklarının eşit olması, iç açı ölçüleri toplamının bir tam açı oluşturması gerektiği gibi sonuçlara ulaşmaları sağlanır. Öğrenciler, belirledikleri şekilleri kullanarak ve ulaştıkları sonuçları değerlendirerek özgün bir kaplama oluşturur **(E3.11)**. Bilgisayar programları ve tasarım araçları, geometrik şekillerle süsleme ve kaplama oluşturmaya yardımcı olabilir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Öğrencilerden düzgün sekizgen ve düzgün onikigenin inşasının nasıl yapılabileceğini araştırmaları istenir. Öğrencilerin yaptıkları araştırmalar ışığında ve öğretmen rehberliğinde düzgün sekizgen ve onikigeninin inşaları, matematiksel araçlar kullanılarak yapılır.

Öğrencilerin gruplar hâlinde veya bireysel olarak iki kenarının ve bir yüksekliğinin uzunluğu verilen üçgenin inşasını gerçekleştirmeleri sağlanır.

Öğrencilerden düzgün çokgenlerin ve üçgenlerin inşasına yönelik çalışmalar yapan Farabi gibi bilim insanlarını araştırarak ulaştıkları sonuçları sunmaları istenir.

Öğrencilerin altın oran ile ilgili inşalar, Theodorus çarkı ve altın spiral hakkında araştırmalar yaparak çalışmalarını özetleyen bir afiş hazırlamaları ve bu afişi sunmaları istenir. Araştırmalarını dijital ortamda yapmaları desteklenerek öğrencilerin dijital araçlarla iş görme becerilerinin geliştirilmesi sağlanır.

Öğrencilerden hangi düzgün çokgenlerle düzlemin kaplanabileceğini araştırmaları istenir. Benzer şekilde kaplama türlerine ilişkin araştırmalar yaparak ulaştıkları sonuçları sunmaları, kaplamalarla özgün bir süsleme oluşturmaları ve ürünlerini sergilemeleri beklenir.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin tasarlanmış materyaller veya matematik yazılımlarıyla çalışmalarını sağlanır. Geometrik şekillerin inşasına yönelik çalışmalardan önce basit çizimler yapmalarına ve temel geometrik inşaların adımlarına yönelik çalışmalar yapılır. Çalışmaların küçük gruplar hâlinde gerçekleştirilmesi ve öğrencilerin birbirleriyle etkileşim içinde olması sağlanır. Öğrencilere fraktal ve süslemelere ilişkin günlük yaşamdan, doğadan daha fazla örnek ve ilgi çekici videolar sunulabilir. Kaplamalara ilişkin çözümlenme ve kaplamaları kullanarak özgün süslemeler oluşturma sürecinde öğrencilere etkileşimli içeriklerle uygulama yapma imkânı verilir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ TEMASI

Bu temada öğrencilerin gerçek yaşamda karşılarına çıkan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri tartışabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 6

**ALAN  
BECERİLERİ**

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.18. Tartışma

**EĞİLİMLER** E3.10. Eleştirel Bakma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB 1.1. Öz Farkındalık/Kendini Tanıma, SDB 1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzenleme, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D1. Adalet, D4. Çalışkanlık, D7. Dürüstlük, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Astronomi ve Uzay Bilimleri, Biyoloji, Coğrafya, Fizik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.H.5.1. Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminlere yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminlere yönelik hataları/yanlılıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri çürütür veya kabul eder.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** İstatistiksel Görsel, Özet, Sonuç, Yorum, Çıkarım veya Tahminleri Değerlendirme

- Genellemeler**
- Veri dağılımı, verinin değişebilirliği hakkında bilgi verir.
  - Nicel verilerin dağılımlarını tanımlamada kullanılacak sayısal özetler, dağılımın merkezinin nereye eğilim gösterdiğini ve nasıl yayıldığını belirlemede kullanılır.
  - Kategorik veriye dayalı karar vermek için amaca yönelik sınıflama yapılması gerekir.
  - İstatistiksel araştırmanın yapıldığı örneklem, evrene ilişkin fikir verir.

**Anahtar Kavramlar** veri dağılımı, evren, örneklem, dağılım, değişebilirlik

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı ve proje ödevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere inceledikleri istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminlere ilişkin değerlendirme yapabilecekleri bir proje ödevi verilebilir. Proje ödevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Proje ödevi sonunda elde edilen sonuçların benzerlik veya farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Gruplar hâlinde yapılan sınıf içi tartışma etkinlikleri; öz, akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir .

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin ortaokulda edindikleri bilgilere dayalı olarak istatistiksel araştırma sürecinin bileşenlerine hâkim oldukları, betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma soruları oluşturabildikleri, kategorik veya nicel veri toplayabildikleri, verileri görselleştirebildikleri (sıklık tablosu, sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi), özetleyebildikleri (sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma), değişebilirlik ile dağılım kavramlarını bildikleri ve verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine dair bilgileri, beyin fırtınası yöntemi kullanılarak değerlendirilebilir. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine yönelik tutumları ve motivasyonları gözlemlenir. Ayrıca öğrencilerden bildikleri kavramlara yönelik kavram haritaları oluşturmaları istenir. Bu kavram haritaları üzerine tartışılarak öğrencilerin ön bilgileri ortaya çıkarılır.

### Köprü Kurma

Öğrencilere önceki sınıflarda öğrenmiş oldukları istatistiksel araştırma sürecinin tüm bileşenlerine (istatistiksel problem belirleme, veri toplama ve analize hazırlama, bulgulara ulaşma, bulguları yorumlama) dair eleştirel sorular sorulur. Bu bileşenlerde olabilecek veya oluşabilecek hataların/yanlılıkların neler olabileceği üzerine tartışılır.



## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.H.5.1

Öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılarına çıkan istatistiksel bilgilere eleştirel bakabilmeleri (E3.10) ve bu bilgileri tartışabilmeleri önemlidir. Bu bağlamda öğrencilere hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri içeren istatistiksel görsel veya özetlerden hazırlanmış çalışma kâğıdı verilerek bu çalışma kâğıtlarını grup çalışması yaparak ya da bireysel olarak incelemeleri istenir (SDB2.2, D4). Grup tartışması sürecinde öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini nezaketle dinlemeleri ve arkadaşlarının düşünceleriyle empati yapabilmeleri sağlanır (D14). Ele alınan durumlar farklı disiplinlerden (astronomi ve uzay bilimleri, fizik, coğrafya, biyoloji) seçilerek öğrencilerin günlük yaşamda karşılarına çıkan durumları istatistiksel gözle değerlendirmeleri desteklenir. Örneğin öğrencilerden matematik ile astronomi ve uzay bilimleri dersini ilişkilendirmek için, uzay bilimleri dersinde gezegenlerin dönme hızlarının gösterdiği eğilime ilişkin bilgileri içeren bir gazete haberini değerlendirmeleri istenebilir (SDB3.3). Matematik ile Coğrafya dersini ilişkilendirmek için, Coğrafya dersinde ülkelerin farklı yaş gruplarına ilişkin verileri içeren grafiklerden hareketle gelecek yıllar için tahmini nüfus değerlerini içeren grafikleri incelemeleri beklenebilir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda ele aldıkları durumlar için olabilecek hatalara/yanlılıklara ilişkin istatistiksel temellendirme yapmaları sağlanır (SDB3.3). Bu süreçte öğrenciler, bireysel veya iş birliğini sağlayacak şekilde gruplar hâlinde çalışabilir. Öğrencilerin gruplar hâlinde istatistiksel tartışmalar yapmaları, bu temellendirmelerini destekler (D4). Öğrencilerden verilen durumlara eleştirel bakmaları (E3.10), istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenir. Hataları/yanlılıkları tespit ederken öğrencilerin yakınlık, menfaat, ön yargı gözetmeksizin tarafsız davranmalarının önemine dikkat çekilir (D1). Öğrencilerin belirlediği hatalar veya yanlılıklar tartışmaya açıktır (SDB2.1). Sınıf içi tartışmalarla öğrencilerin değerlendirmelerini paylaşmaları ve gerekçelendirmeleri istenir (SDB2.2, SDB3.3). Bu süreçte, düşüncelerini ifade etmelerinin yanı sıra diğer arkadaşlarının düşüncelerini nazik bir şekilde dinleyerek onlarla empati kurabilmesine yönelik yönlendirmeler yapılır (D14). Öğrencilerin sunduğu fikirler ve yaptığı değerlendirmelerden hareketle ele alınan veri dağılımlarına ilişkin hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım veya tahminler çürütülür veya kabul edilir (D7). Bu süreçte öğrencilerden fikir ve değerlendirmelerini dijital araçlar yardımıyla paylaşmaları ve etkileşimde bulunmaları beklenebilir (OB2.5). Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir proje ödevi verilebilir. Proje ödevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Ödev sonunda öğrencilerin elde ettiği sonuçların benzerlik veya farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılır. Öğrencilerin gruplarla yaptığı sınıf içi tartışma etkinlikleri öz, akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir (SDB 1.1, SDB 1.2).

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

Öğrencilerin toplumsal durumlara (halk sağlığı, doğal kaynakların tükenmesi gibi) ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri araştırmaları; bu araştırmalarda fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Örneğin Covid-19'la ilgili yayımlanan bir haberi öğrencilerin değerlendirmeleri istenir. Öğrencilerden bu konuya ilişkin iki farklı yayıma sahip (herhangi bir önlem almadan Covid-19'a yakalanan insanların verileri, önlemlere dikkat ettiği hâlde Covid-19'a yakalanan insanların verileri) dağılımları incelemeleri istenir. Ayrıca Covid-19'a yakalanan bireylerin ülkelere göre nasıl bir dağılım gösterdiğini içeren grafikleri de öğrencilerin değerlendirmeleri hedeflenir. Verilen dağılımlar ile ülkelerin verilerini içeren grafikler arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlış, yanlış veya eksik bilgilerin olup olmadığı incelenerek öğrenciler tarafından değerlendirilir. Öğrencilerden yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, infografik gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşmaları; deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

**Destekleme** Öğrencilerden çevrelerinde daha aşına oldukları durumlara ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri araştırmaları; bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Öğrencilerden yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, infografik gibi araçlarla diğer arkadaşlarına sunmaları ve diğer arkadaşlarının değerlendirmeleri istenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 9. SINIF

## SAYILAR-1 TEMASI

Bu temada öğrencilerin gerçek sayıların ondalık, üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlerde muhakeme sürecini işe koşmaları; gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklar ile ilgili işlemlerde farklı temsillerden yararlanabilme becerilerini geliştirmeleri amaçlanmaktadır. Ayrıca sayı kümelerini özellikleri bakımından karşılaştırarak gerçek sayıları anlamlandırabilmeleri ve analogik akıl yürüterek gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel ifadelere genellemeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 30

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB3. Matematiksel Temsil

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.7. Karşılaştırma, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiik Olma

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB3. Finansal Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER**

Astronomi, Biyoloji, Fizik, Kimya, Mühendislik

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER**

MAB2. Matematiksel Problem Çözme

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.1.1. Gerçek sayıların ondalık, üslü ve köklü gösterimleri ile yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme

- Gerçek sayıların ondalık, üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Farklı örneklerden elde ettiği örüntüleri listeleterek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
- Varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden ondalık, üslü ve köklü gösterimler ile ilgili önermeler sunar.
- Ondalık, üslü ve köklü gösterimler ile ilgili önermelerin kullanılabilirliğini problem durumlarında değerlendirir.
- Ondalık, üslü ve köklü gösterimler ile ilgili matematiksel doğrulama yöntemlerini işe koşar.
- Kullandığı matematiksel doğrulama yöntemlerini kullanılabilirlik açısından değerlendirir.

MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklar ile ilgili işlemlerde farklı temsillerden yararlanabilme

- Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerde kullanılan matematiksel temsilleri bağlamlarındaki anlamı ile tanır.
- Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerde kullanılan matematiksel temsillerden matematiksel durum veya probleme uygun olanını belirler.
- Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerin içerdiği matematiksel temsilleri matematiksel durum veya probleme uygun şekilde kullanır.

MAT.9.1.3. Mevcut bilgisi ve deneyimi çerçevesinde sayı kümelerinin özelliklerini karşılaştırabilme

- Tam sayılar, rasyonel sayılar ve gerçek sayılara dair temel özellikleri (sıralama, arada olma, işlem özellikleri) belirler.
- Belirlediği özelliklere ilişkin benzerlikleri ifade eder.
- Belirlediği özelliklere ilişkin farklılıkları ifade eder.

MAT.9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analogik akıl yürütebilme

- Gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların olası cebirsel karşılıklarını gözlemler.
- Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların cebirsel karşılıklarını tespit eder.
- Tespit ettiği özelliklerden çıkarımlar yapar.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Gerçek Sayılar

### Genellemeler

- Sayı doğrusu, gerçek sayıların bir temsilidir.
- Bir gerçek sayıya karşılık gelen nicelik, farklı şekillerde (ondalık, kesir, üslü, köklü gibi) gösterilebilir.

### Anahtar Kavramlar

aralık, kesişim işlemi, birleşim işlemi, fark işlemi, tümlenme, eşitsizlik, mutlak değer, ondalık gösterim, üslü gösterim, köklü gösterim, bilimsel gösterim

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Fizik, kimya ve biyoloji Matematik ile fizik, kimya ve biyoloji derslerini ilişkilendirmek için bu derslerdeki bilimsel gösterimlerin kullanımına yönelik araştırma ödevi verilebilir. Bu ödevinin değerlendirilebilmesi için hazırlama, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği hazırlanabilir.

Gerçek sayıların ondalık, üslü ve köklü gösterimlerinin, gerçek sayı aralıklarının ve bunlarla yapılan işlemlerin farklı matematiksel bağlamlarda ele alındığı performans görevi kullanılarak değerlendirilmesi analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilir. Öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri için öz değerlendirme formu kullanılabilir.

Cebirsel özdeşliklerin kullanımına yönelik sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI  
Temel Kabuller**

Öğrencilerin kesirli ve ondalık gösterim ile verilen sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yapabildiği; ondalık gösterimlerin basamak değerlerini belirleyebildiği; ondalık gösterimlerle ve tabanı rasyonel sayı, kuvveti tam sayı olan üslü gösterimleri verilen sayılarla işlemler yapabildiği; irrasyonel sayıları bildiği, bir irrasyonel sayının elemanı olduğu gerçek sayı aralıklarını belirleyebildiği kabul edilmektedir. Ayrıca gerçek sayı aralıklarını sayı doğrusu üzerinde gösterebildiği; pozitif bir gerçek sayının karekökünün rasyonel sayı olup olmadığını belirleyebildiği; tam sayılar ve rasyonel sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin değişme, birleşme, etkisiz eleman, yutan eleman özellikleri ile çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliğini bildiği ve cebirsel ifadeleri belirleyip bunlarla işlemler yapabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Ondalık, üslü ve köklü gösterimlerin anlamlarına, ondalık gösterimlerde basamak değerlerinin belirlenmesine ve ondalık gösterimlerle işlem yapmaya yönelik bilgi ve beceri düzeylerini ortaya çıkarma çalışmalarına yer verilir. Taban ve üs kavramları ile ilgili bilgilerin sorgulanmasına yönelik sorular sorulur. Bir tam sayının tam sayı kuvvetinin nasıl alındığı ile ilgili örnekler verilir.

Öğrencilerden verilen aralıkları sayı doğrusunda göstermeleri istenir. Buradan yola çıkılarak sayı doğrusunda yer alan noktaların ve sayı aralıklarının neye karşılık geldiği sorularak bu konular hakkındaki temel bilgileri değerlendirilir. Bununla birlikte irrasyonel bir sayının sayı doğrusundaki yaklaşık yerinin gösterilmesi istenir.

Öğrencilerin gerçek sayıları, gerçek sayılarla yapılan işlemleri (irrasyonel sayılar hariç) ve bunların özelliklerini hatırlayıp hatırlamadıkları sorgulanabilir. Öğrencilere gerçek yaşam durumu örnekleri verilerek bu durumlara uygun matematiksel işlemleri cebirsel olarak ifade etmeleri istenebilir. Elde ettikleri cebirsel ifadeler üzerinde işlem yapmaları  $[2a + 2b, y - (3y - 2), 2 \cdot (5x - 1)]$  gibi sağlanabilir.

**Köprü Kurma**

Gerçek sayıların ondalık, üslü ve köklü gösterimlerine duyulan ihtiyaç ile ilgili olarak öğrencilerin fikirlerini paylaşması sağlanır. Sayıların bağlamlarla anlam kazandığı farklı disiplinlerden (fizik, kimya, biyoloji, astronomi) veya gerçek yaşam durumlarından gösterim örneklerine yer verilir. Gerçek yaşam örnekleri üzerinden farklı sayı kümelerine ve sayıların farklı temsillerine neden ihtiyaç duyulduğuna dair sınıf tartışması yapılır. Örneğin 100 metre koşu yarışlarında koşucuların sıralamalarının belirlenmesinde neden ondalık gösterime ihtiyaç duyulduğu sınıf içinde tartışılabilir.

## Öğretme-Öğrenme

Uygulamaları **MAT.9.1.1**

Öğrencilerin gerçek sayıların gösterimleri (ondalık, üslü ve köklü) ile karşılaşılan gerçek yaşam durumları veya farklı disiplinlerdeki alanlara örnekler bulması beklenir. Bu gösterim biçimlerinin her biri için yapılabilecek aritmetik işlemlerin genel özelliklerine dair varsayımlar geliştirmeleri istenir. Bu gösterimlerle yapılan işlemlerde ortaya çıkan örüntüler belirlenir. Belirlenen örüntülere göre öğrencilerin genellemeler yapmaları sağlanır.

Öğrencilerden gerçek sayıların özel bir gösterimi olan bilimsel gösterimin yer aldığı gerçek yaşam durumlarına (atmosferdeki karbondioksit miktarı, bir ışık yılı gibi) ilişkin araştırma yapmaları istenir (**E1.1**). Araştırmalar sonucunda bilimsel gösterimlerin nerelerde kullanıldığına yönelik örneklerle yer verilir (**SDB3.3, D4**). Fizik, kimya ve biyoloji Matematik ile fizik, kimya ve biyoloji derslerini ilişkilendirmek için bu derslerdeki bilimsel gösterimlerin kullanımına yönelik (gezegenler arası mesafe, atomun büyüklüğü gibi) araştırma ödevi verilebilir.

Üslü gösterimlerle yapılan işlemlerde üs, tam sayı veya rasyonel sayı seçilir. Üssün rasyonel sayı olduğu durumlarda üslü gösterimlerle yapılan işlemler ile köklü gösterimlerle yapılan işlemler arasında ilişki kurmaya yönelik genellemelere de yer verilir.

Öğrenciler, incelenen durumdaki varsayımları ile yaptığı genellemeleri karşılaştırır. Bu karşılaştırmalardan yararlanarak ondalık, üslü, köklü gösterimlerle ilgili işlemler yapar ve bunlar arasındaki ilişkilere yönelik önermeler elde eder. Öğrencilerin elde ettiği önermeleri farklı problem durumlarında nasıl kullanabileceklerini değerlendirmeleri beklenir. Gerçek sayıların yaklaşık değerlerini kullanmayı gerektiren (hata payı içeren mühendislik problemleri gibi) problem durumlarına da yer verilir. Ayrıca benzer problemlerde köklü ve üslü gösterimleriyle verilen bir sayının yaklaşık değeri, tasarruf bilinci ile ilişkilendirilir (**D17**). Örneğin 1 dönümlük arsasının sınırlarını çitle çevirmek isteyen bir çiftçi için işin maliyeti, en doğru şekilde hesaplanabilir (**OB3**). Öğrencilerden ondalık, üslü ve köklü gösterimlerin kullanıldığı işlemler hakkında elde ettikleri önermeleri cebirsel yöntemlerle doğrulamaları ve doğrulama yöntemlerini kullanışlılık açısından değerlendirmeleri beklenir (**E3.6, E3.7**). Fizik, kimya ve biyoloji derslerinde bilimsel gösterimlerin kullanımına yönelik araştırma ödevi verilebilir.

**MAT.9.1.2**

Farklı gösterim yöntemlerinin (liste, ortak özellik) kullanıldığı durumlar, sayı kümelerinin (doğal sayılar, tam sayılar, çift tam sayılar, 3'ün katı olan doğal sayılar, rasyonel sayılar gibi) gösterimi bağlamında ele alınır. Gerçek sayı aralıkları ve bu aralıklarda yapılacak işlemlerde sayı doğrusu gösterimi, cebirsel temsil ve küme gösterimleri bir arada kullanılır. Ayrıca mutlak değer kavramından hareketle bir aralığın gösteriminde mutlak değer sembolünün nasıl kullanılabileceği tartışılır. Örneğin küme gösterimi (2,4) ve cebirsel temsili  $2 < x < 4$  olan gerçek sayı aralığı için  $|x-3| < 1$  şeklindeki bir gösterimin anlamı, gerçek yaşam durumu bağlamları da dikkate alınarak tartışılır. Gerçek sayı aralıkları ile yapılabilecek küme işlemlerinin (birleşim, kesişim, fark, tümleme) farklı matematiksel temsillerle ifade edilmesine yer verilir. İncelenen matematiksel durum veya probleme dayalı olarak gerçek sayılara, aralıklara ve aralıklarla işlemlere dair uygun temsiller belirlenir. Özellikle kümelerle ilgili olan kavram ve işlemlerde "eleman, eleman sayısı, birleşim, kesişim, fark, tümleme" işlemleri; sayı kümeleri bağlamında uygun diğer temsillerle ilişkilendirilerek yapılır. MAT.9.1.1 ve MAT.9.1.2 çıktıklarına dair performans görevleri verilebilir.

**MAT.9.1.3**

Farklı sayı kümelerinin tarihsel bağlamda nasıl ortaya çıkmış olabileceği tartışılır (**SDB2.2**). Sayı kümelerine duyulan ihtiyacı anlamlandırmaya dönük gerçek yaşam durumları ile

bağlantılı örnekler üzerinde durulur. Örneğin fizikteki hız büyüklüğü ya da yer çekimi kuvveti büyüklüğü gibi nicelikler, gerçek sayıların kullanımı bağlamında ele alınabilir. Sayı kümelerinin temel özellikleri olarak sıralı olma, arada olma (bir sayı kümesindeki herhangi iki sayı arasında aynı sayı kümesinden başka bir sayının yer alabilmesi), işlem özellikleri (bir sayı kümesindeki herhangi iki sayı ile yapılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin sonucunun aynı sayı kümesinde olması) üzerinde durulur. Bu özelliklerden hangilerinin sayı kümelerinin ortak özelliği, hangilerinin kümeye özgü olduğu belirlenir. Genellemeye ulaşılan temel durumlar için cebirsel ispatlara (“İki rasyonel sayı arasında her zaman bir rasyonel sayı vardır.” önermesi gibi) yer verilir. Genellenemeyen durumlar için (“İki irrasyonel sayının çarpımı irrasyoneldir.” önermesi gibi) öğrencilerin karşıt örnek sunmaları beklenir. Buradan hareketle sayı kümeleri ile yapılacak çalışmalarda kümenin özelliklerinin incelenmesinin gerekliliği vurgulanır.

#### MAT.9.1.4

Sayı kümelerinde toplama, çıkarma ve çarpma işleminin özellikleri (değişme, birleşme, birim eleman, yutan eleman, ters eleman ve dağılıma) sembolik dille önerme şeklinde ifade edilir. Önermelerin geçerli olduğu sayı kümeleri veya aralıkları hakkında öğrencilerin değerlendirme yapabilmeleri için niceleyicilerin (her, bazı), bağlaçların (ve, veya) ve gerektirmelerin (ise, ancak ve ancak) kullanımlarına yer verilir. Örneğin “ $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $a < b \Rightarrow b - a > 0$ ”, “ $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $a + b = b + a$ ”, “ $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$  için  $\exists b \in \mathbb{R}$  vardır, öyle ki  $a \cdot b = 1$ ’dir.”, “ $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için”, “ $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ ’dir.” gibi önermelerde niceleyiciler, bağlaçlar ve gerektirmelerin anlamları üzerine tartışmalar yapılır. Bu sırada öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve etkileşim sağlamaları beklenir (SDB2.1). Ayrıca işlemler arasında kurulan ilişkiler gözlemlenir. Yapılan inceleme ve gözlemler sonucunda gerçek sayılardaki özelliklerin cebirsel ifadelerdeki karşılıkları tespit edilir. İki gerçek sayının farklı gösterimlerinin ve iki farklı cebirsel ifadenin birbirine eşit olabileceğinden yola çıkılarak özdeşlikler (iki terimin toplamının/farkının karesi ve iki terimin karelerinin farkı) belirlenir. Bu özdeşlikler, geometrik modellerle temsil edilir. Benzer şekilde öğrencilerin iki cebirsel ifadenin çarpımının sıfıra eşit olmasının ifadelerden en az birinin sıfıra eşit olmasını gerektireceği gibi çıkarımlara ulaşmaları beklenir.

Aynı zamanda cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırmanın, sayıların işlem özelliklerinin bir uygulaması olarak ele alındığı çalışmalar yapılır. Üslü veya köklü gösterimlerle işlemler içeren problemlerde farklı çözüm stratejisi olarak özdeşliklerden yararlanmayı gerektiren durumlara yer verilebilir (MAB2). Cebirsel özdeşliklerin kullanımına yönelik sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

Öğrencilere astronomi (gezegenlerin birbirine uzaklığı), biyoloji (hücre, organel yapısı), fizik (gezegenlerin çekim kuvveti), kimya (avogadro sayısı) gibi farklı disiplinlerde geçen matematiksel temsillerin (cebirsel temsil, grafik temsili gibi) incelenmesi, yorumlanması ve bilimsel gösterimle ifade edilmesine yönelik sunumlar yaptırılır. Öğrencilerden gerçek sayılar kümesinin tamlık ve sıralama özellikleri ile ilgili araştırma yapmaları istenir. Araştırma sonucunda elde edilen verilerden yararlanılarak tamlık ve sıralama özelliklerinin anlam ve önemine yönelik çıkarımda bulunmalarını sağlayacak araştırma görevi verilir. İş birlikli öğrenme temelinde üslü ve köklü gösterimlerde karşılaşılan tanımsız veya belirsiz olma durumunun nedenlerinin tartışıldığı grup çalışması yaptırılır.

İki terimin toplamlarının küpü, terimlerin küplerinin toplamı ve farkı, üç sayının toplamının karesi gibi cebirsel özdeşlikler; sayısal ve cebirsel olarak veya geometrik modeller kullanılarak incelenir.

**Destekleme** Bilimsel gösterimlerin kullanımına yönelik örnek veya problemlerde hesap makinele-  
rinden veya çevrim içi araçlardan yararlanır. Ondalık, üslü ve köklü gösterimler ile ilgili  
özelliklere ulaşamadığı durumlarda öğrencilerden sayısal örnekler kullanarak sadece o  
sayılara yönelik doğrulamalar yapmaları istenir. Öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınıp  
bilimsel gösterim ile ilgili örnekler çeşitlendirilerek konuya karşı olan ilgi ve motivasyonla-  
rının artırılması hedeflenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.





## SAYILAR-2 TEMASI

Bu temada öğrencilerin doğal sayıların asal çarpanları ve bölenlerine ilişkin çıkarım yapabilmeleri; en büyük ortak bölene (EBOB), en küçük ortak kata (EKOK) ve bir doğal sayının belirli doğal sayılara bölümünden kalanlara dair muhakeme sürecini işe koşabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 26

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D6. Duyarlılık, D14. Saygı, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilişim Teknolojileri ve Yazılım

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

**MAT.9.1.5. Bir doğal sayı ile asal çarpanları ve tam bölenleri arasındaki ilişkilere dair çıkarım yapabilme**

- a) Bir doğal sayının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazımı ve tam bölenleri hakkında varsayımlarda bulunur.
- b) Farklı örneklerden elde ettiği örüntüleri listeleyerek bir doğal sayının asal çarpanları ve tam bölenleri hakkındaki varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
- c) Oluşturduğu genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını örneklerle sınar.
- ç) Bir doğal sayının asal çarpanları ve tam bölenleri ile ilgili ulaştığı sonuçlara yönelik matematiksel önermeler sunar.
- d) Elde ettiği önermelerin problem çözümlerindeki kullanılabilirliğini değerlendirir.

**MAT.9.1.6. Birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair muhakeme yapabilme**

- a) Birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair varsayımlarda bulunur.
- b) Farklı örneklerden elde ettiği örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
- c) Oluşturduğu genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını örneklerle sınar.
- ç) Birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair elde ettiği genellemelere yönelik önermeler sunar.
- d) Sunduğu önermelerin gerçek yaşam durumları içeren problemlerin çözümündeki katkısını değerlendirir.
- e) Elde ettiği önermeler ile ilgili matematiksel doğrulama yöntemlerini seçer ve işe koşar.
- f) Elde ettiği önermelere ilişkin işe koştuğu matematiksel doğrulamayı kullanılabilirliği açısından değerlendirir.

**MAT.9.1.7. Bir doğal sayının belirli doğal sayılara bölümünden kalanlarına dair muhakeme yapabilme**

- a) 2, 3, 4, 5, 9 ve 10 ile tam bölünebilme özelliklerinden hareketle bir doğal sayının 2, 3, 4, 5, 8, 9 ve 10 ile bölümünden elde edilecek kalanlara ilişkin varsayımlarda bulunur.
- b) Aynı sayı ile bölme işleminden elde edilecek kalanlara ilişkin farklı örneklerle ilgili örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
- c) Oluşturduğu genellemenin kendi varsayımını karşılayıp karşılamadığını örneklerle sınar.
- ç) Ulaştığı sonuçlara yönelik matematiksel önermeleri doğrulayabileceği şekilde sunar.
- d) Ulaştığı önermelerin katkısını bu sayıların en küçük ortak katlarından oluşan sayılara bölümünden kalanı bulma bağlamında değerlendirir.
- e) Önermelere ilişkin matematiksel doğrulama yöntemlerini seçer ve işe koşar.
- f) Önermelere ilişkin işe koştuğu matematiksel doğrulama yöntemini kullanılabilirliği açısından değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Çarpanlar ve Katlar

- Genellemeler**
- Her doğal sayı, asal sayıların çarpımı şeklinde tek türlü yazılır.
  - Bölünebilme kuralları, bölünen çözümlenerek elde edilir.

**Anahtar Kavramlar** asal sayı, çarpan, kat, bölen, bölme, bölüm, kalan, bölünebilme, ortak bölen, ortak kat, en büyük ortak bölen, en küçük ortak kat

**ÖĞRENME****KANITLARI****(Ölçme ve****Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerin bir doğal sayının 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ile 10'a ve bu doğal sayıların en küçük ortak katlarından oluşan sayılara bölümünden elde edilen kalanlara ait muhakeme becerilerinin değerlendirilmesine yönelik performans görevi verilebilir. Öğrencilere verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair gerçek yaşam problemleri içeren çalışma kâğıdı verilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Açık uçlu sorularla öğrencilerin belirlediği algoritmaları farklı sayılar üzerinde kullanıp kullanmadığı analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME****YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin ortaokul seviyesinden tek, çift ve ardışık tam sayıları tanıdığı; sınıf seviyesindeki sayı sınırlılıklarına bağlı olarak bir doğal sayının asal olup olmadığını ve asal çarpanlarını belirleyebildiği; bir doğal sayıyı basamak değerlerine göre çözümleyebildiği; bir doğal sayı ile asal çarpanları arasındaki ilişkileri yorumlayabildiği kabul edilmektedir. Ayrıca bir doğal sayının çarpanlarını, katlarını ve iki doğal sayının ortak bölenlerini, ortak katlarını belirleyebildikleri; doğal sayılarla bölme işlemi yapabildikleri; bölünen, bölen, bölüm, kalan kavramlarını ve doğal sayıların 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile tam bölünebilme özelliklerine yönelik çıkarım yapabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilerin asal sayı, çarpan, kat, bölme, bölen, bölüm, kalan, bölünebilme, ortak bölen, ortak kat kavramları ile ilgili ön bilgilerini belirlemeye yönelik sorular sorulur. Bir doğal sayının basamak çözümlemesine yönelik örnekler vermeleri istenebilir. Öğrencilerin doğal sayıların 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile tam bölünebilmesine; iki doğal sayının ortak bölenlerine ve ortak katlarına dair sahip oldukları bilgileri ve genellemeleri belirlemek için çıkarım yapmalarını gerektiren sorular sorulur. Bu sorular yoluyla öğrencilerin sayılarla algoritmik işlemlere karşı olan ilgi ve ihtiyaç düzeyleri de tespit edilir.

**Köprü Kurma**

Asal sayı, çarpan, asal çarpan, kat, bölme, bölen, bölüm, kalan, bölünebilme, ortak bölen, ortak kat kavramlarının anlamlarına yönelik sorulara yer verilir. Öğrencilere bölme algoritmasına ilişkin ortaokulda öğrendikleri bilgiler üzerinden nicelikleri gruplara ayırmayı veya niceliklerin katlarını almayı gerektiren gerçek yaşam durumları sunulabilir. Bu durumlar üzerinden algoritmik ve hızlı işlem yapmanın sağladığı kolaylıkların neler olabileceği sınıf içi tartışma yapılarak belirlenebilir.

## Öğretme-Öğrenme

Uygulamaları **MAT.9.1.5**

Öğrencilerden inceledikleri farklı doğal sayıları asal çarpanlarına ayırmaları, bu doğal sayının bölenlerini belirlemeleri ve bunlar arasındaki ilişkilere dair varsayımlarda bulunmaları (“Asal sayıların pozitif tam bölen sayısı ikidir.”, “Bir doğal sayı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde tek türlü yazılabilir.”, “Bir doğal sayının tam bölenleri asal çarpanlarından ve bunların çarpımından oluşur.” vb.) beklenir. Öğrencilerin bu varsayımlarını sınıfta ifade ederek ve birbirlerinin varsayımları üzerinde düşünerek genellemelerde bulunmaları sağlanır. Genellemeler varsayımlarla karşılaştırılarak elde edilen önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Bu önermelerin gerçek yaşam durumu problemlerinde değerlendirildiği uygulamalar yapılır. Ayrıca bu önermelerin değerlendirilmesinde doğal sayıların negatif bölenleri hakkında sonuçlar elde etme çalışmaları yapılır. Bir doğal sayının asal çarpanları ile bölenleri arasındaki ilişkilere dair çalışma kâğıdı verilebilir.

**MAT.9.1.6**

Öğrencilere önce iki, sonra da üç doğal sayı içeren; verilen sayıların bölenlerinin ve katlarının yazılacağı tablolardan oluşan çalışma kâğıtları verilebilir. Bu çalışma, sınıf gruplara ayrılarak iletişim ve iş birliği becerilerinin kullanılmasına olanak sağlayacak şekilde tasarlanabilir (**SDB2.1, SDB2.2**). Grup çalışması sayesinde öğrencilerin kendi düşüncelerini etkin bir şekilde ifade edebilmeleri, arkadaşlarıyla düşüncelerini paylaşabilmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek sözlü/sözsüz iletişimde bulunabilmeleri desteklenir (**SDB2.1, SDB2.2, D14**). İncelenen örneklerdeki sayılardan 1’den başka ortak böleni olmayanlara dikkat çekilir ve bu sayıların “aralarında asal” olarak adlandırıldığı ifade edilir. Ortak katların arasında en küçüğün bulunabileceği fakat en büyüğün bulunamayacağı, ortak bölenlerde ise en küçüğün 1 olduğu ve en büyüğün bulunabileceği şeklinde varsayımlarda bulunmaları beklenir. Benzer varsayımların üç ya da daha fazla sayı için de yapılması sağlanır. Varsayımlardan genellemeler elde edilir ve bu genellemeler varsayımlarla karşılaştırılır. Elde edilen genellemelerden yola çıkılarak birbirinin katı olan iki doğal sayının en büyük ortak böleni ve en küçük ortak katı hakkında, aralarında asal iki doğal sayının en büyük ortak böleni ve en küçük ortak katına ilişkin önermeler sunmaları beklenir. Ayrıca “iki doğal sayının çarpımının bu sayıların en küçük ortak katlarıyla en büyük ortak bölenlerinin çarpımına eşit olduğu” gibi EKOK ile EBOB arasındaki ilişkilere dair önermeler sunulur. Elde edilen önermeler, gerçek yaşam durumlarında işe koşularak değerlendirilir. Listeleme, asal çarpan ağacı, cebirsel gösterimler gibi farklı matematiksel doğrulama yöntemleri işe koşularak bu doğrulama yöntemleri; kullanışlılık açısından değerlendirilir (**MAB3**). Örneğin belirli bir örüntüye göre bir yolun iki tarafında bulunan bazı kaldırım taşlarının boyanması problemi üzerinden farklı örüntü durumlarında toplam kaç kaldırım taşının boyanabileceğine dair önermeler, listeleme ve cebirsel gösterim yöntemleri kullanılarak değerlendirilebilir. Kullanılan yöntemlerin olumlu ve olumsuz yönleri tartışılır (**E3.6, E3.7**). Öğrencilerden eşitlik ve eşitsizlik sembolleri kullanarak yansıtabilecekleri (“Herhangi iki doğal sayı EBOB ve EKOK’larının arasında yer alır.”, “İki sayı aralarında asal ise EBOB’ları 1’dir.” vb.) EBOB ve EKOK özelliklerini gösteren posterler hazırlamaları istenebilir. Öğrenciler, bu çalışmalarını bilişim araçlarından yararlanarak sergileyebilir (**OB2, MAB5**). Öğrencilere birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair gerçek yaşam problemleri içeren çalışma kâğıdı verilebilir.

**MAT.9.1.7**

Öğrencilerin ortaokul seviyesinde öğrendikleri 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile tam bölünebilme özellikleri hakkında bu sınıf seviyesinde matematiksel doğrulamalar yapmaları beklenir. Ayrıca 8'e bölünebilme ile ilgili genellemenin ve bunun doğrulamasının da yapılması istenir. Bu doğrulamalarda bölünen sayıların basamak çözümlenmeleri yapılarak cebirsel yöntemler kullanılabilir. Öğrencilerin verilen bir sayının 2, 3, 4, 5, 8, 9 ve 10 ile bölümünden elde edilebilecek kalanları bu doğrulama yöntemlerinden hareketle bölme yapmadan bulmaya dair varsayımlar geliştirmeleri beklenir. Burada yöntemsel yakınlık dikkate alınarak önce 2, 5, 10, 4 ve 8 için, daha sonra 3 ve 9 için olacak şekilde iki grupta inceleme yapılır. Öğrencilerden farklı örnekler üzerinden elde ettikleri örüntüleri listeleterek varsayımlarına yönelik genellemelerde bulunmaları ve bu genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol etmeleri istenir. Listeleme sırasında farklı bölünenleri ve farklı bölenleri içeren işlemlerin yer aldığı çalışma kâğıtları kullanılabilir. Bu çalışma kâğıtları, öğrencilerin genellemelerini listeleyebilecekleri tablolar içerebilir (**MAB3**). Bu genellemelerde sadece bir sayıya bölünebilmeye değil birden fazla sayının en küçük ortak katlarına (6, 12, 15 vb.) bölünebilmeye de yer verilmelidir. Böylece öğrenciler, genellemelerinden yola çıkarak her bir bölen için bölme yapmadan kalan bulmaya dair önermeler sunar. Öğrencilerden bu önermeleri tam sayılara genellemeleri beklenir.

Öğrencilere farklı bölünebilme kurallarını ve bu konuda yazılmış eserleri (Mehmet Nadir'in Hesâb-ı Nazarî kitabı gibi) inceleyecekleri araştırma ödevleri verilebilir (**D6, OB1**). Öğrencilerden ödevleri zamanında ve eksiksiz teslim etmeleri beklenir (**D16**). Bu görevlerde öğrencilerden yapmış oldukları araştırmaların sonuçlarını sınıfta sunmaları ve bu sunumlar üzerinden bölme yapmadan kalan bulma yöntemleri hakkında tartışmaları istenebilir (**SDB2.1**). Bu önermelerin kullanılabilirliğinin değerlendirilebileceği gerçek yaşam durumu örneklerine yer verilebilir. Doğrulama yöntemleri; farklı sayıları listeleterek, bölünen sayıyı basamaklarına göre çözümlenerek, kat ilişkilerine odaklanarak işe koşulur. Bu yöntemlerin uygunluğu, kullanılabilirlik açısından değerlendirilir. Değerlendirilen doğrulama yöntemi, farklı sayılar üzerinde denener (**SDB3.2**). Açık uçlu sorularla öğrencilerin belirlediği algoritmaları farklı sayılar üzerinde kullanıp kullanmadığı değerlendirilir. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA****Zenginleştirme**

Öğrencilerden genel ağ üzerindeki kişisel verilerin gizlenmesi için kullanılan şifreleme algoritmalarında asal sayıların nasıl kullanılacağı hakkında fikirler öne sürmeleri ve bu fikirlerini tartışmaları istenir. Araştırmalar yaparak fikirlerinin uygun olup olmadığını değerlendirmeleri sağlanır. Bu süreçte bilişim teknolojileri ve yazılım derslerinde öğrendikleri yöntemler ve kullandıkları araçlarla bağlantılar kurmaları desteklenir. Bir sayının asal olabilmesi için gerekli şartların neler olabileceği konusunda araştırma yapmaları istenir ve bu şartları, büyük sayıların (1577, 20 193 gibi) asallığı üzerinde denemeleri beklenir. Öğrencilerin "Bir doğal sayının asal çarpanlarının kuvvetlerinin birer fazlasının çarpımı, o sayının pozitif tam bölenlerinin sayısını verir." önermesine ulaşmaları sağlanır.

Asal sayıların kullanıldığı ilgi çekici asal sayı problemleri (Goldbach sanısı gibi) veya asal sayıların özellikleri hakkında (ikiz asallar, Fermat asalları, Mersenne asalları gibi) araştırmalar yapmaları istenir. Bu araştırma sonuçlarından yola çıkılarak asal sayı kavramının matematikteki yeri ve önemi üzerine tartışılır. Asal sayıların sonsuzluğu sorusu hakkında araştırma yapmaları istenir. Öklid'in asal sayıların sonsuzluğunun ispatı ile bu ispat yönteminin matematik tarihindeki yeri ve önemi üzerinde durulur.

Mükemmel sayılar, dost sayılar gibi bölen ilişkileri ile asallık üzerinden yapılmış farklı sayı adlandırmalarına ve bunların asallıkla ilişkilerine yer verilir. Türk İslam bilginlerinden mükemmel sayılar ve dost sayılar üzerine çalışan İsmail bin İbrahim Mardinî'nin (İbn Fellûs) çalışmaları incelenir.

**Destekleme** Öğrencilerden asal çarpanları ile bölenlerini, EBOB-EKOK'larını incelemeleri istenen sayıların basamak sayısının ikiden fazla olmamasına dikkat edilir. Bu inceleme sürecinde hesap makinelerinden veya çevrim içi araçlardan yararlanılabilir.

EBOB ve EKOK ile ilgili özelliklere dair önermelere ulaşılamadığı durumlarda sayısal örnekler kullanılarak öğrencilerin sınırlı genellemeler yapmaları sağlanır.

Bölünebilme ve EBOB-EKOK'a yönelik olarak açık, anlaşılır ispat ve doğrulamalar içeren posterler, diyagramlar hazırlanıp belli süreliğine sınıfta görünür bir yere asılabilir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonundan hareketle doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri hakkında çıkarımda bulunmaları ve bu fonksiyonları problem çözümlerinde kullanmaları amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 24

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistemati Olma, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D12. Sabır, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf, D20. Yardımseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB7. Veri Okuryazarlığı

### DİSİPLİNLER ARASI

**İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri, Ekonomi, Fizik, Kimya, Kriptoloji

### BECERİLER ARASI

**İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknolojiden Yararlanma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonundan türetilen doğrusal fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonunun nitel özelliklerini (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı ve bire birliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonunun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonunu grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle  $f(x) = ax + b$  doğrusal fonksiyonlarına dönüştürür.
- Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonu ile doğrusal fonksiyonların grafik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonunun nitel özelliklerinden hareketle doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı olarak doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin örnekleri (cebirsel, sayısal veya grafiksel) geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.9.2.2. Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=|ax+b|$  fonksiyonlarının özelliklerini incelemek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analogik akıl yürütebilme

- Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonu ile  $f(x) = |x|$  fonksiyonu,  $f(x) = ax + b$  fonksiyonu ile  $f(x) = |ax + b|$  fonksiyonu arasındaki cebirsel ve grafiksel benzerlikleri, farklılıkları gözlemler.
- Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = |ax + b|$  fonksiyonlarının nitel özelliklerini tespit eder.
- Tespit ettiği nitel özelliklerinden hareketle gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = |ax + b|$  fonksiyonunun parçalı tanımına yönelik çıkarımlarda bulunur.

MAT.9.2.3. Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözebilme

- Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenleri (bilinmeyen, katsayıları, sabit terimi, derecesi, kökü, çözüm kümesi/aralığı) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
- Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi işe koşarak problemi çözer.
- Elde ettiği çözümü uygun yöntemleri seçerek doğrular.



g) Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.

ğ) Problemin olası çözüm stratejilerini doğrusal fonksiyon içeren farklı problem durumlarına geneller.

h) Genellemelerinin geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ Doğrusal Fonksiyon

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Doğrusal değişim, doğrusal fonksiyonlarla temsil edilir.
  - Doğrusal fonksiyonlar, gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonundan türetilebilir.
  - Doğrusal fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği nokta, fonksiyonun sıfırı olarak adlandırılır.

**Anahtar Kavramlar** doğrusal ilişki, doğrusal fonksiyon, eğim, öteleme, simetri, değişken, artanlık, azalanlık, bire birlik, fonksiyonun sıfırı, fonksiyonun işareti, kök, katsayı, sabit terim, derece, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik

**ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)** Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, araştırma ödevi, performans görevi ve proje ödevi yoluyla değerlendirilebilir.

Öğrencilerden, grafik temsili verilen bir doğrusal fonksiyona uygulanabilen simetri dönüşümleri ve bu dönüşümlerin sonuçlarını içeren bir performans görevi hazırlamaları istenebilir. Hazırlanan performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Çalışma kâğıdı kullanılarak öğrencilerin doğrusal fonksiyonların nitel özellikleriyle matematiksel temsilleri arasında kurulan ilişkilere yönelik matematiksel doğrulama yapmaları istenebilir. Çalışma kâğıdında ortaya çıkan sonuçlar, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere gerçek yaşam durumlarında mutlak değer fonksiyonu ile modellenebilen örneklerin belirlenmesine yönelik bir araştırma ödevi verilebilir. Verilen araştırma ödevi, içerik ve sunum süreçlerini içeren derecelendirme ölçeğiyle değerlendirilebilir.

Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri işe koşmayı gerektiren gerçek yaşam problemlerinde öğrencilerin problemi matematiksel temsillere dönüştürebilmelerini, uygun çözüm stratejileri oluşturabilmelerini, çözümlerini kontrol edip yanıtatabilmelerini değerlendirmek amacıyla öğrencilere verilen performans görevi analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilir.

Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri işe koşmak amacıyla öğrencilere gerçek yaşam problemlerinden yola çıkarak olası tüm çözüm stratejilerini incelemelerini, çözüme ulaşan stratejiyi genelleylebilmelerini, elde edilen sonuçları değerlendirerek matematiksel modelleme yapabilmelerini sağlamaya yönelik proje ödevi verilebilir. Bu ödevin değerlendirilmesinde projeyi hazırlama, içerik ve sunum süreçlerini de içeren derecelendirme ölçeği hazırlanabilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin doğrusal orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi fonksiyon olarak ifade edebildiği, doğrusal bir fonksiyondaki değişkenlerin birbirine bağlı değişimlerini, artış veya azalışlarını fark edebildiği, koordinat sistemini tanıdığı, sıralı ikilileri bu sistemde gösterebildiği ve bir cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı sayı değerleri için hesaplayabildiği kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin 8. sınıfta öğrendikleri bilgilerden yola çıkılarak koordinat düzleminde verilen doğrusal fonksiyon grafiklerinin birbirine göre konumlarını doğruların eğimlerine göre yorumlayabildiği, bir gerçek sayının mutlak değerini sayı doğrusunda orijine olan uzaklığı olarak ifade edebildiği, doğrusal ilişkili iki niceliğe ait cebirsel ifadede bir niceliğin değeri verildiğinde diğerinin değerini hesaplayabildiği kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Doğrusal ilişkileri belirleyebildiklerini değerlendirebilmek için öğrencilere gerçek yaşam durumundan örnekler inceletilebilir veya doğrusal ilişki içeren eğitsel oyunlar oynatılabilir. Öğrencilerin iki boyutlu koordinat sisteminin özelliklerine dair ön bilgilerini, 8. sınıfta öğrendikleri doğrusal fonksiyonlar ve bu fonksiyonların matematiksel temsilleri ile ilgili sahip oldukları bilgi ve beceri düzeylerini, olası kavram yanılgılarını, ilgi ve ihtiyaçlarını tespit etmek için öğrencilere hazır bulunuşluk testleri yapılır. Bu bilgi ve becerileri doğru bir şekilde belirleyebilmek için açık uçlu sorular, soru cevap tekniği ile uygulanabilir.

### Köprü Kurma

Öğrencilere önceki öğrenmelerine dayanarak fikir yürütmeleri mümkün olan doğru, doğrunun eğimi, doğrusal ilişki, doğrusallık ve mutlak değer kavramlarına dair sorular sorulur. Ardından sıcaklık değişimi, ücret tarifeleri gibi gerçek yaşam durumlarının grafik temsilleri incelenir. Öğrencilerin temada yer alan konulara ilgi duymalarını sağlamak için 8. sınıfta yer verilen doğrusal fonksiyonların koordinat düzlemindeki konumları, cebirsel ve grafik temsilleri arasındaki ilişkileri gerçek yaşam bağlamlarında incelenebilir.

## Öğretme-Öğrenme

### Uygulamaları

#### MAT.9.2.1

Fonksiyon kavramının ve fonksiyonlara ilişkin temel özelliklerin keyfi kümeler üzerinden soyut bir yaklaşımla tanımlanması yerine, 8. sınıfta yer verilen doğrusal fonksiyonların koordinat düzlemindeki grafiklerinden ve gerçek yaşam durumlarından hareket edilir. Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x$  doğrusal referans fonksiyonunun farklı temsilleri (grafiksel, cebirsel vb.) arasındaki ilişkilere dayalı olarak öğrencilerin bu referans fonksiyonunu anlamlandırmaları sağlanır (MAB3). Doğrusal referans fonksiyonunun bağımlı-bağımsız değişkeni, tanım aralığı, değer aralığı, tanımlı olduğu aralıklara bağlı olarak fonksiyonun işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı ve bire birliği incelenerek bu nitel özellikler öğrencilerle beraber tanımlanır. Doğrusal referans fonksiyonunun nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri arasındaki ilişkiler incelenir.

Öğrencilerin gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  doğrusal referans fonksiyonunun grafik temsili üzerinde gerçekleştirilecek dönüşümler ile  $f(x) = x + b$ ,  $f(x) = ax$ ,  $f(x) = ax + b$  doğrusal fonksiyonlarının grafiksel ve cebirsel temsiline ulaşmaları sağlanır. Grafik temsilleri ile cebirsel temsillerdeki katsayıların ilişkileri yorumlanır. Elde edilen doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımda bulunabilmeleri için öğrencilere fırsat verilir. Bu amaçla farklı  $a$ ,  $b$  katsayıları için fonksiyonun eğimini, eksenleri kestiği noktaları ve iki farklı doğrusal fonksiyonun kesişim noktalarını tahmin etmeleri sağlanır. Öğrencilerin dijital öğrenme araçlarını işe koşma becerilerini geliştirmek için matematik yazılımlarının veya diğer çevrim içi araçların etkin şekilde kullanılması sağlanır (OB2, MAB5). Öğrencilere gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  doğrusal referans fonksiyonunun grafik temsiline uygulanan dönüşümler ve fonksiyonun cebirsel temsiliindeki değişimine yönelik inceleme içeren performans görevi verilebilir. Öğrencilerin performans görevini zamanında ve eksiksiz olarak teslim etmeleri beklenir (D16).

Öğrencilerin elde ettikleri her doğrusal fonksiyonun farklı nitel özellikleri ile ilgili varsayımda bulunmaları ve bu varsayımlarını  $a$  ve  $b$ 'nin değişen farklı değerleri için genellemeleri, ardından genellemelerini kontrol etmeleri sağlanır. Öğrencilerin genelledikleri her varsayımdan yola çıkarak  $a$  ve  $b$  katsayıları ile fonksiyonun niteliği arasındaki ilişkiler hakkında önermelerde bulunmaları beklenir. Diğer nitel özelliklerin yanı sıra öğrencilerin fonksiyonun sıfırını  $(-b/a)$  ve tanımlı olduğu aralıklara bağlı olarak fonksiyonun işaretini de doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafiksel özellikleri bağlamında fonksiyonun önemli bir özelliği olarak incelemeleri ve bu özelliklerine yönelik önermelere ulaşmaları sağlanır. Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = ax + b$  fonksiyonunun işareti incelenirken hem grafik temsilinden hem de  $x = -b/a$  noktasına göre ayrılmış işaret tablosundan yararlanılır. Bu önermelerde sembolik dil ve mantıksal niceleyicilerin uygun biçimde kullanılması beklenir ("Her  $a > 0$  için gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = ax + b$  fonksiyonu artandır." gibi). Ardından doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili ulaşılan önermeler, kullanışlılık açısından değerlendirilir (belli bir ücret ile başlayan taksi ücretinin yola bağlı değişiminin fonksiyonun artanlığı ile ilişkilendirilmesi gibi). Ayrıca, gerçek sayılar kümesinin aralıklara ayrılması ile her aralıkta başka bir doğrusal fonksiyonun tanımlı olduğu parçalı fonksiyonlar elde edilir. Parçalı fonksiyonu anlamlandırma için gerçek yaşam durumları incelenir. Örneğin kimya disiplini bağlamında ısıtılan bir buz kütesinin sıcaklık değişimine ilişkin bir deneyin zamana bağlı sıcaklık verileri incelenir (OB7). Bu veriler elektronik tablolara yansıtılarak oluşan fonksiyonun grafiği incelenir ve bu grafiğe ilişkin elde edilen parçalı fonksiyonun cebirsel temsili yapılır (MAB4, MAB5). Burada varsayım aşamasından sunulan önermeyi değerlendirmeye kadarki sürecin belli bir sırayla gerçekleşmesi sağlanır. Böylece öğrencilerin matematiksel çıkarım yapabilmelerinin yanı sıra sistematik ve istikrarlı olmaları desteklenir (E3.7, D12).

Sunulan her bir önerme için matematiksel doğrulama veya ispat sürecine gidilir. Doğrusal fonksiyonların matematiksel temsilleri, grafik dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermelere ilişkin nasıl matematiksel doğrulama yapılabileceği sınıfça tartışılır. Örneğin cebirsel temsili  $f(x) = ax + b$  olan fonksiyonlarda  $a$  ve  $b$  katsayıları değiştiğinde nitel özelliklerin nasıl değişebileceği üzerine kurulan önermelerin matematiksel olarak nasıl doğrulanabileceği gösterilebilir. Yapılan matematiksel doğrulamalar öncelikle öğrenci tarafından çözümlenebilir ve sonrasında kendi başına matematiksel doğrulama yapabilmeleri için öğrencilere fırsatlar tanınabilir (E3.11). Örneğin cebirsel temsili  $f(x) = ax + b$  fonksiyonunda  $a > 0$  veya  $a < 0$  olması durumunun fonksiyonun artanlığı-azalanlığı ile ilişkisi, tablo ve grafik temsiller kullanılarak öğrenciler tarafından doğrulanabilir. Benzer şekilde ulaşılan önermelerden bazıları, nitel özelliklerin tanımından hareketle cebirsel olarak ispatlanır. Örneğin artanlığın tanımı (Her  $a > 0$  için gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = ax + b$  fonksiyonu artandır.) ile " $\forall x_1, x_2$  gerçek sayısı için  $x_1 < x_2$  iken  $f(x_1) < f(x_2)$ 'dir." önermesi arasında ilişki kurulur ve bu önerme ispatlanır. Böylece muhakeme süreci, matematiğin sembolik dili ve mantıksal niceleyicilerle desteklenir. Doğrusal fonksiyonların tüm nitelikleri için matematiksel doğrulamalar ve bazıları için (artanlık-azalanlık, bire birliklik) ispatlar yapıldıktan sonra öğrencilerin doğrulama ve ispat için başvurdukları cebirsel ve grafiksel yöntemleri farklı durumlarda nasıl kullanabileceklerini ve bu yöntemlerin kullanışlılıklarını değerlendirmeleri sağlanır. Doğrusal fonksiyonların nitel özellikleriyle matematiksel temsilleri arasında kurulan ilişkilere yönelik matematiksel doğrulama yapmaları için öğrencilere çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

### MAT.9.2.2

Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x$  referans fonksiyonunun nitel özellikleri dikkate alınarak gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = |x|$  fonksiyonunun grafik temsili incelenir. İki fonksiyon arasındaki benzerlikler ve farklılıklar tespit edilir.  $f(x) = |x|$  fonksiyonunun cebirsel temsili olarak fonksiyonun parçalı tanımına yer verilir. Bu incelemenin ardından cebirsel temsilleri

$f(x) = ax + b$  ve  $f(x) = |ax + b|$  olan fonksiyonların cebirsel ve grafiksel ilişkileri incelenir. Burada fonksiyonların nitel özellikleri arasındaki farklılıklara odaklanılır. Özel olarak cebirsel temsili  $f(x) = |ax + b|$  olan fonksiyonun sıfırı ile grafik temsili arasındaki ilişki gözlemlenir. Yapılan inceleme ve gözlemler sonucu fonksiyona ait nitel özellikler belirlenir. Belirlenen nitel özelliklere ilişkin önermeler, sözel olarak ifade edilir. Ayrıca öğrencilerin cebirsel temsili  $f(x)=ax+b$  olan fonksiyonun sıfırı ile grafik temsili arasındaki gözlemlerinden cebirsel temsili  $f(x)=|ax+b|$  olan fonksiyonunun farklı bir cebirsel temsili olarak parçalı tanımlı gösterimine dair çıkarımlar (iki farklı doğrusal fonksiyonun cebirsel temsiline tek bir cebirsel temsille ifade edilebilmesi gibi) yapmaları beklenir (**MAB3**). Öğrencilere gerçek yaşam durumlarında mutlak değer fonksiyonu ile modellenen örneklerin belirlenmesine yönelik bir araştırma ödevi verilebilir.

### MAT.9.2.3

Gerçek yaşam bağlamlarında sunulan problemler, cebirsel veya grafik olarak temsil edilir (**MAB3**). Problemlerdeki sözel, cebirsel veya grafik temsillerinden hareketle  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) \geq g(x)$ ,  $f(x) = 0$ ,  $f(x) < 0$  vb. denklem ve eşitsizlikler; cebirsel veya grafik olarak elde edilir. Bu denklem ve eşitsizliklerin matematiksel bileşenleri ve aralarındaki ilişkiler belirlenir (**E3.6, E3.7**). Doğrusal fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerin matematiksel temsilleri arasında geçişlerin yapılması beklenir. Bu geçişlerde öğrencilerin problemin olası çözümü hakkında grafikten bir yorum elde edebilmeleri ve cebirsel işlemler için bir strateji belirlemeleri hedeflenir. Örneğin gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = ax + b$  fonksiyonunun grafiği ile  $f(x) < 0$  eşitsizliğinin çözüm aralığı arasında ilişki kurulabilmesi için  $x = -b/a$  noktasından ayrılmış bir işaret tablosu kullanılır. Bu temsiller arası geçişin gösterilebilmesi için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanılabilir (**OB2, MAB5**). Özel olarak  $f(x) < 0$  şeklindeki bir eşitsizliğin  $f(x) < g(x)$  şeklindeki eşitsizliklerin özel bir hâli ( $g(x) = 0$ ) olduğunu ve grafik temsilde  $g$  fonksiyonunun grafiğinin  $x$  eksenine ile temsil edildiğini öğrencilerin fark etmeleri sağlanır. Bunun için  $g$  fonksiyonunun tanım aralığındaki her  $x=a$  gerçek sayısının görüntüsünün  $y=0$  olduğu ve bu durumun koordinat düzleminde  $(a,0)$  şeklinde temsil edildiği yorumuna ulaşmaları sağlanabilir. Doğrusal fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizlikleri işe koymayı gerektiren gerçek yaşam durumlarındaki sözel temsillerin matematiksel temsillere dönüştürülebilmesine yönelik açık uçlu sorular sorulabilir. İki veya daha fazla doğrusal fonksiyonun kesişim noktaları ile bunlardan elde edilen iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözüm kümesi birlikte yorumlanır. Bunun için cebirsel ve grafik temsiller arası ilişkilere analitik bir bakış açısıyla sistematik bir şekilde yer verilmelidir (**E3.6, E3.7**).

Doğrusal fonksiyonlarla oluşturulan denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmek için öğrencilerin grafiksel ve cebirsel yaklaşımlara dayalı çözüm stratejileri geliştirmeleri sağlanır. Problem durumuna uygun bir strateji seçilerek denklem veya eşitsizliğin çözüm kümesi, fonksiyonun sıfırı ile ilişkilendirilerek elde edilir. Matematiksel araç ve teknolojilerden, denklem ve eşitsizliklerin grafik gösterimlerinden ve yerine koyma yönteminden yararlanılarak elde edilen çözüm kümelerinin doğruluğuna ilişkin değerlendirmeler yapılabilir. Bu noktada çözümler, farklı bir stratejiyle kontrol edilerek olası hatalar düzeltilebilir (**SDB3.2, MAB5**).

Doğrusal fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerin çözümlerinde olası çözüm stratejilerinin neler olabileceği tartışılır. Özellikle gerçek yaşam durumlarını içeren problemlerde doğrusal fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerin çözümünü sağlayan stratejiler, kullanılabilirlik ve verimlilik açısından değerlendirilir. Kullanılan gerçek yaşam problemlerinin ekonomi, fizik gibi disiplinlerle ilişkili olmasına ve toplumsal yarara vurgu yapmasına özen gösterilir (**D20**). Örneğin üretilen/talep edilen ürün miktarının bağımsız değişken, ürün fiyatının bağımlı değişken olarak kabul edildiği arz-talep doğrularında piyasa denge fiyatını bulmak için neler yapılabileceği sorgulanır (**OB3, D17**). Buradan hareketle bu doğrusal fonksiyonların eşitlenerek ortak çözüm kümesinin bulunmasına yönelik bir strateji geliştirilebilir. Çözüme ulaştıran stratejilerden mümkünse genellemeler yapılabilir. Elde edilen

genellemeler, benzer problem durumlarında kullanılmak üzere matematiksel bir modele dönüştürülür. Bu matematiksel modellemeler toplumsal fayda sağlayacak durumlar üzerinden (ekoloji, sağlıklı yaşam gibi) geliştirilebilir (D16). Matematiksel bir model ortaya koymaya yönelik, iş birlikli öğrenmeyi hedefleyen grup içi çalışmalar desteklenebilir (SDB2.2). Tüm bu süreçlerde elde edilen matematiksel modellerin sınırlılıkları, güçlü ve zayıf yönleri; doğrusal fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerin çözümleri bağlamında değerlendirilir. Bu çıktıya yönelik performans görevi ve proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

Doğrusal fonksiyonların grafikte gösteriminde etkileşimli çevrim içi uygulamalara (oyunlar, bilgi yarışmaları, grafik çizim programları), animasyonlara, somut materyal kullanımına ve elektronik tablolara dayalı farklı etkinliklere yer verilir. Öğrencilere doğrusal fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilme, grafik temsillerini ortaya koyabilme ve yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. İş birlikli öğrenme temelinde öğrencilere gerçek yaşam durumlarında doğrusal ilişkileri tartışabileceği, grafik yorumlarını yapabileceği grup çalışmaları, ortak sunumlar ve projeler yaptırılır. Bilgisayar bilimleri, ekonomi, fizik, kimya, kriptoloji gibi farklı disiplinlerde geçen doğrusal ilişkili durumların keşfedilmesine ve bu durumların matematiksel temsillerle ilişkilendirilmesine yönelik görevler verilir. Benzer şekilde doğrusal fonksiyonlara ilişkin bilgi ve becerilerini işe koşabilecekleri (elektronik tablo hazırlama, sözde kod yazma, matematik yazılım programları kullanma gibi) farklı uygulamalar yaptırılır.

### Destekleme

8. sınıftaki öğrenme eksiklerinin giderilmesi amacıyla doğrusal fonksiyonların temellenmesinde önemli yer tutan doğrusal ilişkiler ve koordinat düzleminde gösterimler üzerinde durulur. Doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılabilir. Gerçek yaşam örneklerinden hareket edildiğinde bağımlı-bağımsız değişken kavramları ve doğrusal fonksiyonun cebirsel gösterimi daha kolay anlamlandırılabilir.

Doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilebilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel vb.) kullanılabilir.

Daha yavaş öğrenen öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulabilir ve öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenebilir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## ALGORİTMA VE BİLİŞİM TEMASI

Bu temada öğrencilerin gerçek yaşam durumu ya da sayılarla ilgili problemlere algoritma temelli çözümler geliştirebilmeleri, mantık bağlaçları ile niceleyicilerin problem durumlarındaki anlamlarını çözümleyebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 16

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.4. Çözümleme, KB2.15. Yansıtma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D9. Mahremiyet, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf, D18. Temizlik, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.9.3.1. Algoritma temelli yaklaşımlarla problem çözebilme

- a) Algoritmik yaklaşımla ele alınabilecek bir problemdeki işlem ve süreçlere yönelik bileşenleri belirler.
- b) Problem durumlarında temsillerle (liste, tablo, çizge, akış şeması, algoritmik doğal dil, sözde kod gibi) matematiksel yapılar arasındaki ilişkileri belirler.
- c) Problem durumlarındaki sözel, görsel veya cebirsel ifadeleri algoritmik dile dönüştürür.
- ç) Karşılaşılan problem durumlarında geçen algoritmik dili; sözel, görsel veya cebirsel olarak açıklar.
- d) Karşılaşılan problem durumlarında algoritma temelli bir çözüm stratejisi oluşturur.
- e) Karşılaşılan problem durumlarında seçtiği algoritma temelli çözüm stratejisini işe koşar.
- f) Karşılaşılan problem durumlarında seçtiği algoritma temelli çözüm stratejisini kontrol eder.
- g) Algoritma temelli çözülebilen problemlerin olası çözüm stratejilerini inceler.
- ğ) Algoritma temelli çözülebilen problemlerde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımlar yapar.
- h) Algoritma temelli çözülebilen problemlerde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımları değerlendirir.

MAT.9.3.2. Algoritmik yapılar içerisindeki mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri çözümleyebilme

- a) Algoritmik yapılar içerisinde kullanılan mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri belirler.
- b) Algoritmik yapılar ile mantık bağlaçları ve niceleyiciler arasındaki ilişkileri belirler.

MAT.9.3.3. Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritmalarda kullanımına yönelik edindiği deneyimi farklı matematiksel görev ve problemlere yansıtabilme

- a) Karşılaştığı algoritmalarındaki mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımını gözden geçirir.
- b) Matematiksel problem çözme, doğrulama ve ispat süreçlerinde mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımına yönelik çıkarımlar yapar.
- c) Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiksel dil ve sembolizmin yalınlık ve kesinliğindeki rolünü değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Algoritma

- Genellemeler**
- Çizge ve diyagramlar, etkin problem çözme araçlarıdır.
  - Şifrelemede ve şifre çözmeye algoritmalar kullanılır.
  - Mantık bağlaçları ve niceleyiciler, algoritmaların temel öğelerindedir.
  - Matematiksel problemlerle matematiksel doğrulama ve ispat süreçleri algoritmik bir yaklaşımla gerçekleştirilebilir.

**Anahtar Kavramlar** mantık bağlaçları, mantık niceleyicileri, algoritma, akış şeması, çizge, sözde kod, şifreleme

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı ve performans görevi yoluyla değerlendirilebilir.

Programlama dillerindeki kodlamalarda yer alan algoritmaların (sıralama ve arama algoritmaları gibi) çözümlenmesine ve bu kodlamalarla ilgili akış şemaları oluşturulmasına yönelik verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Akış şeması oluşturma, çizge oluşturma, kodlama yapma yöntemlerini kullanmayı gerektiren problemlerin yer aldığı çalışma kâğıtları analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Gerçek yaşam durumlarında ve bilişim sistemlerinde şifreleme algoritmalarının kullanımının araştırılmasına yönelik verilen performans görevinin değerlendirilebilmesi için hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği hazırlanabilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller**

Öğrencilerin tek, çift ve ardışık tam sayıları bildiği; bir doğal sayının asal olup olmadığını ve asal çarpanlarını belirleyebildiği; bir doğal sayıyı basamak değerlerine göre çözümlenebildiği; asal sayıların özelliklerini ve bir doğal sayı ile asal çarpanları arasındaki ilişkileri yorumlayabildiği; bir doğal sayının çarpanlarını ve katlarını belirleyebildiği; bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarını bildiği; doğal sayılarda bölünebilme kurallarıyla işlemler yapabildiği; iki doğal sayının ortak bölenlerini ve ortak katlarını belirleyebildiği ve doğrusal fonksiyonları tanıdığı kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin aritmetik ve cebirsel işlemler içeren bir problem durumunun aşamalarını algoritmik olarak (doğal dil, akış şeması ya da sözde kod) ifade edebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilerin doğal sayıların ve tam sayıların özellikleri, bölme algoritması ve doğal sayılarda bölünebilme kuralları ile ilgili bilgi ve becerilerinin belirlenebilmesi için soru cevap tekniği uygulanır. Gerçek yaşam durumu problemleri üzerinden algoritma dilinin kullanımını ile ilgili ön bilgilerin ve ihtiyaçların tespit edilmesine yönelik hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma**

Öğrencilerin algoritma hakkındaki bilgilerini ve düşüncelerini ortaya çıkarmak için bilişim ve iletişim alanlarındaki günümüz teknolojik gelişmeleri bağlamında sınıf içi tartışma yapılabilir (**D4**). Bilişim teknolojilerinin temelinde yatan matematiksel fikirlerin neler olduğu, algoritmanın önemi, işlevi ve matematikle olan ilişkisi hakkında bir sunum yapılabilir. Bu şekilde öğrencilerin teknolojide dünyayı etkileyen yeni gelişmelerin (programlama dilleri, makine öğrenmesi, yapay zeka vb.) arkasında yatan matematiği fark etmeleri sağlanabilir (**SDB3.1**). Akış şemalarının farklı alanlarda kullanımına yönelik örneklere yer verilir. Bu bağlamda sibernetik alanında Cezeri'nin çalışmaları örnek gösterilir (**D6**). Öğrencilere bilgisayar bilimlerinde ikili sayma sistemi kullanımının anlamına ve avantajlarının neler olabileceğine ilişkin sorular sorulur. Euler'in Königsberg köprüsü problemi tarihsel bağlamı ile birlikte tanıtılarak öğrencilerin probleme dair fikir üretmeleri beklenebilir. Gerçek yaşam durumlarında özel bilgilerin şifrelenerek korunmasının algoritmayla nasıl mümkün olabileceği sorgulanır (**E1.1, D9**). Ulusal güvenlik açısından şifreleme teknolojileri ve siber güvenlik sistemlerinde (kimlik ve erişim yönetimi, bulut güvenliği gibi) ülkemizin gelişmesinin önemi vurgulanır (**D19**).



## Öğretme-Öğrenme

Uygulamaları **MAT.9.3.1**

Ortaokulda önce işlemleri, ardından cebirsel ifadeleri algoritmik bir dille ifade etmeyi öğrenen, algoritma oluşturma süreçlerinin gerektirdiği sistematik ve mantıksal düşünmeyi deneyimleyen öğrencilerin bu sınıf seviyesinde algoritmik düşünme temelli problem çözebilmeleri beklenmektedir. Algoritma kelimesinin kökeni tartışılır ve kelimenin batı dillerine Harezmi'nin isminin okunuşundan geçtiğine yer verilir (**D6**).

Verilen bir görevin ya da problemin matematiksel temsili için liste, tablo, çizge, akış şeması oluşturma, algoritmik doğal dil veya sözde kod yazma yöntemlerinden uygun olanlar belirlenir (**MAB3**). Problem durumlarında verilen çizge, şifrelenmiş metin, kod öbeği vb. temsiller ile algoritma arasında ilişkiler kurulur. Örneğin periyodik durumlar içeren (nöbet tutma gibi) doğal sayı problemleri, asal çarpanlara ayırma, verilen iki sayının aralarında asal olup olmadığını belirleme, ilk 100 sayı içinden asal olanları tespit etme (Eratosthenes kalburu), bölme algoritması, bilinen bölünebilme kurallarını algoritmik dille ifade etme, 7, 11 ve 13 asalları için farklı bölünebilme kurallarını araştırma gibi görevlere yer verilir. Ayrıca en az deneme yaparak çözüm bulmayı gerektiren ve arama algoritmalarının uygulanması olan problemler (n tane bozuk para içinden 1 tane sahte olanı en az tartımla bulma ya da akıldan tutulan bir doğal sayıyı cevabı evet/hayır olan en az sayıda soru ile bulma gibi) ele alınır.

Bilgi teknolojileri ve iletişimde mesajları şifrelemek için algoritmaların nasıl kullanılabileceği sorgulanır; metinlere, sayılara veya sembollere verilen sayısal değerlerle ikili sisteme (binary) dönüştürülmesi bir şifreleme örneği olarak ele alınır (**E1.1, E3.11**). Köprü kurmada incelenen Königsberg köprüsü probleminden hareketle köprüler kenar, bölgeler köşe kabul edilerek problem, bir çizge şeması ile temsil edilir. Genel ağda, sosyal medyada takip etme/edilme ilişkilerinin haritası gibi bilişim alanında güncel olarak kullanılan çizge yapıları incelenir. El kaldırmadan çizilen şekiller, şehirleri birbirine bağlayan en kısa yol, tokalaşma sayısı vb. problemlerde alternatif bir çözüm yolu olarak çizgelerin kullanılabileceği gösterilir (**SDB3.2**). Çizge kuramının detaylı kavramları ve çizge sınıflandırmaları açıklanmadan çizgelerin matematiksel problem çözmede etkili bir araç olarak nasıl kullanılabileceğine yönelik öğrencilerin bir fikir geliştirmeleri sağlanır. Ayrıca bilgisayar biliminde her şeyin temelinde olan ve çeşitli programlama dilleri kullanılarak yazılan kodların tümünün algoritmalarından oluştuğuna ilişkin basit örnekler incelenir (**MAB3**). Sıkça kullanılan, bilinen program ya da uygulamaların algoritmalarını (akış şemaları ya da sözde kodlarını) incelemek için araştırma ödevi verilebilir.

Algoritma diline ait yapıların (doğal dil, akış şeması, sözde kod) problem durumlarında nasıl işe koşulacağı belirlenir. Örneğin verilen bir doğrusal fonksiyonun kökünü bulmayı sağlayan algoritmanın nasıl olabileceği tartışılır. Karşılaşılan problem durumlarındaki sözel, görsel veya cebirsel temsillerin algoritmik bir dile dönüştürülebilmesinde işlem adımlarının takip edilmesi üzerinde durulur (**MAB3**). Bir gerçek yaşam problemine çözüm getiren basit bazı programların (kilo ve boy bilgileri girildiğinde vücut kitle endeksinin hesaplanması gibi) algoritmasını yazma (doğal dil ya da akış şeması) veya verilen bir algoritmanın hangi problemin çözümü olduğunu belirleme çalışmalarına yer verilir. Örneğin girilen bir sayının 4 ile bölümünden kalanı bulan bir programın sözde kodu incelenerek öğrencilerin akış şeması oluşturmaları istenebilir. Bundan faydalanarak 9 ile bölümünden kalanı veren algoritmayı vb. yazmaları istenebilir. Oluşturulan algoritmaların geçerliliği, algoritmaya girilen değerlerden elde edilen çıktıların bir tabloya aktarılarak değerlendirildiği algoritma testiyle sınanabilir. Benzer şekilde şifreleme ve çizge içeren problemlerdeki algoritma örnekleri incelenir. Bilgisayar bilimlerinde sıkça kullanılan algoritmaların (sıralama, arama algoritmaları gibi) çözümlenmesine yönelik araştırma ödevi verilebilir.

Karşılaşılan problem durumları algoritmik bir dile dönüştürülerek probleme dair bir çözüm stratejisi elde edilir. Örneğin şifrelenmiş bir metnin hangi kural kullanılarak şifrelendiğini saptayabilmek veya belirli sayıda kişiden oluşan bir grupta herkesin birbiri ile tokalaşması durumunda toplam tokalaşma sayısını tespit edebilmek için algoritma oluşturulur. Oluşturulan algoritma, problemin nasıl çözülebileceğine dair stratejiyi içerir. Bir gerçek yaşam durumu örneği tasarlanarak (bir çöp arabasının yakıt tüketimini azaltmak için şehrin sokaklarını en kısa yoldan dolaşabilmesi gibi) çözüm için bir çizge tasarlanabilir. Tasarlanan çizgelerle elde edilen sonuçlar tartışılır (**D17, D18**). Algoritma temelli oluşturulan çözüm stratejisi uygun şekilde işe koşularak problemin çözümü sağlanır. Öğrencilere akış şeması okuma/yazma, sözde kod okuma/yazma veya çizge oluşturma yöntemlerini kullanmayı gerektiren problemlerin yer aldığı çalışma kâğıtları verilebilir. Çözülen problem, başka algoritmalar kullanılarak veya kullanılmadan (örneğin matematiksel araç ve teknolojiden yararlanılarak) tekrar çözülür ve önceki adımda elde edilen çözümün doğruluğu kontrol edilir. Matematiksel araç ve teknolojiyi kullanırken dijital kaynakları belirleme ve bu kaynakları kullanarak dijital yetkinliklerini güncelleme gibi beceriler işe koşulabilir (**MAB5, OB2**).

İncelenen problemin algoritma temelli olan veya olmayan olası tüm çözüm stratejileri ele alınır. Örneğin sözel bir problemin çözümü hem çizge şeması oluşturularak hem de tablo kullanılarak yapılabilir (**MAB3**). Bu şekilde algoritma temelli çözümlerin diğer çözümlerden farklı yönleri saptanabilir. Mevcut problemin algoritma temelli çözümlerinden yararlanılarak çıkarımlar yapılır. Örneğin bir çizge probleminde, oluşturulan çizge şeması kullanılarak köşelerden geçen kenar sayısının en kısa yol problemlerindeki anlamına dair veya şifrelenmiş metinlerde en çok tekrarlanan harflerin sesli harf olma ihtimalinin yüksek olmasına dair genellemeler yapılabilir. Elde edilen bu genellemeler, problemlerin çözümündeki kullanışlılığı açısından değerlendirilir. Öğrencilere kişisel bilgilerin korunmasıyla ilgili olarak bilişim sistemlerinde kullanılan şifreleme algoritmaları hakkında araştırma yaptırılabilir (**D9**). Öğrencilerden görevi zamanında ve eksiksiz tamamlamaları beklenir (**D16**). Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

### **MAT.9.3.2**

Gerçek yaşam durumlarında ve sözel problem metinlerinde (nesnelere/kişileri iki ya da üç özelliğe göre sınıflandırmayı içeren problemler, çizge veya şifreleme içeren problemler gibi) geçen önermelerdeki mantık bağlaçları (ve, veya, ya da, ise) ve niceleyicilerin (her, bazı) anlamları değerlendirilir. Bu problem durumlarında yer alan mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiksel anlamları belirlenir. Algoritma temelli problemlerde mantık bağlaçları ve niceleyicilere olan ihtiyacın sebebi sorgulanır. Bu mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritma temelli problemlerdeki kullanımı ve işlevi, problem çözümlerine ilişkin algoritmik dil (doğal dil, akış şeması ya da sözde kod) oluşturularak belirlenir (**OB4**). Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

### **MAT.9.3.3**

İncelenen algoritmalarından hangilerinde mantık bağlaçları ve niceleyicilere ihtiyaç duyulduğu ve bunların nasıl kullanıldığı gözden geçirilir. "Mantık bağlaçları ve niceleyiciler olmadan algoritma doğru kurulabilir mi?", "Mantık bağlaçları ve niceleyiciler olmadan matematiksel bir fikir doğru şekilde genellenip ispatlanabilir mi?" gibi sorular sorulur. Bu şekilde mantık bağlaçlarının ve niceleyicilerin hem algoritmalarındaki hem de matematiksel doğrulama ve ispat süreçlerindeki önemi üzerine öğrencilerin tartışmaları sağlanır. Basit bir önerme ("Her tek sayının karesi de tektir." gibi) alınarak bu önermenin doğruluğu hem algoritma hem de cebirsel ispat adımları ile gösterilir. Böylece mantık bağlaçları ve niceleyicilerin her iki durumdaki kritik rolünü öğrencilerin fark etmeleri sağlanır. Aynı zamanda mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiğin sembolik dilinin yalın, kesin ve evrensel bir biçimde oluşumunda önemli bir rolü olduğuna yönelik değerlendirmelerde bulunmaları desteklenir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Verilen iki sayının en büyük ortak bölenini bulma amacıyla bir algoritma oluşturma görevi üzerinde hareket edilerek Öklid algoritmasının incelendiği çalışmalara yer verilir. Öz yinlemeli (rekürsif) algoritma örnekleri Öklid algoritması ile ilişkilendirilerek öğrencilerden başka örneklerin araştırılması istenir. Şifrelenmiş mesaj metinlerinde şifreleme algoritmasının tespitine ve metnin ortaya çıkarılmasına yönelik çalışmalar yapılır. Öğrencilere kriptolojide kullanılan asal sayı test algoritmaları ile ilgili araştırma görevi verilir. Kriptanalizin ne olduğuna ve kriptanaliz yöntemleri hakkında araştırma yapılarak sunum hazırlanması istenir.

Öğrencilerden bilgisayar bilimine ait problemlerde kullanılan farklı algoritmaların (sıralama algoritmaları gibi) sağladığı avantajlara yönelik araştırma yapmaları ve sonuçlarını sınıf ortamında paylaşmaları istenir. İkili ağaç şeması yöntemini kullanmayı gerektiren problem durumlarına yer verilir.

Farklı problem türlerinden (tokalaşma sayısı, Euler'in köprü problemi gibi) hareketle öğrencilerin çizgelerin kenar ve köşe sayıları arasındaki ilişkiler bağlamında çizge kuramındaki temel kavram ve genellemelere ulaşmaları sağlanır. Örneğin platonik cisimler incelenerek Euler karakteristiğini keşfetmeleri sağlanabilir. Çizge ile temsil edilebilecek bir problemde en kısa yolu ya da tam turu bulmak için çeşitli algoritmaların kullanılabilmesi farklı örneklerle yer verilebilir. Euler turu, Hamilton turu, gezgin satıcı problemi hakkında öğrencilere araştırma ödevi verilebilir. Öğrencilerin problem çözümüne yönelik elde ettikleri algoritmaları bildikleri bir programlama diline aktararak bilgisayarda çalıştırmaları sağlanabilir (MAB5).

**Destekleme** Akış şemaları oluşturulması gerektiren problemlerde adım sayısı daha az olan ve basit algoritmik işlemler içeren problem örnekleri tercih edilir. Benzer şekilde şifre veya ikili (binary) kod oluşturmada, bunları çözümlenmeyi gerektiren problemlerde öğrencilerin bilgi ve beceri düzeylerine göre basitleştirmeler yapılır.

Algoritmaların kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılabilir. Algoritmaların temsil edilebileceği tangram, sudoku, kakuro bulmaca gibi somut materyaller kullanılabilir. Algoritmaları çözümlenebilmeye ve yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılabilir.

Algoritma temelli problemler ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için öğrencilere daha fazla zaman verilebilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel vb.) kullanılabilir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## GEOMETRİK ŞEKİLLER TEMASI

Bu temada öğrencilerin üçgende açı ve kenarlarla ilgili özelliklere, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkilere yönelik doğrulamalar ve ispatlar yapması amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 14

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E1.2. Bağımsızlık, E3.4. Gerçeği Arama

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim , SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D3. Bağımsızlık, D14. Saygı, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Kimya, Görsel Sanatlar, Mühendislik, Mimarlık

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.4.1. Üçgende açı ve kenarla ilgili özellikleri, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri doğrulayabilme veya ispatlayabilme

a) Mevcut bilgisi dâhilinde üçgende iç ve dış açıların toplamına, açılara karşılık gelen kenarlarla ilgili özelliklere ve kenar uzunlukları arasındaki ilişkilere dair farklı doğrulama veya ispatları işe koşar.

b) Yapılan doğrulama veya ispatları yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Üçgende Temel Elemanlar

### Genellemeler

- Üçgenin kenar uzunlukları ve açı ölçüleri ilişkilidir.
- Öklid geometrisinin aksiyomatik yapısı, geometrideki bağıntıların ve ilişkilerin ispatlanmasının temelini oluşturur.
- Üçgenin temel özellikleri ve geometrik yapısının anlaşılması sayesinde üçgen oluşturma koşulları belirlenir.

### Anahtar Kavramlar

üçgen, açı, kenar, iç açı, dış açı, üçgen eşitsizliği, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; açık uçlu sorular, çalışma kâğıtları ve performans görevleri yoluyla değerlendirilebilir.

Sınıf gruplara ayrılır, her bir gruba üçgende açı ve kenar özellikleri hakkında yaptıkları doğrulama veya ispatlamaları kullanabilecekleri problem durumları bulmalarını ve bunları çözmelerini gerektirecek bir performans görevi verilebilir. Performans görevinin ürünü olarak her bir gruptan çalışmasını çevrim içi uygulamaları kullanarak sunmaları istenebilir. Öğrencilerin ürünleri, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin ortaokul seviyesinde öğrendikleri nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açıyı gerekli araçlarla oluşturabildikleri; açı çeşitlerine, iki doğrunun kesişimi ile oluşan açılara ve paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılara yönelik çıkarımlar yapabildikleri; üçgen ve temel elemanları ile ilgili muhakeme becerisi bağlamında çözümlenme, yorumlama ve çıkarım yapabildikleri kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilere geometrinin temel kavramları, tanımları ve gösterimleri hakkında sorular sorularak öğrencilerin bu kavramlarla ilgili ön bilgileri değerlendirilir. Öğrencilerin sorulara verdiği cevaplar üzerinden varsa yanlış anlamlandırmaları, eksik veya hatalı dilsel ifadeleri, kullandıkları matematiksel semboller üzerinde durularak tutarlı bilgi, uygun ifade ve gösterimlere sahip olmaları sağlanır. Bu noktada sorulara cevap vermek istemeyen veya isteksiz cevap veren öğrencilerin merakını ve ilgisini çekecek bir yaklaşımla geometrik kavramların önemi bağlamında bir tartışma ortamı oluşturulabilir.

Öğrencilerin üçgenin elemanları ve konuya ilişkin genellemeler ile ilgili bilgilerini açıklarken prototip bir üçgen çizimi yerine farklı türde üçgenlerden de yararlanıp yararlanmadıkları değerlendirilir (**MAB3**). Bu süreçte farklı türden üçgenlerden yararlanmanın sağlayacağı farklı bakış açıları ve bunun ulaşılabilecek çıkarım ve genellemelere etkisi fark ettirilerek öğrencilerin alternatif çözümler üretme ve yeni durumlara uyum sağlama süreçleri aracılığıyla esneklik becerilerinin gelişimi değerlendirilir (**SDB3.2**).

**Köprü Kurma** Öğrencilerden bu sınıf seviyesine kadar geometrik nesnelerin özelliklerine yönelik muhakeme becerisi bağlamında işe koştukları çözümlene, yorumlama, çıkarım yapma ve doğrulama becerilerini bu sınıfta ispat yapabilme becerisine dönüştürebilmeleri beklenmektedir. Genelleme yaparak ortaya koydukları önermelerin tüm durumlarda geçerli olduğunu gösterebilmek için öğrencilerin ispata ihtiyaç duyulduğunun farkında olmaları sağlanır.

Ortaokulda üçgende iç açı ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğunu öğrendikleri için öğrencilere bu özelliğin ispatının nasıl yapılabileceği sorulur. Bu ispatın hangi bilgilere dayandırılacağı hakkında öğrencilerin görüşleri alınır, ispat için doğruluğundan emin olunan ön bilgilerin önemine vurgu yapılır.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

Geometrinin tarihsel süreçte ortaya çıkışı, zamanla kuramsal ve aksiyomatik bir yapı kazanması; öğrencilerin seviyelerine uygun soru, kavram ve açıklamalarla tartışılır. Türk kültür ve medeniyetinde geometrinin tarihsel gelişim sürecine katkı sağlamış bilim insanlarından (Ebülvefa, Kuşyâr Bin Lebbân, Kadızade Rumi, Nasirüddin Tusi gibi) ve yaptıkları çalışmalardan bu çıktıya yönelik olanlar tanıtılabilir ya da öğrencilerden araştırma yapmaları istenebilir (**OB5, E1.1**). Mustafa Kemal Atatürk'ün öncülüğünde 1936-1937 yılları arasında hazırlanmış, bazı geometri terimlerinin bugün kullanılan karşılıklarına yer veren geometri kitabından bahsedilerek öğrencilerin millî bilinç sahibi olma, millî kimliğini tanıma ve ülke varlıklarını korumaya yönelik duyarlılıklarının artırılması sağlanır (**D19**).

#### MAT.9.4.1

Öğrencilerden üçgende iç açıların ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğuna dair farklı üçgen örnekleri üzerinden yaptıkları çıkarımların bütün üçgenler için doğru olup olmadığını düşünmeleri beklenir (**MAB3**). Üçgenin iç açıların ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğuna dair genellemenin yapılabilmesi için ifadenin ispata muhtaç olduğunun anlaşılması gerekmektedir. Öğrencilerin bu genellemenin nasıl ispatlanabileceği ile ilgili fikir yürütmesi ve fikirlerini paylaşması sağlanarak gerçeği arama ve bağımsızlık eğilimleri desteklenir (**E3.4, E1.2, D3**). Sonrasında kendi ispat girişimlerini, kesişen doğrular ve oluşturdukları açılarla ilgili bilgilerini işe koşarak ortaya koymaları beklenir. Bu ispatları seçerken Öklid'in paralellik aksiyomundan da yararlanır. Öğrencilerden üçgenin dış açı ölçülerinin toplamının ne olabileceği ile ilgili çıkarımda bulunmaları da beklenir. Bu toplamın  $360^\circ$  olduğuna dair önermenin ispatına yönelik farklı doğrulama ve ispatlar üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Yapılacak tartışma etkinlikleri; öğrencilerin etkin dinleme, düşüncelerini saygı çerçevesinde ifade etme, farklı yollarla etkileşim sağlama ve grup iletişimine katılma becerilerinin geliştirilmesine katkı sağlayacaktır (**SDB2.1, D14**). Bu tartışmalar sonrasında öğrencilerin fikirlerine ilişkin değerlendirme yapılarak uygun ispatın işe koşulması sağlanır. Öğrencilere önermenin farklı ispatlarının ispat adımları ve gerekçelerinin yer aldığı çalışma kâğıtları verilerek öğrencilerden bırakılan boşlukları doldurmaları istenebilir. Böylece önermeye ilişkin farklı ispatların karşılaştırılması sağlanır. Bu ispatlardan yararlanılarak öğrencilerden üçgende bir dış açının ölçüsünün kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna dair önermeyi de ispatlamaları istenir. Bu çalışmalar sırasında öğrencilerden gruplar hâlinde fikir alışverişi yapmaları ve etkileşim içinde olmaları beklenir (**SDB2.1, SDB2.2**).

Öğrencilerden bu sınıf düzeyinde üçgende açı ve kenar ilişkilerini ifade eden önermeler ("Üçgende en uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsü en büyüktür." gibi) ile üçgenin kenarları arasındaki ilişkiyi ifade eden üçgen eşitsizliğini doğrulamaları beklenmektedir.

Bu genellemelerin doğrulanması hakkında öğrencilerin kendi fikirlerini dile getirmeleri istenir. Öğrencilere yöneltilecek açık uçlu sorular ve öğrenci cevaplarına verilen dönütlerle öğrencilerin fikirlerini geliştirmeleri sağlanır. Farklı doğrulamalar arasından uygun olanı işe koşulur. Doğrulama yapılırken matematiksel araç gereç ya da teknoloji kullanılabilir **(MAB5)**. Bu çalışmalarla öğrencilerin dijital ortamlar için içerik tasarlama, geliştirme, düzenleme ve paylaşma becerilerinin gelişimi de desteklenecektir **(OB2)**. Bu aşamada ikizkenar ve eşkenar üçgenin açı özellikleri ayrıca incelenir.

Öğrencilerin önermeleri, işe koştukları ispat veya doğrulamaları değerlendirmeleri sağlanır. Bu değerlendirmede öğrencilerden ulaşılan önermeleri, önermelerin ispat ve doğrulamasını geometrik problemler ile gerçek yaşam problemleri (kimyada moleküller arası bağların oluşturduğu açılar, görsel sanatlarda üçgen kullanımı, mimari ve mühendislikte yapıların üçgen formları gibi) bağlamında kullanmaları beklenebilir **(MAB2)**. Buna yönelik çalışmalarda öğrencilerin farklı problem durumlarında üçgen görsellerini değerlendirirken görselleri anlama, görselleri yorumlama, görseller hakkında eleştirel düşünme, görselleri kullanarak yeni görseller oluşturma becerilerinin gelişimi desteklenir **(OB4)**. Ayrıca öğrencilerin problem durumlarına çözüm bulurken yürütecekleri çalışmalar; probleme ilişkin bilgilerin çözümlenmesini, yorumlanmasını ve sorgulanarak eleştirel bir bakış açısıyla kullanılmasını gerektirir **(OB1)**. Elde edilen doğrulama veya ispatlar yardımıyla üçgende açılar, açı ölçülerinin toplamları, açı-kenar ilişkileri ve üçgen eşitsizliğine ilişkin farklı problem durumları içeren, açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıtları ve performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

Doğrulaması yapılan önerme ve teoremlerin ispatlarının nasıl olabileceğine dair fikir yürütmeleri, öğrencilerin eleştirel bakma eğilimlerinin gelişimini sağlayacaktır. Ayrıca öğrencilerden bu tür ispatların nasıl yapılabileceğine dair araştırmalar yapmaları istenir.

Üçgende iç açılarının ölçüleri toplamının her durumda  $180^\circ$  olup olmadığına ilişkin araştırma ödevi verilerek öğrencilerin Öklid dışı geometriye ilişkin bilgi edinmelerinin sağlanması, merak ettiği soruları sorma eğilimlerini artıracaktır. Öğrencilerden araştırma sürecinde planlı, aktif ve bilimsel bir yaklaşım sergileyerek yeterliliklerini geliştirmeleri beklenir. Öğrencilerin araştırma görevleri sonucunda ürün oluşturmalarına ve ürünü uygun şekilde sunmalarına imkân tanınması, görev bilincine sahip olmalarına ve sorumluluk duygularının gelişimine katkı sağlayacaktır.

### Destekleme

Öğrencilerin öncelikle ispatı yapılan önermelerin farklı üçgen çizimleri üzerinden doğrulamalarını yapmaları sağlanır. Daha sonra çeşitli materyaller kullanılarak öğrencilerin ispatları anlamlandırmaları için çalışmalar yapılır. Örneğin kâğıt katlama ya da kesme ile üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğu gösterilir.

Farklı uzunluktaki üç çubuk veya kalemle üçgen oluşturma şartları incelenir. Benzer şekilde öğrencinin uygulama yapmasına imkân tanıyan etkileşimli içerikler (sanal manipülatifler gibi) kullanılır **(MAB5)**.

Öğrencilerin ispatlarını ve doğrulamalarını yaptıkları önermelere ilişkin çok adımlı ve karmaşık problem durumlarının çözümlerine geçmeden önce, öğrencilere az adımlı çözümler içeren problem durumları sunulur. Öğrencilerin bu problemleri küçük gruplarda tartışarak çözmelerine, arkadaşlarının çözümlerine ilişkin geri bildirimde bulunmalarına imkân tanıyan öğrenme ortamları oluşturulur **(SDB2.2)**.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## EŞLİK VE BENZERLİK TEMASI

Bu temada öğrencilerin geometrik dönüşümler (yansıma, öteleme, dönme), üçgende eşlik ve benzerliğe ilişkin çıkarımlar yapması; Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlayarak bu teoremlerle üçgende eşlik ve benzerliğin işe koşulmasını gerektiren gerçek yaşam problemlerini çözebilmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 34

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.15. Yansıma

**EĞİLİMLER** E1.3. Azim ve Kararlılık, E1.4. Kendine İnanma, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiik Olma

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB2.3. Sosyal Farkındalık, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D8. Estetik, D12. Sabır, D14. Saygı, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Görsel Sanatlar, Mimari

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

**MAT.9.5.1. Geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapabilme**

- a) Mevcut bilgisi dâhilinde geometrik dönüşümlerin (yansıma, öteleme, dönme) özelliklerine, bir geometrik şeklin dönüşüm sonrasında oluşan görüntüsüne ilişkin varsayımlarda bulunur.
- b) İncelediği örnekler üzerinden dönüşümlerin özelliklerine ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin varsayımlarına dayalı genellemeler yapar.
- c) Dönüşümlerin özellikleri ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- ç) Elde ettiği genellemelerden hareketle dönüşümlerin özelliklerine ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin önermeler sunar.
- d) Geometrik dönüşümlerle ilgili elde ettiği önermeleri konu ile ilgili başka çıkarımlar yapmak için kullanarak değerlendirir.

**MAT.9.5.2. İki üçgenin eş ya da benzer olması için gerekli olan asgari koşullarla ilgili çıkarım yapabilme**

- a) İki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin varsayımlarda bulunur.
- b) İncelediği örnekler üzerinden iki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin varsayımlarına dayalı genellemeler yapar.
- c) İki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin varsayımları ile elde ettiği genellemeleri karşılaştırır.
- ç) Ulaştığı genellemelerden iki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin doğrulayabileceği veya ispatlayabileceği önermeler sunar.
- d) İki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına dair elde ettiği önermelerin farklı ve yeni durumların anlamlandırılmasına yönelik sunduğu katkısı değerlendirir.

**MAT.9.5.3. Bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturma ile ilgili yansıtma yapabilme**

- a) Bir üçgene benzer üçgenler oluştururken eşlik ve benzerlik deneyimlerini gözden geçirir.
- b) Deneyimlerine dayalı çıkarımlar yapar.
- c) Bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturma ile ilgili ulaşılan çıkarımları farklı problem durumlarında değerlendirir.

**MAT.9.5.4. Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlayabilme**

- a) Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerine ilişkin farklı ispatları işe koşar.
- b) İşe koştuğu matematiksel ispat ve teoremleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.

**MAT.9.5.5. Eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarım ve teoremleri içeren problemleri çözebilme**

- a) Problemin şekil veya sayı temsillerini anlar, verilen ve istenenlerin geometrik özelliklerini belirler.
- b) Problemden verilenler ile istenenlerin gerektirdiği işlemler ve dönüşümler arasındaki ilişkiyi belirler.
- c) Problem bağlamıyla ilişkili işlem ve dönüşümleri uygun biçimde temsil eder.
- ç) Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemi kendi ifadeleri ile açıklar.
- d) Problemlerin sonucuna ilişkin tahminde bulunabilmek ve işlemleri gerçekleştirebilmek için stratejiler geliştirir.

- e) Belirlediği stratejileri çözüm için uygular.
- f) Çözüm yollarını kontrol eder ve çözüme ulaştırmayan stratejiyi değiştirir.
- g) Problemin çözümü için kullandığı veya geliştirdiği stratejilerdeki kısa yolları değerlendirir.
- ğ) Çözüme ulaştıran stratejilerin hangi problemlere uyarlanabileceğini geneller veya sınıflar.
- h) Genellemenin geçerliliğini matematiksel örneklerle değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ Geometrik Dönüşüm, Üçgende Eşlik ve Benzerlik

- Genellemeler**
- Tüm kenar uzunlukları belli olan sadece bir üçgen vardır. Geometrik dönüşümlerle (öteleme, yansıma, dönme) bu üçgene eş üçgenler üretilebilir.
  - Öteleme, yansıma ve dönme dönüşümleri sonucunda başlangıçtaki şekil ile dönüşüm sonrası oluşan şeklin görüntüsü eşittir.
  - Benzer üçgenlerin kenar uzunlukları arasında belli bir oran vardır.
  - Benzerlik oranı "1" olan üçgenler birbirine eşittir.
  - Tüm kenar uzunlukları orantılı olan benzer üçgenlerde kenarlar arasındaki açılar ölçüleri eşittir.

**Anahtar Kavramlar** geometrik dönüşüm, eşlik, benzerlik, benzerlik oranı, Tales teoremi, Öklid teoremi, Pisagor teoremi

**ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, proje ödevi ve performans görevi yoluyla değerlendirilebilir.

Öğrencilere dönüşümler kullanarak elde edebileceği motif ve süsleme örnekleri oluşturup bu örnekleri sunmalarına yönelik proje ödevi verilebilir. Öğrencilerin tasarladığı bu çalışmalar sınıfta sunulabilir. Proje ödevleri öz değerlendirme ve akran değerlendirme formları ile değerlendirilebilir. Ayrıca öğrenci ürünleri, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere günlük yaşamlarında karşılaştıkları büyük boyutlu geometrik şekiller/nesneler ile bu nesnelere yapılarında kullanılan maketlerin benzerliğini açıklayan performans görevi verilebilir. Bu performans görevleri, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin geometrik bir şeklin yansıma ve öteleme dönüşümü altındaki görüntüsüne ilişkin çıkarım yapabildiği, dönüşümleri içeren problemleri çözebildiği, ortaokuldaki çalışmalarını sonucu bir üçgeni oluşturan yeterli eleman ile eşlik koşulları arasındaki ilişkileri belirleyebildiği kabul edilmektedir. Benzer nesnelere/şekiller arasındaki ilişkiyi yorumlayabildiği, çokgenlerin benzerliğini değerlendirebildiği, Pisagor teoremini tamkare uzunlukları hesaplamak için kullanabildiği ve ilgili problemleri çözebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencinin temel kabullerde bahsedilen bilgilere ilişkin hazır bulunuşlukları gözlemlenir. Bu süreçte soru cevap tekniği kullanılarak öğrencilerin öteleme ve yansıma dönüşümü, üçgende eşlik ve benzerlik kavramları ile Pisagor teoremine ilişkin bilgileri değerlendirilir. Verdikleri cevaplardan hareketle öğrencilerde görülen eksiklikler ve varsa hatalı anlamalar üzerinde durulur, öğrencilerin bilgilerini doğru anlamlandırmaları ve eksiklerini tamamlamaları sağlanır.

Soru cevap etkinliği sayesinde öğrencilerin bu tür matematiksel tartışma ortamlarında öz güven ve merak eğilimleri de gözlemlenerek değerlendirilir.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin dönme dönüşümünün ortaokulda gördükleri öteleme ve yansıma dönüşümü sonucunda oluştuğu bilgisine ulaşmaları sağlanmalıdır. Ortaokulda ve bu seviyede çıkarımını yaptıkları benzerlik koşullarını gerçek yaşam problemlerinde nasıl kullanılabileceklerine dair farklı fikirlerin/yöntemlerin oluşturulması amaçlanır. Ayrıca Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerine ilişkin önceki sınıflardaki bilgilerine dayalı olarak öğrencilerin bu teoremlerin ispatlarını benzerlik ile ilişkilendirerek yapabilmeleri sağlanır.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

#### MAT.9.5.1

Ortaokulda yansıma ve öteleme dönüşümüyle ilgili çıkarımlarda bulunan öğrencilerin bu dönüşümlerin özelliklerine dair çeşitli örnekler üzerinden bu çıkarımlarını hatırlamaları ve yeni çıkarımlarda bulunmaları sağlanır. Örneğin bir şeklin ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün bulunduğu örnekler incelenir. Öğrencilerin şekil ile yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü karşılaştırmaları sağlanır. Şeklin değişen ve değişmeyen özelliklerinin neler olduğu hakkında tartışmaları istenir. İncelemeler sonucunda öğrencilerin bu özelliklere ilişkin varsayımlarını belirlemeleri beklenir. Benzer şekilde öteleme dönüşümü ile ilgili örnekler de incelenir ve öğrencilerin bu dönüşümün özelliklerine ilişkin varsayımlar oluşturmaları sağlanır. Öğrenciler şekiller ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntülerini karşılaştırırken sorularla ("Şekil ile şeklin görüntüsünün kenar uzunlukları ve çevre uzunlukları eşit midir?" gibi) öğrencilere rehberlik edilmesi önemlidir. Öğrencilerin sundukları varsayımlarla ilgili tartışma yapılarak konuya ilişkin genellemeler belirlenir. Öğrencilerin farklı örnekler üzerinden varsayım ve genellemelerini karşılaştırmaları sağlanır. Sonuçta ulaştıkları genellemeler, önerme ("Bir şeklin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü ile o şekil eşittir." gibi) olarak ifade edilir. Elde edilen önermelerin değerlendirilmesi yine tartışma yoluyla yapılır. Bu değerlendirmelerde dönüşümler sonrası oluşan görüntülerin baştaki şekle eş olduğu her bir dönüşüm için vurgulanır. Ayrıca öğrencilerin ortaokulda öğrendiği yansıma ve öteleme dönüşümleri arasındaki ilişkiyi (bir şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün o şeklin paralel iki doğruya göre sırayla iki kez yansıma dönüşümü uygulanmasıyla elde edilmesi gibi) fark etmesi sağlanır. Bu bağlamda dönme dönüşümünün yansıma dönüşümü ile ilişkisi vurgulanarak dönme dönüşümünün tanımına geçiş yapılır. Öğrencilere dönüşümler kullanılarak oluşturulmuş farklı kültürlere ait motif ve süsleme örnekleri verilerek geometrik dönüşümlerin süsleme sanatı, görsel sanatlar ve mimarideki yeri ile ilgili fikirlerini sunmaları sağlanır (OB5). Geometri kullanılarak oluşturulmuş, millî kültüre ait sanat eserleri ve mimari eserler görsel yorumlama yöntemiyle incelenir (OB5, D6). Millî kültüre ilişkin bu incelemeler; öğrencilerin kendi millî ve manevî değerlerine saygı duymalarına, kültürel mirasa değer vermelerine katkı sağlayacaktır (D14). Sanat eserleri ve mimari eserlere ilişkin tüm bu çalışmalar, öğrencilerin hayal güçlerini ve ruhsal gelişimlerini destekleyecek; sanatsal ve görsel zevkleri hayatlarının parçası hâline getirmelerine yardımcı olacaktır (D8).

Öğrencilerden Türk kültürüne ait kilim ve halı motiflerini görsel yorumlama yöntemiyle incelemeleri, bu motifleri kendi yaptıkları süsleme örnekleri ile karşılaştırmaları istenebilir **(D19)**. Sınıfta kilim ve halı motifleri, örnek olarak sunulabilir. İletişim ve paylaşma becerilerini geliştirmek için öğrencilere tasarladıkları bu çalışmalarını sınıf panosuna astıkları posterlerle ya da çevrim içi uygulamalardan yararlanarak sergileme imkânı sunulabilir **(MAB5, OB2)**.

Öğrencilerin dönme dönüşümü ile ilgili özelliklere dair çıkarımlarda bulunması, dönme dönüşümü uygulanmış şekiller ve bu şekillerin görüntüleriyle ilgili örnekler incelenerek sağlanır. Öğrencilerin geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapmalarını kolaylaştırmak için matematik yazılımları kullanılarak şekiller ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüleri karşılaştırılır **(MAB5)**. Kullanılan matematik yazılımında öğrencilerin çalışmasının sağlanması, öğrencilerin dijital ortamda içerik geliştirme ve paylaşma becerilerinin oluşması ve geliştirilmesinde önemli olacaktır **(OB2)**. Süreç boyunca yapılacak çalışmalarda kullanılan çizimler, bu çizimlere ilişkin öğrenci yorumları ve öğrencilerin yaptığı paylaşımlar; görselleri dijital ortamda tanıma, anlama, oluşturma, yorumlama ve dönüştürme becerilerinin gelişimini sağlar **(OB4)**. Öğrencilerin verilen bir görsel üzerinde çalışması, görselin sorgulanarak farklı problem durumlarının çözümünde kullanılmasını ve öğrencilerin özgün görseller oluşturma becerisini destekler **(OB4)**. Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

### **MAT.9.5.2**

Öğrenciler ortaokuldaki bilgileri ile bir üçgeni oluşturan yeterli eleman ve eşlik koşulları arasındaki ilişkileri belirleyebilmektedir. Öğrencilere çeşitli eş ve benzer üçgen örnekleri inceletilerek öğrencilerin bu bilgileriyle geometrik dönüşümlere ilişkin çıkarımlarını birlikte yorumlamaları istenir. Bu yorumlarından yola çıkılarak üçgenlerin eş ve benzer olmasına ilişkin koşullara dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Öğrencilerin varsayımlarını oluşturmalarına yardımcı olacak sorularla ("Tüm açı ölçüleri karşılıklı eşit olan üçgenler eş midir?", "İki üçgenin eş olmadığı durumda karşılıklı açı ölçüleri eşit olabilir mi?" gibi) süreç yönetilir. Öğrencilerin eşlik ve benzerlik koşullarına dair örnekleri inceleyerek ulaştıkları varsayımlarını genellemelere dönüştürmeleri ve bu genellemeleri ifade etmeleri beklenir. Öğrencilerin örnekler üzerinde yaptıkları ölçüm ve incelemelerden ulaştıkları genellemeler, organize edilerek tahtada özetlenir. Bu tartışmalar ve özetler sayesinde öğrencilerin farklı bakış açılarını diğer öğrencilerin de görmeleri sağlanır ve her bir düşüncenin genellemeye ulaşmada önemli, saygın ve katkı sağlayıcı olduğu vurgulanır. Bu bağlamda öğrenciler arkadaşlarının fikirlerini anlama ve bu fikirlere saygı duyma konusunda da motive olabilir **(SDB2.3)**. Ulaşılan genellemeler ile varsayımların karşılaştırılması tartışma yoluyla sağlanır. Ulaşılan genellemelere dair önermeler ifade edilerek iki üçgenin eşlik ve benzerlik koşulları (Kenar-Kenar-Kenar eşliği ve benzerliği, Açı-Açı benzerliği, Açı-Kenar-Açı eşliği gibi) belirlenir. Bu süreçte sınıfta grup çalışması yapılarak her bir grubun eşlik ve benzerlik koşullarını belirlemesi; öğrencilerin iş birliği ve ekip çalışması yapma, düşüncelerini başkalarıyla tartışma, başkalarının düşüncelerini ve bakış açılarını anlama, grup iletişimine katılma ve başka düşüncelerde uzlaşma becerilerine katkı sağlar **(SDB2.1, SDB2.2, SDB2.3)**. Önermelerin değerlendirilmesinde öğrencilerin eş ve benzer üçgenlerle nerelerde karşılaşabileceklerine dair düşünmelerine ve fikirlerini paylaşmalarına olanak sağlanır. Eş üçgenlerin süsleme sanatında dönüşümler yardımıyla üretildiği ve sanat eserlerinin oluşturulmasını sağladığı, çeşitli örneklerle vurgulanır. Öğrencilerin başka disiplinlerde ve günlük yaşamda karşılaşılan eş ve benzer üçgenlerle ilgili fikirleri, sınıfta değerlendirilir. Bu değerlendirmeler yardımıyla iki üçgenin benzer olmasına dayalı teoremlerin (özellikle Tales, Öklid ve Pisagor) anlamlandırılmasına yönelik çalışmalar yapılır. Sınıf gruplara ayrılarak her bir grubun geometrik tahta veya başka bir materyal yardımıyla üçgende eşlik ve benzerlik koşullarından birini incelemesi istenir. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

**MAT.9.5.3**

Üçgenlerin benzerliğinin geometrik problemlerin temelinde yer alması nedeniyle öğrencilerin bu problemlere dair farklı bir bakış açısı kazanması için bir üçgene benzer başka üçgenlerin nasıl oluşturulabileceğine dair düşünceleri sağlanır. Öğrencilerin hangi durumlarda, verilen üçgene benzer bir üçgen oluşturarak ilerleyeceğine karar vermesi süreci uygun soru ve cevaplarla desteklenir. Edineceği deneyimi Tales, Pisagor ve Öklid teoremlerinin anlamlandırılmasında ve teoremlerin ispatlarında kullanması beklenir. Herhangi bir üçgene benzer üçgenler oluşturmak için o üçgen üzerinde hangi çizimlerin nasıl yapılabileceği öğrencilere sorularak fikirlerin paylaşılması sağlanır. Böylelikle öğrencilerin görsel bir duruma ilişkin çözüm geliştirmek için akıl yürütmesi süreci işe koşulabilir **(OB4)**. Öğrencilerin benzerlik koşulları ve geometrik çizimlere ilişkin deneyimlerine dayalı fikirlerini açıklamaları, verilen üçgene benzer bir üçgen oluşturmak için gerekli çizimleri yapmaları sağlanır. Öğrencilerin yaptıkları çizimler ile benzerlik koşulları arasında ilişki kurmaları istenir. Elde ettikleri bu ilişkiler yardımıyla farklı çizimlerin yapılıp yapılamayacağı hakkında düşünceleri beklenir. Seçilen tüm yolların ilk üçgen ile benzer bir üçgen oluşturup oluşturmayacağı, farklı üçgen örnekleriyle çizimler yapılarak denir. Yapılan denemeler sonucunda çizime ilişkin genellemeler önerme olarak ifade edilir, bir üçgene benzer üçgenler oluşturan tüm durumlar hakkında çıkarımda bulunulur. Yaptıkları çıkarımları farklı problem durumlarının çözülmesinde, bazı önerme ve teoremlerin doğrulanmasında veya ispatlanmasında kullanarak öğrencilerin değerlendirmesi sağlanır. Bir üçgene benzer üçgenler oluşturmayı gerektirecek farklı durumlara ilişkin örnek ve problemler incelenir. Bu problemlere çözüm üretirken öğrencilerin verilen görseli kullanarak yeni ve duruma uygun bir görsel oluşturma süreci desteklenir **(OB4)**. Bir üçgene benzer üçgen oluşturma fikirleri arasında yer alan, üçgenin herhangi bir kenarına paralel çizilerek üçgenin içinde veya dışında o üçgene benzer bir üçgen oluşturulması fikri vurgulanır. Ayrıca bir dik üçgende dik açıdan yükseklik çizilerek üçgenin içinde oluşturulan üçgenler ile ilk dik üçgenin birbirine benzer olduğu ifade edilir.

**MAT.9.5.4**

Benzerlik koşullarına dair çıkarımda bulunan ve verilen bir üçgene bir doğru parçası (paralel veya dikme) çizerek benzer üçgen oluşturabilen öğrencilerin bu çıkarımlarından hareketle ifadelerine ulaştıkları Tales ve Öklid teoremlerini ispatlayabilmeleri beklenir. Tales ve Öklid teoremleri tanıtıldıktan sonra bu teoremlerin ispatının bir üçgenden benzer üçgenler oluşturma koşulları kullanılarak nasıl yapılabileceğine dair tartışma yapılabilir. Tartışma sonucunda benzerlikle ilişkili ispat yöntemi belirlendikten sonra öğrencilerin bu teoremleri ispatlamaları sağlanır. Öğrencilerin ortaokulda tamkare uzunluklar içeren problemler bağlamında kullandıkları Pisagor teoremini bu sınıf seviyesinde ispatlamaları beklenir. Bir dik üçgenin kenarları arasındaki ilişkiyi ifade eden Pisagor teoreminin ispatında Öklid teoremini nasıl kullanabilecekleri üzerinde düşünceleri sağlanır. Yapılacak tartışma sonucunda öğrencilerin bir üçgenden benzer üçgenler oluşturma koşullarını ve Öklid teoreminde ifade edilen dik kenar bağıntılarını kullanarak Pisagor teoremini ispatlamaları sağlanır. Teoremlerin ispatında kullanılacak yöntemle karar vererek ispata başlamak, ispat adımlarını takip ederek sistematik şekilde ilerlemek; öğrencilerin kararlılık, analitik düşünme ve sistematik olma eğilimlerine katkı sağlar **(E1.3, E3.6, E3.7)**. İspatlanan teoremlerin değerlendirilmesinde benzer üçgenlerin kullanılmasının önemi vurgulanır. Öğrencilerin ispat yaparken kullandıkları yöntemi farklı problem durumlarına uyarlamaları beklenir. Öğretmenin teoremler ve bu teoremlerin sonuçlarına ilişkin farklı problem durumlarını sunması, bu değerlendirmede önem taşır. Ayrıca bu noktada öğrencilerden Pisagor teoreminin çeşitli dar ve geniş açılı üçgenlerin kenar uzunluklarıyla ilgili sonuçlarını ("Geniş açılı bir üçgende geniş açının karşısındaki kenar uzunluğunun karesi, diğer kenar uzunluklarının kareleri toplamından büyüktür." gibi) yorumlamaları beklenir. Geometrik şekiller temasında ikizkenar ve eşkenar üçgenin açı özelliklerini inceleyen öğrencilerin bu aşamada eşlik benzerlik koşulları ve ispatlanan teoremleri kullanarak ikizkenar ve eşkenar üçgenin açıortay, kenarortay ve yükseklik özelliklerini incelemeleri sağlanır. Açık uçlu sorularla bu yorumlar üzerinde tartışma yapılabilir.

**MAT.9.5.5**

Öğrencilere eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarımlarını ve ispatladıkları teoremleri (Tales, Öklid, Pisagor) kullanmayı gerektiren problem durumları sunulur. Öncelikle bu tür problemlerde verilen ve istenenler ile bunlar arasındaki ilişkiler belirlenir (**OB1**). Bu süreç, öğrencilerin bilgiyi çözümlene becerilerini de destekler (**OB1**). Öğrenciler özellikle gerçek yaşam durumlarını ifade eden problemleri matematiksel dile dönüştürerek o durumu matematiksel olarak incelemeye çalışmalıdır (**MAB3**). Bu incelemeler esnasında problemle ilgili akıl yürütme süreçlerini işleteceklerinden öğrencilerin eleştirel düşünme becerileri desteklenir (**OB1**). Bu bağlamda problemin yapısı ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkiler belirlenir ve bu ilişkilerin öğrenciler tarafından ifade edilmesi sağlanır. Problemi matematiksel olarak ifade ettikten sonra öğrencilerden çözüm için bir strateji geliştirip bunu uygulamaları ve çözümü kontrol etmeleri beklenir. Öğrenciler, arkadaşları ile çözümlerini karşılaştırarak farklı stratejileri ve çözüm yollarını inceleyer (**SDB2.2**). Çözümüne ulaştıran stratejilerin tüm durumlara genellenip genellenemeyeceği matematiksel argümanlar ile değerlendirilir ve gerekçeli yargılarda bulunulur (**SDB3.3**). Öğrencilerin, ulaşacakları yargılarda çözüm stratejilerinin hangi tür problemlerde kullanılabileceğini açıklaması beklenir. Bu süreçte öğrencilerden yaptığı çıkarımları başka problem durumlarına yansıtmaları beklenecek eleştirel düşünme becerilerinin ve öz yeterlilik eğilimlerinin gelişimine katkı sağlanabilir (**OB1, E1.4**). Öğrencilerin çözüm stratejilerini genellemelerinin ardından bu stratejileri farklı problem örnekleri ile değerlendirmesi sağlanır. Öğrencilere farklı problem durumlarını inceleyebilecekleri çalışma kâğıdı verilebilir. Problem çözme süreci; öğrenciler için olumlu bir yaklaşım sergileme, kontrollü ve istikrarlı olma durumlarını gerektirdiğinden öğrencilerin sabırla çalışma becerilerine destek sağlar (**D12**). Öğrencilerin problem çözme süreci boyunca sistematik olarak kararlı davranmaları beklenir (**E3.7, E1.3**). Ayrıca problem çözerken planlı ve etkin bir şekilde çalışmaları, bilimsel bir yaklaşımla yürüttükleri çalışmalara ilişkin öz denetim becerilerini geliştirmeleri desteklenir (**D4**).

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Öğrencilerden Pisagor teoreminin görsel ispatlarının ve değişik yöntemlerle yapılmış farklı ispatlarının olup olamayacağı üzerine düşünmeleri, konu ile ilgili araştırma yaparak araştırmalarını sınıf içinde sunmaları istenir.

Öğrenilen geometrik dönüşümlerden farklı geometrik dönüşümler olup olamayacağı sorularak özellikle homoteti dönüşümünün incelenmesi istenir. Geometrik dönüşümlerin eşlikle ilişkisinden yararlanılarak homotetik dönüşümün benzerlikle ilişkisi kurulur.

Nasirüddin Tusi ile Ebu Cafer el-Hazin'in Öklid'in 5. postulatına ilişkin çalışmaları incelenir, öğrencilerden Öklid dışı geometrilerin nasıl oluştuğuna dair araştırma yapmaları istenir. Öğrencilerin Nasirüddin Tusi ve Ebu Cafer el-Hazin'in Öklid'in 5. postulatına ilişkin çalışmaları arasında karşılaştırma yaparak bir çıkarımda bulunmaları sağlanır. Araştırmaların dijital ortamda yapılması, öğrencilerin dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimini destekler.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin tasarlanmış materyaller veya matematik yazılımları ile çalışmaları sağlanarak öğrenme çıktılarına ilişkin becerilere ve içerik bilgisine ulaşmaları sağlanır.

Öğrencilerin eş ve benzer üçgenlerle dönüşümleri kullanarak desenler oluşturmaları istenir. Çalışmalarını sunmalarına olanak verilir.

İçerikle ilgili sunulacak problemlerin çözümünde akran öğretiminden yararlanılır. İkişer kişilik ekipler hâlinde birbiriyle etkileşim içinde çalışmaları sağlanır.

Öğrencilerden farklı örnek durumlar üzerinden ölçümler yaparak ispatlanan teoremleri doğrulamaları istenir. Daha sonra teoremlerin ispatları ile ilgili görseller ve materyaller kullanılarak öğrencilerin bu ispatları anlamlandırmaları sağlanabilir.

Öğrencilerin eşlik ve benzerlik koşullarına ilişkin çıkarımlarda bulunmaları için materyal olarak özellikle geometri tahtaları kullanılabilir. Öğrencilere konuyla ilgili videolar ve günlük yaşamdan örnekler sunulabilir. Etkileşimli içeriklerle uygulama yapma imkânı sağlanır.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



**GEOMETRİK CİSİMLER TEMASI**

Bu temada öğrencilerin geometrik cisimlerin ayrıt, yüzey ve açınımlarını çözümlemesi; geometrik cisimlerin yüzey alanı ve hacim bağıntılarına yönelik analogik akıl yürütebilmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 18

**ALAN  
BECERİLERİ**

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

KB2.4. Çözümleme, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER**

E1.1. Merak, E3.3.Yaratıcılık, E3.7. Sistemati Olma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri**

SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler**

D6. Duyarlılık, D8. Estetik, D14. Saygı, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri**

OB2. Dijital Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Mühendislik, Mimari

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.6.1. Bazı geometrik cisimlerin (dik piramit ve dik dairesel koni) açınımları ile ayırt ve yüzeyini (dik prizma, dik piramit, dik dairesel koni ve küre) çözümleyebilme

a) Bazı geometrik cisimlerin açınımları ile ayırt ve yüzey elemanlarını belirler.

b) Bazı geometrik cisimlerin açınımları ile ayırt ve yüzey elemanları arasındaki ilişkileri belirler.

MAT.9.6.2. Dik prizma ile dik piramidin, dik dairesel silindir ile dik dairesel koninin ve kürenin yüzey alanı ve hacimleri arasındaki ilişkilere dair analogik akıl yürütebilme

a) Dik prizma ile dik piramidin, dik dairesel silindir ile dik dairesel koninin ve kürenin yüzey alanları ve hacimleri arasındaki ilişkileri inceleyebileceği örnekleri gözlemler.

b) Dik prizma ile dik piramidin, dik dairesel silindir ile dik dairesel koninin ve kürenin yüzey alanları ve hacimlerine yönelik örneklerin niteliklerini belirler.

c) Gözlemediği benzerliklerden yararlanarak dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin yüzey alanları ile hacim bağıntılarına yönelik çıkarım yapar.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Geometrik Cisimler

### Genellemeler

- Tabanları ve yükseklikleri eş olan dik prizma ile dik piramidin yüzey alanları ve hacim bağıntıları ilişkilidir.
- Tabanları ve yükseklikleri eş olan dik dairesel silindir ile dik dairesel koninin yüzey alanları ve hacim bağıntıları ilişkilidir.

### Anahtar Kavramlar

dik prizma, dik dairesel silindir, dik piramit, dik dairesel koni, küre, ayırt, ana doğru, yarıçap, yüzey köşegeni, cisim köşegeni, yüzey alanı, hacim

## ÖĞRENME

### KANITLARI

#### (Ölçme ve

#### Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, proje ödevi ve performans görevi yoluyla değerlendirilebilir.

Öğrencilere geometrik cisimlerin (dik prizma, dik dairesel silindir, dik piramit, dik dairesel koni, küre) kullanıldığı mimari yapıların incelenmesi ile ilgili proje ödevi verilebilir. Ödevler, analitik dereceli puanlama anahtarı ya da akran değerlendirme formlarıyla değerlendirilebilir.

Geometrik cisimlerin ayırt ve yüzey açınımları ile alan ve hacim bağıntılarının özetlenmesini sağlayacak bir performans görevi verilebilir. Performans görevinin ürünü olarak öğrencilerin afiş tasarımları istenebilir. Afişler, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME

### YAŞANTILARI

#### Temel Kabuller

Öğrencilerin ortaokul seviyesinde dik prizma ve dik dairesel silindirin elemanlarını bildiği, yüzey alanı ve hacim bağıntılarını öğrendiği, bu bağıntıları problem durumlarında kullanabildiği kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilerin temel kabullerde bahsedilen bilgilere ilişkin hazır bulunuşlukları gözlemlenir. Bu süreçte soru cevap tekniği kullanılarak dik prizma ve dik dairesel silindirin açınımları, elemanları, yüzey alanı ve hacim bağıntılarına ilişkin bilgileri değerlendirilir. Verdikleri cevaplardan hareketle öğrencilerde görülen eksiklikler ve varsa hatalı anlamalar üzerinde durulur, öğrencilerin bilgilerini doğru anlamlandırmaları ve eksikliklerini tamamlamaları sağlanır. Soru cevap yöntemi sayesinde tartışma ortamında öğrencilerin öz güven ve merak eğilimleri de gözlemlenerek değerlendirilir. Öğrencilerin problem durumlarında dik

prizma ve dik dairesel silindirin elemanlarını, yüzey alanı ve hacim bağıntılarını kullanıp kullanamadıkları incelenir. İnceleme sonucunda yüzey alanı ve hacim bağıntılarını hatırlayamayan öğrencilerin akranları ile grup tartışmaları yaparak bu bağıntıları hatırlamaları sağlanabilir.

**Köprü Kurma** Dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanlarını çözümlenmede, yüzey alanı ve hacim bağıntılarını ifade etmede öğrencilerin ortaokul seviyesinde öğrendikleri dik prizma ve dik dairesel silindiri kullanmaları beklenir.

Öğrenciler, ortaokuldan dik prizmaların yan yüzlerinin dikdörtgen olduğu bilgisine sahiptir. Bu seviyede öğrencilerden dik piramitlerin açınımlarını inceleyerek yan yüzlerinin birer üçgen olduğunu fark etmeleri ve bu bilgiyi kullanarak piramitlerin yüzey alanı bağıntılarını oluşturmaları istenir. Öğrenciler ortaokuldan birim küplerden dikdörtgenler prizması elde ederek prizmaların hacim bağıntılarını birim küp sayısına bağlı olarak oluşturma bilgisine sahiptir. Bu düzeyde birim küpün tabanı ve yüksekliği aynı olan üç eş dik piramide ayrılabilirdiği fikrinden hareketle dik piramidin hacim bağıntısının elde edilmesi beklenir.

Öğrenciler, koni ile kürenin yüzey alanları ve hacim bağıntılarını ilk defa bu seviyede inceleyeceklerdir. Bu incelemelerinde öğrencilerden ortaokul seviyesinde öğrendikleri dik dairesel silindirden yararlanmaları beklenir.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

#### MAT.9.6.1

Öğrencilerin ortaokulda öğrendikleri dik prizma ve dik dairesel silindire yönelik bilgilerinden yararlanarak dik prizma, dik piramit ve dik dairesel koninin açınımlarını; dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanlarını belirlemeleri beklenir. Gerçek yaşam durumları (Mısır Piramitleri, çadır, trafik dubası gibi) üzerinden modellemeler yapmaları sağlanır. Matematiksel araç ve teknolojilerden de (MAB5) yararlanılarak bu cisimlerin açınımlarını oluşturan düzlemsel şekiller tanıtılarak incelenir. Açınım bağlamında küre ile diğer geometrik cisimlerin arasındaki fark incelenir. Pisagor teoreminden yararlanılarak dik prizmaların cisim köşegenine değinilir. Öğrencilere geometrik cisimlerin ayırt edici özellikleri hakkında açık uçlu sorular sorulur ve bu cisimlerin elemanlarını belirlemelerini sağlayacak bir tartışma ortamı oluşturulur. Bu sorulara verilen cevaplar sınıfça tartışılır, cisimlerin elemanları ve açınımlarını oluşturan geometrik şekiller arasındaki ilişkiler belirlenir. Oluşturulan tartışma ortamı öğrencilerin iletişim becerilerinin gelişimine de katkı sunar (SDB2.1). Bu çıktıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

#### MAT.9.6.2

Öğrencilerin yüksekliği ve tabanları aynı olan dik prizma ile dik piramitlerin hacimlerini matematik yazılımları kullanarak veya deneysel olarak karşılaştırması sağlanır (MAB5). Benzer şekilde öğrencilerden cisimlerin açınımlarını gözlemleyerek yüzey alanlarını da karşılaştırması beklenir. Bu cisimlerin yüzey alanları ve hacimlerine ilişkin incelenen örneklerin niteliklerini belirlemeye yönelik hazırlanan çalışma kâğıdının doldurulması istenir. Ortaya çıkan benzerliklerden yararlanılarak dik prizma ile dik piramidin yüzey alanı ve hacim bağıntılarına yönelik çıkarım yapılması sağlanır. Benzer şekilde dik dairesel silindirin yüzey alanı ve hacminden yararlanılarak dik dairesel koninin ve kürenin yüzey alanlarına ve hacimlerine yönelik farklı örnekler gözlemlenir. Gözlenen örneklerin yüzey alanı ve hacmi ile ilgili nitelikleri belirlenir. Bu süreç sonunda öğrencilerin dik dairesel koni ile kürenin yüzey alanları ve hacim bağıntılarına yönelik çıkarım yapması sağlanır. Bu süreçte yaptırılacak çalışmalar, öğrencilerin yaratıcılık (E3.3) ve sistematik olma (E3.7) eğilimlerinin geliştirilmesini sağlar.

Öğrenciler, bu çalışmalarını iş birlikli (**SDB2.2**) bir şekilde çevrim içi uygulamaları kullanarak bir platform üzerinden sunabilir. Örneğin sınıfça kullanılacak dijital pano oluşturma araçlarıyla öğrencilerin tüm fikirlerinin aynı anda değerlendirilmesi ve dijital okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi sağlanabilir (**OB2**). Bu bağlamda Arşimet'in çalışmalarını cebirsel olarak inceleyen Mâhânî'nin çalışmalarının araştırılması ile öğrencilerin merak eğilimleri harekete geçirilir (**E1.1**). Öğrencilerin araştırmalarına dayalı olarak Türk bilim insanlarının matematiğin gelişimine katkısı vurgulanır. Bu araştırmalar, öğrencilerin kültürel varlıklarına sahip çıkma duyarlılığını artırmasının yanı sıra kültür unsurlarını ve kendi kültürünü fark etmesini (**D19, OB5**) sağlar. Ayrıca öğrencilere Türk ve dünya mimarisinden geometrik cisimlerin bina tasarımlarında kullanımına ilişkin örnekler sunulabilir. Seçilen örnekler arasında Türk-İslam mimarisine ait yapıların olması; öğrencilerin millî ve manevî değerlere saygı duyma (**D14**) eğilimlerinin, kültürel mirası korumaya verdikleri (**OB5**) değer geliştirilmesine hizmet eder. Bina tasarımı (mühendislik) örnekleri incelenir, öğrencilerin kullanılan geometrik cisimlerin neden tercih edildiğine ilişkin fikirlerini paylaştığı bir ortam oluşturulabilir. Tartışma sorularla ("Estetik kaygılar dışında bir binanın küre şeklinde tasarlanmasının nedeni ne olabilir?" gibi) yönlendirilebilir. Öğrencilerin görsel yorumlama tekniğini kullanarak konuyla ilgili fikir alışverişi yapmalarının sağlanması, kültürel mirasa değer verme hassasiyetlerinin artırılmasını ve sanatsal zevklere bakış açısının gelişimini de destekleyecektir (**D6, D8**). Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Arşimet'in kürenin yüzey alanı ve hacim bağıntılarını oluşturmada dik dairesel silindirden yararlanması ile ilgili çalışmaları hakkında bilgi verilir. Öğrencilerin konuyla ilgili araştırma yapmaları istenerek düşüncelerinin derinleşmesi sağlanır.

Öğrencilere geometrik cisimlerin mimari eserlerde kullanımına yönelik olarak verilebilecek proje ödevinde Türk-İslam kültürüne değer katan eserlerin ve mimarlarının (Mimar Sinan, Sedefkâr Mehmed Ağa gibi) incelenmesi istenerek öğrencilerin konuya ilişkin bilgi sahibi olmaları sağlanır.

Geometrik cisimler tabana paralel ya da dik bir düzlemlerle kesildiğinde oluşan yapının yüzeyleri incelenir. İncelenen geometrik cisimlerde hangi kesimlerle hangi tür yüzey şekillerinin oluşabileceği yorumlanır. Ayrıca oluşan yeni cisimler incelenir. Bu bağlamda Pergeli Apollonius'un çalışmalarının araştırılması ve sınıfta sunulması istenir.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin tasarlanmış materyaller veya matematik yazılımları ile çalışmaları sağlanarak öğrenme çıktılarına ilişkin becerilere ve içerik bilgisine ulaşmaları sağlanır. Görsel materyallerle desteklenerek öğrencilerin incelenen geometrik cisimlerin açılım ve elemanlarını çözümlenmesi sağlanmalıdır. Bunun için video ve etkileşimli içerikler kullanılabilir. Kâğıt veya karton kullanarak geometrik cisimleri kendilerinin oluşturması sağlanabilir.

Öğrencilere günlük yaşamda bu cisimlerin kullanıldığı tasarımlarla ilgili video ve dijital içerikler izletilebilir.

Öğrencilerin cisimlerin hacim bağıntıları arasındaki ilişkileri deneysel yollarla fark etmeleri sağlanabilir. Örneğin öğrenciler, kartondan yaptıkları aynı taban ve yüksekliğe sahip dik dairesel koni ile silindirin içini aynı malzeme ile doldurarak malzemelerin hacimleri oranını bulabilir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ TEMASI

Bu temada öğrencilerin nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumları bağlamında bir istatistiksel araştırma süreci yürütmesi ve günlük yaşamda karşılarına çıkan nicel veri dağılımlarını eleştirel bir bakış açısı ile değerlendirmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 32

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.18. Tartışma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.8. Merak Ettiği Soruları Sorma, E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Öz Farkındalık/Kendini Tanıma, SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme  
SDB1.3. Öz Yansıtma/Kendine Uyarılama, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D7. Dürüstlük, D9. Mahremiyet, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Coğrafya, Psikoloji, Sosyoloji, Tarih

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.7.1. Nicel veri dağılımları ile çalışabilme ve nicel veriye dayalı karar verebilme

- Nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
- Bağlam içerisinde nicel veri dağılımlarını betimleyen ve karşılaştıran araştırma soruları oluşturur.
- Nicel verileri toplamak/elde etmek için plan yapar.
- Nicel verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen nicel verileri analiz etmek için görselleştirme (nokta grafiği, histogram, kutu grafiği gibi) ve/veya özetleme (aritmetik ortalama, ortanca (medyan), tepe değer (mod), açıklık, standart sapma, beş sayılı özet gibi) araçlarından uygun olanı seçer.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen nicel verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
- Nicel veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırma sonucu elde edilen çıktılarından hareketle verilerin arasını ve ötesini yorumlar.
- Nicel veriye dayalı araştırmadan elde edilen sonuçların araştırma sorusuna ne derece cevap verdiğini değerlendirir.

MAT.9.7.2. Başkaları tarafından oluşturulan nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminlere yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminlere yönelik hataları ve/veya yanlışlıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri çürütür veya kabul eder.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Nicel Veri Dağılımları

- Genellemeler**
- Nicel veri dağılımları, verilerdeki değişebilirliğin nasıl olduğuna ilişkin bilgi verir.
  - Nicel verilerin dağılımlarını tanımlamada kullanılacak sayısal özetler, ilgili dağılımın merkezinin nereye eğilim gösterdiğini ve nasıl yayıldığını belirlemede kullanılır.
  - Örneklemin dağılımı evrenin dağılımına ilişkin fikir verir.

**Anahtar Kavramlar** nicel veri dağılımı, evren, örneklem, değişebilirlik, histogram, kutu grafiği, standart sapma, beş sayılı özet

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi ve performans görevi yoluyla değerlendirilebilir.

Öğrencilere nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma sürecinin bütünü değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bu performans görevinin sonunda elde edilen sonuçların benzerlik/farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Öğrenciler, performans ürünlerini akran değerlendirme ve grup değerlendirme formu ile değerlendirebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin ortaokul seviyesinde öğrendikleri istatistiksel araştırma sürecinin bileşenlerine hâkim oldukları, betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma soruları oluşturabildikleri, kategorik veya nicel veri toplayabildikleri, verileri görselleştirebildikleri (sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi) ve özetleyebildikleri (sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma), değişebilirlik ve dağılım kavramlarını değerlendirebildikleri, verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine ilişkin bilgilerini değerlendirmek amacıyla kavram haritaları kullanılabilir. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine yönelik tutumları ve motivasyonları gözlemlenir. Öğrencilerden istatistiksel araştırma süreçlerine ilişkin deneyimlerini ifade etmeleri istenerek derse dikkatlerini vermeleri sağlanır. Bununla birlikte öğrencilere kategorik ve nicel veriler içeren bir bağlama yönelik açık uçlu sorular sorulabilir. Bağlam doğrultusunda oluşturulabilecek araştırma soruları; verilerin toplanma süreci; verilerin analizinde sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma değerlerinden hangilerinin araştırma sorularına cevap verebileceği ve sonuçların nasıl yorumlanacağı konularında test maddelerinin öğrencilerin ön bilgilerini yoklayacak yapıda olmasına dikkat edilir. Test sonuçları doğrultusunda öğrencilere geri bildirim verilir.

**Köprü Kurma** Öğrencilere örnek bir nicel veri dağılımı gösterilir. Verilerin histogram ve kutu grafiğiyle görselleştirilmesine yönelik sorular sorulur ve sorulara ortaokul düzeyinde öğrenilen sıklık tablosu, sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi gibi veri görselleştirme araçlarıyla yanıt verilip verilemeyeceği tartışılır. Bu görselleştirme araçlarının her zaman yeterli olamayacağı fark ettirilir.

Benzer şekilde veri özetlemeyi gerektirecek nicel bir veri dağılımı öğrencilere gösterilir. Öğrencilere standart sapma, beş sayılı özet kullanmayı gerektirecek sorular sorulur ve ortaokul düzeyinde öğrenilen sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma gibi veri özetleme değerleriyle sorulara yanıt verilip verilemeyeceği tartışılır. Bu değerlerin veri özetleme için her zaman yeterli olamayacağı fark ettirilir.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.9.7.1

İstatistiksel araştırma süreci; bağlamı belirleme, bağlama yönelik soru sorma, veri toplama planı yapma, verileri analize hazır hâle getirme, verileri analiz etme ve sonuçları yorumlama bileşenlerini içerecek şekilde ele alınır.

İstatistiksel araştırma problemlerine kaynaklık edecek bağlamlar, gerçek yaşam durumlarına uygun olarak belirlenir. İstatistiksel araştırma sürecine başlarken öğrencilere merak ettiği sağlık, eğitim, çevre, doğa, iklim gibi gerçek yaşam durumlarına ilişkin bilgilere ihtiyaçlarının olduğu fark ettirilir (**E1.1, OB1**). Öğrencilerin gerçek yaşam durumlarına ulaşabilmelerinde fikir alışverişi önemli olduğu için grup çalışmalarına katılmaları, farklı fikirlerin ortaya çıkmasını destekleyebilir. Öğrenciler ortaya koydukları gerçek yaşam durumlarını arkadaşlarıyla tartışarak süreçte etkin rol alabilir (**SDB2.2, D4, D14**). Bireysel çalışma veya grup çalışması yoluyla belirledikleri gerçek yaşam durumlarını örümcek ağı gibi tekniklerle gösterebilir, dijital ortamlarda zihin haritası araçları yardımıyla oluşturarak paylaşabilir (**OB2**). Belirlenen gerçek yaşam durumları, veri toplamayı gerektirip gerektirmeme ölçütüne göre sınıf içi tartışmayla belirlenir (**SDB2.1, SDB2.2**). Bu süreç öz ve akran değerlendirme formu ile değerlendirilebilir (**SDB1.2, SDB1.3**).

Belirlenen bağlamlardan yola çıkılarak öğrencilerin merak ettikleri soruları ifade etmeleri beklenir **(E3.8)**. Öğrencilerin hazırladığı sorulara ilişkin fikirler üzerinden tartışma yürütme-leri, tartışma sonucunda nicel veri dağılımlarını betimleyebileceği ve karşılaştırabileceği istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları sağlanır **(SDB2.2)**. Belirlenen araştırma soruları bireysel veya grup olarak sınıfa sunulur. Araştırma sorularının istatistiksel araştırma soruları olup olmadığı;

- Amacın net olması,
- Araştırmaya değer olması,
- İlgilenilen grubun (evrenin) açık olması,
- Değişkenlerin açık bir biçimde görülmesi,
- Veri toplanarak cevaplanabilmesi,
- Değişebilirliği (doğal ortamdan kaynaklı, müdahaleden kaynaklı, ölçümden kaynaklı, örneklemeden kaynaklı) yansıtması,
- Odaklanılan grubun araştırmaya imkân vermesi,
- Nicel veri toplamaya uygun olması

ölçütleri dikkate alınarak tartışılır **(SDB1.1)**. Öğrencilerden bireysel olarak veya grup çalışmasıyla bağlam doğrultusunda belirledikleri, sınıf içi tartışma sonrası son hâlini verdikleri nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma sorularını oluşturmaları beklenir. Öğrencilerin sınıf tartışmalarına katılması; istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları sürecinde argümanlarını ortaya koyabilmesini, bu argümanlarını savunabilmesini ve farklı fikirleri değerlendirebilmesini destekler.

Araştırma sorusu hazırlamaya ilişkin değişebilirlik ölçütünün dört çeşidini de yansıtabilecek örnekler verilmesine dikkat edilir. Doğal ortamdan kaynaklanan değişebilirlik, doğada var olan değişebilirlik olarak ifade edilebilir. Öğrencilerin boy uzunluklarının farklılık göstermesi, bu duruma örnek gösterilebilir. Ölçümden kaynaklanan değişebilirlik, ölçüm için kullanılan araçlarda veya bu araçları kullanan kişiler arasında farklılıklar olduğunda ortaya çıkar. Örneğin öğrencilerden bir topun düşme süresini bir kronometre ile ölçmeleri istendiğinde kullanılan iki kronometre farklı üreticiler tarafından yapılmışsa ölçüm değişebilirliği yaşanabilir. İki farklı kişinin kronometreyi aynı anda başlatması veya aynı anda durdurması mümkün olmadığında ölçümden kaynaklanan değişebilirlik ortaya çıkar. Müdahaleden kaynaklanan değişebilirlik isteyerek ortaya çıkarılır. Güneş ışığının bitkilerin büyümesini nasıl etkilediğini gözlemlemek için bitkilerin farklı güneş ışığını alma süresine sahip ortamlara yerleştirilmesi, bu değişebilirliğe örnek verilebilir. Örneklem değişebilirliği ise aynı evrenden birden fazla örneklem alındığında ortaya çıkar. Evrenden farklı örneklemeler alındığında ortalamalarının farklılık göstermesi örneklem değişebilirliğine örnek olarak gösterilebilir.

Araştırma sorularının farklı disiplinlerden hareketle yapılandırılması, istatistiksel araştırma sürecinin daha iyi anlamlandırılmasına yardım edebilir. Örneğin biyoloji dersiyle ilişkilendirmek için memelilerin boy uzunluklarının nasıl bir dağılım gösterdiği incelenebilir, Meteorolojik verilerden hareketle çıkarım yapılarak coğrafya dersiyle, farklı kültürlere ait bilgiler toplanarak tarih dersiyle, bireylerin psikolojik değişkenlerine yönelik veri toplanarak psikoloji dersiyle, toplumsal olaylara yönelik araştırmalar yapılarak sosyoloji dersiyle ilişkilendirme yapılabilir. Bu ilişkilendirmelerle öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecini deneyimlemeleri sağlanabilir. Ayrıca verilerin betimlenmesine yönelik araştırma soruları ile karşılaştırılmasına yönelik araştırma soruları hazırlanırken dikkat edilmesi gereken noktalara değinilmelidir.

Belirlenen araştırma soruları doğrultusunda yürütülecek nicel veri toplama sürecine yönelik öğrenci fikirleri alınarak sınıf içi tartışma süreci yürütülür **(SDB2.1, D14)**. Öğrencilere taslak bir veri toplama planı yaptırılır. Taslak veri toplama planları;

- Araştırma sorusuna/sorularına cevap bulmayı sağlayacak veri toplama aracını/araçlarını belirleme,

- Rastgeleliği sağlama,
- Evren ve örnekleme belirleme,
- Değişkenleri belirleme,
- Verilerin nerede, ne zaman, nasıl toplanacağını belirleme,
- Verilerin nasıl kaydedileceğini belirleme ölçütlerine göre incelenir.

Oluşturulan veri toplama planı doğrultusunda öğrencilerden veri toplama araçlarının (anket, görüşme, gözlem gibi) belirlenip oluşturulması ve verilerin toplanması istenir (**OB1**). Bu süreçte toplanan verilerin analize hazır hâle getirilmesi beklenir. Verileri toplarken kişisel verilerin gizliliğine, nesnel ve dürüst olunmasına dikkat edilir (**D9, D7**). Toplanan verilerin araştırma sorusuna cevap vermesi ve evrene uygunluğu, eleştirel bir bakış açısıyla tartışılır (**E3.10**). Sınıf içi tartışma sonrası son hâli verilen veri toplama planları sınıfta paylaşılır.

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma soruları ve veri toplama planları, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı ölçütleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Araştırma soruları bağlamında toplanan verileri analiz etmek için görselleştirme (nokta grafiği, histogram, kutu grafiği gibi) ve/veya özetleme (aritmetik ortalama, ortanca, tepe değer, açıklık, standart sapma, beş sayılı özet gibi) araçlarından uygun olanın/olanların seçilmesi sağlanır (**MAB3**). Uygun olan aracın/araçların belirlenmesinde araştırma sorularına yeniden dönülür, hangi aracın/araçların uygun olduğuna dair sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.1**). Seçilecek araç/araçların araştırma sorularına cevap verecek ve verileri analiz edecek nitelikte olmasına dikkat edilir. Analiz sürecinde verilerin nasıl dağıldığının görülebilmesi ve/veya veri özetleme araçlarının dağılım üzerinden değerlendirilebilmesi amacıyla istatistik yazılımları kullanılır (**MAB5**).

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak öğrencilerle veriler arasını ve ötesini yorumlamaya yönelik sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.1**). Öğrenciler; veriler arasını okumada analizden elde edilen sonuçlara ilişkin verileri karşılaştırmaya, verilerin ötesini okumada analizden elde edilen sonuçlara ilişkin verilerden hareketle geleceğe yönelik tahmin yapmaya teşvik edilir.

Öğrencilerin araştırma sorularına geri dönmeleri, elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri sağlanır. Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel ifadeler (verilerin merkezinin nasıl bir eğilim gösterdiğine, verilerin nasıl yayıldığına dair ifadeler) içermesi önemlidir. Bu süreçte seçilen örneklem dağılımından hareketle öğrencilerin evren dağılımı hakkında genellemeler yapmaları ve elde edilen sonuçları belirsizliği dikkate alan ifadeler kullanmaları beklenir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

### **MAT.9.7.2**

Öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılarına çıkan istatistiksel bilgilere eleştirel bakabilmeleri ve bu bilgileri tartışabilmeleri önemlidir (**E3.10**). Bu bağlamda öğrencilere nicel veri dağılımlarına ilişkin hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri içeren çalışma kâğıdı verilir; öğrencilerden bu çalışma kâğıdını incelemeleri istenir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda hatanın/yanlılığın kaynağının ne olabileceği konusunda istatistiksel temellendirme yapmaları sağlanır. Buradan hareketle öğrencilerin verilen durumlara eleştirel bakmaları, istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenir (**E3.10**). Öğrencilerin belirlediği hatalar/yanlılıklar tartışmaya açılır (**SDB2.1, SDB 2.2**). Belirlenen bu hata/yanlılıklar beyin fırtınası, zıt panel, kollegyum gibi tekniklerle tartışılır. Fikir ve değerlendirmelerinden hareketle nicel veri dağılımlarına ilişkin hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminler çürütülür veya kabul edilir (**D7**). Öğrencilere verilen çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.



**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Öğrencilerden basit rastgele örneklemin yanı sıra farklı örnekleme yöntemlerinden (sistemik, tabakalı, küme tipi) hareketle istatistiksel araştırma sürecini deneyimlemeleri, elde edilen verilerin analiz ve yorumlanma sürecindeki benzerlik/farklılıkları ortaya koymaya yönelik sınırlandırılmış performans görevleri hazırlamaları istenir.

Öğrencilere farklı gruplara ait farklı değişkenler içeren veri setleri verilir. Öğrencilerden bu veri setlerine uygun, betimlemeye ve/veya karşılaştırmaya yönelik araştırma soruları oluşturmaları; uygun değişkeni seçerek istatistiksel araştırma sürecini yürütmeleri istenir.

Öğrencilerden istatistiğin doğasına (sayıların bağlama göre anlam kazanması) ilişkin araştırma yapmaları ve araştırma sonuçlarını farklı araçlarla (poster, bildiri, sunum) paylaşmaları beklenir.

Öğrencilerden nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumları araştırmaları istenir. Bu durumları araştırırken hangi kaynakları (gazete haberleri, dijital kaynaklar vb.) kullanabileceklerini bilmeleri ve bu kaynakları kullanırken nelere dikkat etmeleri gerektiğine dair paylaşımlar yapmaları beklenir. Bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Örneğin trafik kazalarını önlemek amacıyla radar yerleştirilen bir yerleşim yerinden geçen araçların hızlarını (km/sa.) içeren bir durumu ve bu duruma ilişkin yorumları, öğrencilerin değerlendirmeleri istenir. Araçların hızlarını içeren veri dağılımları ile yapılan yorumlar arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlış, yanlış veya eksik bilgilerin olup olmadığı incelenerek öğrenciler tarafından değerlendirilir. Öğrencilerden yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, infografik gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

**Destekleme** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine dâhil olmaları için grup çalışması yapılır. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir. Akran öğrenmesi sayesinde öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecini anlamlandırmaları desteklenir.

Öğrencilerin hazır veri seti üzerinde çalışmaları sağlanır. Veri setindeki sayıların tam sayı olmasına dikkat edilir.

Nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminler daha basit düzeyde (öğrencilerin yakın çevresindeki olay veya durumları içermesi vb.) sunularak öğrencilerin bunlara ilişkin değerlendirme yapmaları istenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## VERİDEN OLASILIĞA TEMASI

Bu temada öğrencilerin bileşik olayların olasılığını deney yaparak tahmin etmesi, deneysel ve teorik olarak inceleyip çıkarımlarda bulunması amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 12

### ALAN BECERİLERİ

### KAVRAMSAL BECERİLER

KB2.11. Gözleme Dayalı Tahmin Edebilme, KB2.16.1. Tümevarımsal Akıl Yürütebilme

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.7. Sistematik Olma, E3.9. Şüphe Duyma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB7. Veri Okuryazarlığı

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Biyoloji, Coğrafya

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.9.8.1. Bileşik olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin edebilme

- Bileşik olayların olasılığını deney yoluyla veri toplayarak istenen olayların göreceli sıklıklarıyla ilişkilendirir.*
- Deneye ait tekrar sayısı ile deneyin çıktılarının göreceli sıklıklarının ilişkisine yönelik çıkarım yapar.*
- Çıkarımlardan hareketle büyük sayılar yasası ile yargıda bulunur.*

MAT.9.8.2. Bileşik olayların olasılığına ilişkin tümevarımsal akıl yürütebilme

- Bileşik olayların tüm olası durumlarını farklı gösterimler (sistemik liste, tablo, ağaç şeması, sayma gibi) ile gözlemler.*
- Bileşik olayların olasılığını teorik olarak incelemeye/hesaplamaya yönelik tekrar eden matematiksel ilişkilere ulaşır.*
- Bileşik olayların deney yoluyla hesaplanan/elde edilen olasılık değerinin teorik olasılık ile hesaplanan değeri arasındaki ilişkiye yönelik genelleme yapar.*

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Bileşik Olaylar

- Genellemeler**
- Deneye ait tekrar sayısı arttıkça elde edilen göreceli sıklıklarının değişebilirliği azalır.
  - Deneye ait tekrar sayısı arttıkça deneysel olasılık değeri, teorik olasılık değerine yaklaşır.

**Anahtar Kavramlar** olay, deney, çıktı, örnek uzay, bileşik olay, bağımsız olay, deneysel olasılık, teorik olasılık

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kısa yanıtli sorular, açık uçlu sorular, araştırma ödevi, eşleştirme testi, öz ve akran değerlendirme formu, performans ödevi, grup ve akran değerlendirme formu ile değerlendirilebilir.

Bileşik olayların olasılığını deneysel olarak incelemeye yönelik bir araştırma ödevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bileşik olayların deneysel olasılığını elde etmeye yönelik olarak gerçekleştirilebilecek sınıf içi deneyler, öz ve akran değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

Bileşik olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin edebilme ve tümevarımsal akıl yürütme becerilerinin aşamalarını bütünsel olarak değerlendirme amacı ile öğrencilerden performans görevi istenebilir. Hazırlanan performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller** Öğrencilerin 7. ve 8. sınıfta öğrendiği olayları ayırık olma ve ayırık olmama durumuna göre ayırt edebildiği, basit olayların olasılığını teorik olasılık ile inceleyebildiği, basit olaylar için deneysel ve teorik olasılık arasındaki ilişkiyi açıklayabildiği, "olay, deney, çıktı ve örnek uzay" gibi temel kavramları bildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Olasılık ile ilgili temel kavramları (olay, deney, çıktı, örnek uzay) ve olasılık yaklaşımlarını (deneysel ve teorik) günlük yaşamda yer alan basit olay örnekleri üzerinden hatırlatma amacıyla soru cevap etkinliği yapılır. Verilen olayların ayırık olup olmama durumlarını ayırt etmek için kısa cevaplı sorular sorulur ve öğrencilerin olasılıkta şimdiye kadar ele alınan kavramlara dair ön bilgiye sahip olup olmadığına ve bu bilgileri kullanmaya istekli olup olmadığına dair gözlem yapılır.

**Köprü Kurma** Bileşik olayların olasılığı, öğrencilerin basit olay ve basit olayların olasılığına dair ön bilgileri üzerine kurulur. Öğrencilere basit olay ve bileşik olaylar arasında ilişki kurulabilmesi için belirsizlik içeren günlük yaşam durumlarından örnekler sunulur ve öğrencilerin bu örnekler üzerinden tahminde bulunmaları sağlanır. Verilen örnekler bir basit olay ve birden çok basit olay içeren durumlardan oluşmalıdır. Sınıf içi tartışma yoluyla hangi durumlarda bir olay, hangi durumlarda birden çok olay olduğunu öğrencilerin ayırt etmeleri beklenir.

Örnek durumlar, öğrenciler için anlamlı ve ilgilerini çekebilecek nitelikte belirlenir. Birden çok olay içeren durumların olasılığının deneysel ve teorik olarak incelenmesi amacıyla öğrencilere bilgi toplamaya ihtiyacı olduğu fark ettirilir. Ayrıca öğrencilerin, toplayacağı bilginin veriye dayalı olması gerektiğinin farkında olması sağlanır **(OB1)**. Bu farkındalığın öğrencilerde bileşik olayların olasılığını araştırmaya yönelik merak uyandırması beklenir **(E1.1)**.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

#### MAT.9.8.1

Öğrenciler; basit olayların bir olaylı deneyler, bileşik olayların ise iki veya daha fazla basit olayı gerektiren deneyler olduğunu fark edebilmelidir. Bu sınıf seviyesinde en az iki, en çok üç basit olaydan meydana gelen bileşik olaylara yer verilmelidir. Verilen örnek durumlardan hareketle öğrencilerden fikirler alınarak sınıf içi tartışma süreci yürütülür **(SDB2.1)**. Öğrencilerin deneylerin bir basit olay veya birden çok basit olaydan oluşup oluşmadığını keşfetmeleri, sınıf içi tartışmalar yoluyla sağlanır. Öncelikle öğrencilerin gözlem yapabileceği bir bileşik olay seçilir. Seçilen bileşik olayın -sınıf ortamında deney yapılmasını kolaylaştırması açısından- olasılık deneylerinde geçen iki sayı küpü atılması ve küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının alınması, renkli eş parçalara ayrılmış çarkların çevrilmesi ve renklerin kaydedilmesi gibi deneyler olmasına dikkat edilir. Sınıf ortamına ve imkânlarla uygun başka deneyler de tasarlanabilir **(OB7)**.

Seçilen bileşik olaya ait, sınıf ortamında yapılan deneyde gözlenen olayın çıktı sayısı ve toplam deneme sayısı not edilerek veri toplanır **(OB7)**. Toplanan verilerin kaydedilmesi ve düzenlenmesi için çetele ve sıklık tabloları kullanılabilir **(OB7)**. Toplanan veriler sütun grafikleri ile görselleştirilebilir veya toplam sıklıklar özetlenebilir **(OB7)**.

Bu çalışmalarda öğrenciler, gruplara ayrılır. Grup çalışmasında grup üyelerinin her birine farklı görevler (deneyin yapılması, çıktı sayılarının kaydedilmesi, kaydedilen verilerin görselleştirilmesi gibi) verilerek ekip çalışması yoluyla iş birliği sağlanır **(SDB2.2, D16)**. Elde edilen veriler oranlanarak olayların görelî sıklıkları elde edilir. Görelî sıklıklar sütun grafikleri gibi araçlarla görselleştirilerek olasılık dağılımı oluşturulur. Elde edilen dağılımda görelî sıklıklara yer verilerek bileşik olayların deney sonucunda elde edilen olasılık değeri ile olayların görelî sıklıklarını öğrencilerin ilişkilendirmeleri sağlanır. Bileşik olaylarda çıktıların görelî sıklıklarını ilişkilendirme aşamasında yapılan grup çalışmaları yapılması istenebilir. Bileşik olaylarda çıktıların görelî sıklıklarını ilişkilendirme aşamasında yapılan grup çalışmaları, grup ve akran değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

Yapılan deneyde tekrar sayısının artırılması ile elde edilen çıktılara ilişkin dağılımda ne-lerin değişeceğine dair kısa yanıtı sorular sorularak öğrencilerin deneydeki tekrar sayısının yeterli olup olmadığı ile ilgili şüphe duymaları amaçlanır (**E3.9**). Öğrencilere çalışma kâğıdı verilerek sınıf ortamında yapılan deneylerde deneme sayısının artırılması, deneylerin çok tekrarlı olması sağlanmalıdır. Belli sayıda denemeden sonra görselleştirme yapılarak gö-veli sıklıkların karşılaştırılmasına ilişkin sorular sorulabilir.

Yapılan deneyin tekrar sayısı, sınıftaki her bir grubun katkısı ve iş birliği ile artırılabilir (**SDB2.2**). Grupların yapacağı katkılar ile 50, 100, 150 ve 200 kez yapılan tekrarlar sonucu elde edilen dağılımlarda deneme sayısı arttıkça görel sıklığın nasıl değiştiği tartışılmalıdır. İstatistik ve olasılık konuları arasında bağ kurmak için görel sıklığın değişimi, değişebilirlik kavramı ile ilişkilendirilmelidir.

Sınıf ortamında yapılan deneye ait tekrar sayısı yetersiz kalabilir. Tekrarların sayısını artırılmak için teknolojik araçlar kullanılır (**MAB5**). Seçilen deneye ait tekrar sayısı; istatistik yazılımları veya genel ağda bulunan, kullanıma hazır simülatörler yardımıyla 500, 1000 ve 1500'e çıkarılır. Tekrar sayısı arttıkça sıklık tabloları ve dağılımlar güncellenerek önceki dağılımlarla karşılaştırılır. Böylelikle öğrencilerin ele alınan bileşik olaya ait görel sıklıkların değişebilirliğinin azaldığına yönelik çıkarımlar yapmaları beklenir. Deney esnasında elde edilen verilerin açıklanması ve görselleştirilmesinde poster, deney raporu gibi ürünler istenebilir.

Yaptıkları çıkarımlarla ilişkili olarak deneyin tekrar sayısının artması durumunda gözlemledikleri bileşik olayın olma olasılığı tahminlerinin daha kararlı olacağına dair öğrencilerin bir kaniya ulaşmaları beklenir. Bu noktada bir olayın yapılan tekrarlar ile gözlenen olasılığının tekrar sayısı arttıkça teorik olasılığa yaklaşma eğiliminde olduğunu belirten büyük sayılar yasasına değinilir. Büyük sayılar yasasının formülünde limitin yer alması ve öğrencilerin limit konusunu 12. sınıfta göreceği olması nedeniyle bu formülden söz edilmez. Öğrencilerden yapılan deneyin tekrar sayısı arttıkça elde edilen olasılık değerinin daha kararlı hâle geldiği yargısına varmaları beklenir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir araştırma ödevi verilebilir. Bu ödev, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bileşik olayların deneysel olasılığını elde etmeye yönelik olarak gerçekleştirilebilecek sınıf içi deneyler, öz ve akran değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

### **MAT.9.8.2**

Bileşik olayların olasılığı, olayların kendisinin incelenmesi ile belirlenmektedir. Olayların kendisinin incelenmesi ifadesiyle olası tüm çıktılar ve istenen çıktılar listelenmesi kastedilmektedir. Bileşik olaylarda olası tüm çıktılar ele alınırken gerçek yaşam durumlarından yararlanılabilir. Olasılık deneyleri (madenî parayı birden çok kez havaya atıp üste gelen durumu gözleme, iki sayı küpü atıp küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamını alma gibi) kullanılabilir.

Bileşik olayları oluşturan iki veya daha fazla bağımsız olayın örnek uzayını belirlerken olaylara ait olası tüm çıktılarını kaydı tutabilmek için sistematik liste, tablo, ağaç şeması gibi farklı temsiller kullanılması; ele alınan olaylara ait olası tüm çıktılarının görselleştirilmesi önerilmektedir (**MAB3**). Böylece öğrencilerin tüm olası durumları gözlemlemeleri sağlanır (**SDB1.2**). Ağaç şeması gösterimini kullanan bilim insanlarından el-Kindî'ye ait çalışmalarından ve bu çalışmaların istatistik ve olasılık alanına katkılarından bahsedilebilir.

Görselleştirilen tüm olası durumlar arasından seçilebilecek "ve/veya" içeren durumlar (iki sayı küpü atıldığında toplamın 7 gelmesi; iki madenî para atıldığında birinin yazı, diğ-erinin tura gelmesi; 6 eş parçaya bölünen numaralandırılmış bir çark çevrildiğinde gelen sayının çift veya asal sayı olması gibi) sözel olarak ifade edilebilir. Ardından öğrencilere bir çalışma kâğıdı verilerek etkileşim oluşturulabilecek bir grup çalışması kurgulanabilir (**SDB2.2**). Öğrencilerden tüm olası çıktılar arasından istenen çıktılarının sayısını planlı ve bi-

limsel bir şekilde belirlemeleri, istenen çıktı sayısının olası tüm çıktıların sayısına oranıyla ele alınan her bir olayın olma olasılığını hesaplamaları beklenir **(E3.7, D4)**.

İstenen olaylar “ve/veya” içeren durumlar olabilir ancak koşullu olasılık yorumlaması gerektirdiği için bağımlı olaylara (iki sayı küpü atıldığında toplamların 6 gelmesi, sayı küplerinin üzerindeki sayıların aynı gelmesi gibi) değinilmez. Bu doğrultuda bir bileşik olayı oluşturan bağımsız olaylarda bir olayın meydana gelmesinin veya gelmemesinin diğer olay üzerinde hiçbir etkiye sahip olmadığı vurgulanır. Ele alınan durumlarda ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarına değinilebilmesi için bu olay örneklerine de yer verilir. Verilen olayların olasılık değerlerinden yola çıkılarak bileşik olayların olma olasılığının hesaplanabilmesi için etkinlik sonunda öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal ilişkilere ulaşması beklenmektedir. İki olayın ortak çıktısı yoksa bunların ayrık olaylar, ortak çıktıları varsa ayrık olmayan olaylar olduğu öğrencilere hatırlatılır. Bununla birlikte, ayrık olaylar ve bağımsız olaylar arasındaki farklılıklar incelenir.

Öğrencilere günlük yaşamda karşılaşılabilecek veya biyoloji (genetik, kalıtım gibi), coğrafya (meteoroloji tahminleri, yıllık beklenen yağış miktarlarının göreceli sıklıkları gibi), ekonomi (ekonomik tahminler, finansal risk hesaplamaları gibi) gibi diğer disiplinlerden seçilecek olasılık problemlerini içeren, bu alanlarla matematik arasındaki ilişkiye dair bilgileri pekiştirmek amacıyla açık uçlu sorular verilebilir. Böylelikle öğrenciler, teorik olarak hesaplanan olasılık değerlerinin günlük yaşamdaki karşılığını görebilir; alacakları kararlarda daha esnek davranmayı ve belirsiz ya da yeni durumlara uyum sağlamayı içselleştirebilir **(SDB3.1, SDB3.2)**.

Öğrencilerin bileşik olayların olasılığına ilişkin tümevarımsal akıl yürütebilmeyi tamamlaması için hesaplanan teorik olasılıkların deneysel olasılıkla ilişkisi ele alınmalıdır. Daha önce belirlenen ve teorik olasılığı hesaplanan durumlar arasından öğrencilerin simülasyon kullanarak gözleme dayalı tahminlerde bulunabileceği bir durum ile derse devam edilebilir veya hem deneysel hem de teorik olarak incelenebilecek yeni bir durum belirlenebilir. Ele alınan deneyde gözlenen olaya ait çıktı sayısı ile toplam tekrar sayısı, çetele ve sıklık tabloları kullanılarak kaydedilebilir. İstenen durum için göreceli sıklıklar elde edilerek olasılık tahmini yapılır ve hesaplanan teorik olasılık değerleri ile karşılaştırılır.

Simülasyon yardımıyla deneme sayısı artırılabilir **(MAB5)**. Öğrenciler uzun vadede elde edilen sonuçlar ile teorik olasılık değerinin karşılaştırılması için teşvik edilir. Öğrencilerden yapılacak tartışma ve/veya soru cevap etkinlikleri ile bileşik olayların deneysel olasılık değerinin deneme sayısı arttıkça teorik olasılık değerine yaklaşmasına yönelik genelleme yapması beklenir **(OB1)**. Bileşik olayların teorik olasılıkları bulunurken tüm olası durumların sistematik liste, tablo, ağaç şeması gibi farklı temsillerden biri ile görselleştirilmesine ve hangi temsilin verilen olay bağlamında daha uygun olduğuna dair eşleştirme testi kullanılabilir.

Öğrencilere birinci ve ikinci çıktıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Öğrencilerden dört veya daha fazla basit olaydan meydana gelen bileşik olayların olasılığını içeren gerçek yaşam durumlarına ilişkin değerlendirmeler yapmaları istenir. Örneğin spor müsabakalarında oyuncu performanslarının yıllara göre istatistikleri incelenerek öğrencilerden olayların olasılıklarını hesaplamaları ve elde ettikleri sonuçlardan hareketle bir karara ulaşmaları beklenir.

Büyük sayılar yasasına ilişkin araştırma yapılması, yapılan araştırmaların yaratıcı ürünler (poster, infografik gibi) ile sunulması veya bilimsel bir rapor ile paylaşılması istenir. Bileşik olaylar dört veya daha fazla basit olaydan meydana gelecek şekilde verilir. Bileşik olayların olasılığı, düzgün çok yüzlüler (düzgün sekiz yüzlü, düzgün on iki yüzlü gibi) kullanılarak ele alınır.

Öğrencilerin bileşik olayların örnek uzayını belirlerken olaylara ait çıktıların kaydını tutabilmek için kullanılan sistematik liste, tablo, ağaç şeması gibi farklı temsiller arasında hangisinin verilen bağlama uygun olduğunu eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirmesi istenir. Yapılan seçimin gerekçelendirilmesine yönelik çalışma kâğıdı hazırlanır.

**Destekleme** Bileşik olaylar, iki bağımsız basit olay ile sınırlı tutulur.

Olasılık deneyleri, farklı duylara hitap edebilecek (dokunma ve görme duylarına hitap etmek amacıyla eşit bölmeli çarkları öğrencilerin elle çevirmesi ve elde ettikleri renklerin kaydedilmesi gibi) şekilde tasarlanır.

Bileşik olayların olasılığını teorik olarak incelemek için gerekli çıkarımların ve matematiksel ilişkilerin daha erişilebilir kılınması amacıyla destek, ipuçları ve görseller sağlanır. Ulaşılan sonuç ve genellemeleri içeren hatırlatma notları afiş veya poster ile sınıfta sunulur tartışılır.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 10. SINIF

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER TEMASI

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda tanımlı,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonlarından türetilebilecek fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik çıkarımlar yapabilmeleri, bu fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizliklere dayalı gerçekte yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 66

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiik Olma, E3.11. Özgün Düşünme

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Öz Farkındalık Becerisi/Kendini Tanıma, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D6. Duyarlılık, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansnal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER**

Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER**

MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

- MAT.10.1.1. Gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyon olma şartları ile fonksiyonların nitel özelliklerini matematiksel temsillerle değerlendirebilme
- a) Gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyon olma şartları ile fonksiyonların nitel özelliklerini (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı, bire birliği, tekliliği-çiftliliği, örtenliliği) grafik temsili üzerinden analiz eder.
- b) Gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonlara ilişkin grafik temsillerini, fonksiyon olma şartları ve fonksiyonların nitel özellikleri bakımından karşılaştırır.
- MAT.10.1.2. Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  referans fonksiyonuna ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme
- a) Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  fonksiyonunun nitel özelliklerini (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı, bire birliği, tekliliği-çiftliliği, örtenliliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- b) Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  fonksiyonunun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- c) Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  fonksiyonunu grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle  $f(x)=a(x \pm r)^2 \pm k$  fonksiyonlarına dönüştürür.
- ç) Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  fonksiyonu ile  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$  fonksiyonlarının grafik temsili ve cebirsel temsili arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- d) Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  fonksiyonunun nitel özelliklerinden hareketle  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$  fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- e) Varsayımlarına dayalı olarak  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$  fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri (cebirsel, sayısal veya grafiksel) geneller.
- f) Genellemelerinin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- g) Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- ğ) Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılışlılığını değerlendirir.
- h) Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- ı) İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılışlılığını değerlendirir.
- MAT.10.1.3.  $f: [0, \infty) \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x}$  referans fonksiyonu ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme
- a)  $f: [0, \infty) \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonunun nitel özelliklerini (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı, bire birliği, örtenliliği), matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- b)  $f: [0, \infty) \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonunun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- c)  $f: [0, \infty) \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonunu grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle  $f(x) = a\sqrt{x \pm r} \pm k$  fonksiyonlarına dönüştürür.
- ç)  $f: [0, \infty) \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonu ile  $f(x) = a\sqrt{x \pm r} \pm k$  fonksiyonlarının grafik temsili ve cebirsel temsili arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- d)  $f: [0, \infty) \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonunun nitel özelliklerinden hareketle  $f(x) = a\sqrt{x \pm r} \pm k$  fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- e) Varsayımlarına dayalı olarak  $f(x) = a\sqrt{x \pm r} \pm k$  fonksiyonunun nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri (cebirsel, sayısal veya grafiksel) geneller.
- f) Genellemelerinin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.

- g) Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- ğ) Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılışlılığını değerlendirir.
- h) Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- ı) İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılışlılığını değerlendirir.

MAT.10.1.4.  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonu ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- a)  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun nitel özelliklerini (tanım aralığı, değer aralığı, işaretleri, artanlığı-azalanlığı, sıfırı, bire birliği, tekliliği-çiftliği, örtenliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- b)  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- c)  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunu grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle  $f(x) = \frac{1}{ax \pm b}$  fonksiyonlarına dönüştürür.
- ç)  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonu ile  $f(x) = \frac{1}{ax \pm b}$  fonksiyonlarının grafik temsili ve cebirsel temsili arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- d)  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun nitel özelliklerinden hareketle  $f(x) = \frac{1}{ax \pm b}$  fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- e) Varsayımlarına dayalı olarak  $f(x) = \frac{1}{ax \pm b}$  fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri (cebirsel, sayısal veya grafiksel) geneller.
- f) Genellemelerinin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- g) Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- ğ) Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılışlılığını değerlendirir.
- h) Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- ı) İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılışlılığını değerlendirir.

MAT.10.1.5. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=x$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \mathbf{f(x)} = x$ ,  $\mathbf{f(x)} = x^2$ ,  $\mathbf{f(x)} = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonlarından türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına dair çıkarım yapabilme

- a) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonlar üzerinden bir fonksiyonun ters fonksiyonuna ilişkin varsayımlarda bulunur.
- b) Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleyerek referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına ilişkin genellemeler yapar.
- c) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarıyla ilişkisine dair varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- ç) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyon ilişkisine ait önermeleri matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunar.
- d) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına ait elde edilen önermeleri fonksiyonların genel özellikleri bağlamında değerlendirir.

MAT.10.1.6. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonları ve bunlardan türetilen fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problemleri çözebilme

- a) Bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenleri (değişken, tanım aralığı, değer aralığı, kök, katsayı, derece, sabit terim) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- b) Bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
- c) Bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
- ç) Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- d) Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillerden yararlanarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- e) Belirlediği stratejiyi işe koşar.
- f) Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri işe koşarak doğrular.
- g) Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- ğ) Problemin olası çözüm stratejilerini farklı problem durumlarına geneller.
- h) Genellemelerinin geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** İkinci Dereceden Fonksiyonlar, Karekök Fonksiyonları, Temel Rasyonel Fonksiyonlar, Ters Fonksiyon

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Gerçek yaşam durumları, fonksiyonlarla modellenilebilir.
  - Fonksiyonlar, nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.
  - Referans fonksiyonlar, bir fonksiyon grubunun üreticidir.
  - Bir fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktalar, fonksiyonun sıfırları olarak adlandırılır.
  - Fonksiyon grafikleri, cebirsel denklem ile eşitsizliklerin incelemesi ve yorumlamasının temel araçlarından biridir.

**Anahtar Kavramlar** fonksiyon, artanlık-azalanlık, bire birlik, teklik-çiftlik, örtenlik, fonksiyonun sıfırı, fonksiyonun işareti, ikinci dereceden fonksiyon, parabol, denklem, eşitsizlik, derece, başkatsayı, sabit terim, kök, maksimum-minimum nokta, maksimum-minimum değer, simetri doğrusu, ters fonksiyon

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kavram haritası, performans görevi, proje ve araştırma ödevi yoluyla değerlendirilebilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarının grafiklerine uygulanan dönüşümlerin fonksiyonun cebirsel temsiline oluşturduğu değişime yönelik inceleme içeren performans görevinin değerlendirilebilmesi için analitik dereceli puanlama anahtarı hazırlanabilir.

Ekonomi, fizik ya da kimya alanlarına ilişkin gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemler üzerinden ikinci dereceden fonksiyonların nitel özelliklerini kullanmayı gerektiren proje ödevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonundan türetilen fonksiyonların gerçek yaşam durumlarında ters orantıyla olan ilişkisini incelemek için verilen araştırma ödevi ; hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarından türetilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermeler için matematiksel doğrulama ve ispat yapmayı gerektiren çalışma kâğıdı verilebilir. Ortaya konan veriler, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Çalışma sonunda öğrenciler, öz değerlendirme formuyla kendilerini değerlendirebilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarından türetilen fonksiyonların grafik ya da cebirsel temsili ile bu fonksiyonların ters fonksiyonunun grafik ya da cebirsel temsili arasındaki ilişkilere dair verilen çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bu konuda verilen matematiksel araç ve teknoloji kullanımına ilişkin performans görevi, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeğiyle değerlendirilebilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarından ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı, gerçek yaşam problemleri içeren, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak proje ödevi verilebilir. Ödevin değerlendirilmesinde projeyi hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarıyla türetilen fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizlikleri işe koymayı gerektiren grup etkinliğinde her bir gruba farklı çözüm yöntemlerine sahip açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma kâğıdında grubun ortaya koyduğu veriler, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Gruptaki her birey, akran değerlendirme formuyla arkadaşlarını değerlendirebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin cebirsel ve grafik temsilleri üzerinden doğrusal referans fonksiyonunu ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerini inceleyebildikleri, cebirsel veya grafik temsili verilen doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildikleri, doğrusal referans fonksiyonuna dönüşümler uygulayarak farklı doğrusal fonksiyonlar türetebildikleri, doğrusal referans fonksiyonundan türetilen fonksiyonların cebirsel ve grafik temsili arasında geçiş yapabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Gerçek yaşam durumu örnekleri üzerinden doğrusal referans fonksiyonu ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özellikleri incelenir. Öğrencilerin doğrusal referans fonksiyonundan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksikleri, açık uçlu sorular sorularak belirlenebilir. Öğrencilerin doğrusal referans fonksiyonuna dönüşümler uygulayarak farklı doğrusal fonksiyonlar türetebilmesine ve doğrusal referans fonksiyonundan türetilen fonksiyonların cebirsel ve grafik temsili arasında geçiş yapabilmesine dair becerilerinin, kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Gerçek yaşamda karşılaşılan durumlar içerisinden, fizikteki serbest düşme, köprü halatlarının parabolik yapısı ve birtakım mimari yapılarıdaki eğriler incelenerek, doğrusal fonksiyonlar dışında bu durumları modelleyen fonksiyonların olup olmayacağı tartışılır. Doğrusal fonksiyonların grafik temsili dışında farklı fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri hakkında öğrencilerin fikir yürütmeleri istenir. Gerçek yaşamda karşılaşılan iki nicelik arasındaki doğrusal olmayan ilişkiler grafik ve tablo üzerinden incelenerek farklı fonksiyon temsillerine olan ihtiyacı, öğrencilerin fark etmeleri sağlanır. Örneğin bir şirketin kampanya yaparken elde edebileceği gelire ilişkin olarak en yüksek gelirin nasıl hesaplanabileceği tartışılabilir (OB3). Bu noktada en yüksek gelir değeri matematiksel araç ve teknolojilerden (elektronik tablolar gibi) yararlanılarak, grafik ve tablo yöntemiyle incelenebilir (OB2). Bu şekilde elde edilen, doğrusal olmayan başka fonksiyonların nasıl tanımlanabileceği ve nitel özelliklerinin neler olabileceği tartışılır.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.10.1.1

Doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri incelenir, verilen bir doğrusal ilişkinin fonksiyon olma şartları tartışılır. Bu sayede öğrencilerin önceki öğrenmelerinden yola çıkarak fonksiyon olma şartlarını ve farklı fonksiyonların nitel özelliklerini nasıl belirleyebileceklerine dair stratejiler üretmeleri beklenir (**SDB1.1**). Elde edilen varsayımlar kullanılarak verilen keyfî grafiksel temsillerin fonksiyon olma şartları ve nitel özellikleri (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı, bire birliği, tekliği-çiftliği, örtenliği) analiz edilir. Bu analiz yapılırken “Tanım aralığındaki her bir gerçek sayının değer aralığında yalnızca bir karşılığı vardır.”, “Tanım aralığındaki farklı elemanların değer aralığındaki karşılıkları da farklıdır.”, “Tanım aralığındaki farklı  $x, y$  elemanları için  $x > y$  ise  $f(x) > f(y)$  veya  $f(x) < f(y)$  dir.” gibi önermelerin sözel ya da matematiksel ifadeleri ile grafik temsilleri karşılaştırılır. Gerçek sayılarda tanımlı bir  $f$  fonksiyonunun işareti incelemesi yapılırken hem fonksiyonun grafik temsili hem de fonksiyonun cebirsel ifadesinin birinci dereceden çarpanlarının işareti değişimini gösteren işaret tablosu kullanılır. Grafik temsili verilen farklı fonksiyonların nitel özellikleriyle grafik temsilleri arasında ilişkilerin kurulması için sınıf içi tartışmalar yapılabilir. Ayrıca öğrencilerden fonksiyonların nitel özelliklerini kavram haritası gibi araçlarla göstermesi istenebilir.

Fonksiyon kavramının ortaya çıkışının temelinde iki niceliğin birbirine bağlı değişiminin ifade edilmesinin gerekliliği belirtilir. Eski uygarlıkların kimi hesaplamalarında örtük olarak fonksiyon kavramını işe koştukları örneklere (gökyüzü gözlemlerinde bir gök cisminin zaman-konum ilişkisine yönelik çıkarımlar gibi) yer verilir. 1700’lü yıllara gelindiğinde matematiğin sembolik dilinin ve analitik geometrinin gelişimine bağlı olarak fonksiyonların cebirsel ve grafiksel temsillerinin gelişmeye başladığı vurgulanır. Euler’in fiziksel nicelikler arasındaki bağımsız-bağımlı değişken ilişkisi üzerinden fonksiyon tanımını ve sembollerini geliştirdiği, Dirichlet’in bu tanımı daha formel hâle getirdiği belirtilebilir. Fonksiyon kavramının keyfî kümeler bağlamındaki tanımına değinilmeden bugünkü fonksiyon kavramının tanımının iki nicelik arasındaki ilişkiden daha soyut ve daha genel bir yapıda olduğu belirtilebilir. Bununla birlikte, gerçek sayılarda tanımlı ve iki nicelik arasındaki ilişkiyi ifade eden fonksiyonlarla hemen her alanda karşılaşılabileceği belirtilerek öğrencilerin fonksiyon kavramının işlevsel boyutuna odaklanmaları sağlanır (**E1.1, E3.6, E3.7**).

### MAT.10.1.2

Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  referans fonksiyonunun grafiğini belirlemek için tablo temsili kullanılabilir. İlişkiye örnek teşkil eden gerçek yaşam durumları, grafik ve tablo yöntemiyle ele alınabilir. Grafik temsiliyle ilişkilendirilerek gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun nitel özellikleri (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı, bire birliği, tekliği-çiftliği, örtenliği) belirlenir. Ayrıca, gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun cebirsel ve grafik temsili incelenerek maksimum-minimum noktası, değeri ve simetri doğrusu açıklanabilir (**E3.6, E3.7**). Simetri doğrusu ile fonksiyonun tekliği-çiftliği arasında ilişki kurulması sağlanır. Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiğine uygulanan dönüşümlerle  $f(x) = ax^2$ ,  $f(x) = ax^2 \pm k$  ve  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$  cebirsel temsillerine ulaşılır. Dijital araçlarla iş görme becerilerini geliştirmek için dönüşümler elde edilip yorumlanırken dinamik matematik yazılımlarından yararlanır (**OB2, MAB5**). Bu fonksiyonların cebirsel temsili ikinci dereceden fonksiyon, grafik temsili ise parabol olarak adlandırılabilir. Fonksiyonların grafik temsilleri üzerinde yapılan bu işlemlerle elde edilen fonksiyonların cebirsel temsillerindeki katsayılar arasındaki ilişkiler yorumlanır. Cebirsel temsilleri (sırasıyla  $f(x) = ax^2$ ,  $f(x) = ax^2 \pm k$  ve  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$  verilen fonksiyonların grafik temsili bulma çalışmaları yapılır (**MAB3**). Cebirsel temsili verilen fonksiyonun grafik temsili işareti, eksenleri kestiği noktaları, artan-azalan olduğu aralıkları, maksimum-minimum noktalarını ve değerlerini bulmaları için öğrencilerden hem kâğıt ve kalemle hem de matematik yazılımlarıyla çalışarak elde ettikleri sonuçları karşılaştırmaları istenir (**OB2, MAB5**). Bu

incelemeler, aynı zamanda fonksiyonun cebirsel incelemeleri ile de eşleştirilir (OB4). Öğrencilere gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  referans fonksiyonunun grafik temsiline yapılan dönüşümlerin fonksiyonun cebirsel temsilinde oluşturduğu değişimine yönelik inceleme içeren performans görevi verilebilir. Öğrencilerden bu performans görevini titiz bir şekilde hazırlayarak zamanında ve eksiksiz teslim etmeleri beklenir (D16).

Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafik temsiline dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özellikleri (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırı, bire birliği, tekliliği-çiftliği, örtenliği) hakkında varsayımlar geliştirilir. Varsayımlar geliştirilirken cebirsel ve grafiksel incelemelerin birlikte yürütülmesine önem verilir. Özel olarak fonksiyonun cebirsel temsiliyle fonksiyonun sıfırları, artan-azalan olduğu aralıklar, maksimum-minimum noktalarının koordinatları arasında ilişkiler kurulur. Örneğin gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2 + 4x$  fonksiyonunun artan-azalan olduğu aralıklara yönelik varsayım geliştirilirken fonksiyonun sıfırları (0 ve -4) ve grafiğinin simetrik olması gerektiği dikkate alınarak artan-azalan olduğu aralıkları belirleyen noktanın  $x=-2$  noktası olduğu ifade edilir. Aynı zamanda fonksiyonun cebirsel ifadesi,  $f(x) = (x + 2)^2 - 4$  şeklinde tamkareye tamamlanarak grafik temsili dönüşümlerle elde edilir. Bu şekilde, fonksiyonun artan-azalan olduğu aralıklar hakkında varsayımlara ulaşılır. Bu varsayımlar, verilen bir tanım aralığının fonksiyondaki karşılığı olan aralığı belirlerken (" $-\infty < x < 0$  iken  $f(x) = x^2$  hangi aralıkta değer alır?" veya " $-1 < x < 3$  iken  $f(x) = x^2$  hangi aralıkta değer alır?" gibi) fonksiyonun maksimum-minimum noktasının dikkate alınmasını da içermelidir.

Cebirsel temsili  $f(x) = ax^2 + bx + c$  formunda olan her ikinci dereceden fonksiyonun  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$  formuna dönüştürülmesine ilişkin yorumlar, varsayımlar geliştirmede etkin şekilde kullanılır. Bu bağlamda Harezmi'nin tamkareye tamamlama yöntemini geometrik modellerden yararlanarak nasıl işe koştığı incelenebilir ve bu yöntemin uygulaması yapılabilir (D6). Bu varsayımlardan hareketle fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemeler elde edilir ve genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak elde edilen önermeler; matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Genellemelerden elde edilen önermeler ekonomi, fizik, kimya ve biyoloji alanlarına ilişkin gerçekte yaşam durumlarında karşılaşılan problemlerde değerlendirilir. Örneğin bir ürünün fiyatındaki artış miktarı ile o ürünü satın almak isteyen müşteri sayısındaki ilişki incelenerek ikinci dereceden gelir fonksiyonu modellenir. Gelir fonksiyonunda en yüksek gelirin elde edilmesini sağlayan zam miktarı, önermeler kullanılarak belirlenir (OB3). Bu problemler üzerinden ikinci dereceden fonksiyonların nitel özelliklerini kullanmayı gerektiren proje ödevi verilebilir. Öğrencilerden bu proje ödevini titiz bir şekilde hazırlayarak zamanında ve eksiksiz teslim etmeleri beklenir (D16).

Burada ikinci dereceden fonksiyonların matematiksel temsilleri, dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermelere ilişkin olarak nasıl matematiksel doğrulama veya ispat yapılabileceği gösterilir. Örneğin  $a \geq 0$  için cebirsel temsili  $f(x) = x^2 + a$  olan fonksiyonların artan-azalan olduğu aralıklar ile maksimum-minimum değerleri hakkındaki varsayımların doğruluğu incelenirken " $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $x^2 \geq 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$  için  $x^2 + a \geq a$  olur. Yani  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) \geq a$  olur." cebirsel genellemesi yapılmalıdır. Buradan hareketle öğrencilerin fonksiyonun minimum değerinin  $a$  olduğu ve bu değeri  $x=0$  noktasında aldığı sonucuna ulaşmaları sağlanır. Böylelikle öğrencilerin fonksiyonun nitel özelliklerini cebirsel ve grafiksel olarak eş zamanlı ve ilişkili bir biçimde inceleyebilmelerinin yanı sıra cebirsel dil ve sembolizmle mantıksal bağlaçları ve niceleyicileri uygun şekilde kullanabilmeleri desteklenir. Burada önermeler öğrenci tarafından çözümlenir ve öğrencinin kendi başına matematiksel doğrulama yapabilmesi için öğrencilere önermelerden oluşan çalışma kâğıdı verilebilir (E3.11). Tamkareye tamamlama, grafik temsilinden yararlanma, genel formu ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ) kullanma ve çarpanlara ayırma gibi matematiksel doğrulama yöntemleri; kullanışlılık açısından değerlendirilir.

**MAT.10.1.3 ve MAT.10.1.4**

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = \sqrt{x}$  ile  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonları ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme süreçleri gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun muhakeme süreçlerine benzer şekilde gerçekleştirilir.

Özel olarak bir fonksiyonun tekliğinin-çiftliğinin cebirsel incelemesinden hareketle  $f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonunun tekliği veya çiftliğinden neden bahsedilemeyeceği tartışılır; bu durum, fonksiyonun grafik temsili ile ilişkilendirilir.

$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun sıfırdan farklı her gerçekte sayıyı çarpmaya göre tersine çevirdiği vurgulanır. Fonksiyonunun  $\mathbb{R} - \{0\}$  da azalan olmasının bir sonucu olarak " $\forall a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$  ve  $a$  ile  $b$  aynı işaretli olmak üzere  $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  olur." önermesine ulaşılmaması sağlanır.

Verilen bir tanım aralığının fonksiyondaki karşılığı olan aralığı belirlerken verilen aralıkla  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun artan-azalan olduğu aralıklar arasındaki ilişkinin dikkate alınması sağlanır (" $-5 < x < 0$  iken  $f(x) = \frac{1}{x}$  hangi aralıkta değer alır?" veya " $4 < x < \infty$  iken  $f(x) = \frac{1}{x}$  hangi aralıkta değer alır?" gibi).

$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun artan-azalan olduğu bir aralıktaki değerleri hangi aralığa dönüştürdüğü incelenerek öğrencilerin elde ettikleri değer aralıklarını uygun bir şekilde ifade etmeleri sağlanır. Buradan hareketle öğrencilerin fonksiyonların bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki davranışları hakkında bir sezgiye sahip olmaları sağlanır. Benzer şekilde fonksiyonun iki nicelik arasında ters orantısal bir ilişkiyi temsil ettiğini fark etmeleri sağlanarak bu fonksiyonun gerçekte yaşam problemlerinde hangi nicelikler arasındaki ilişkiyi modellemek için kullanılabileceği tartışılır. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarından türetilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel doğrulama ve ispat yapmayı gerektiren çalışma kâğıdı verilebilir.

MAT.10.1.2, MAT.10.1.3 ve MAT.10.1.4 çıktılarını içeren performans görevi verilebilir.

**MAT.10.1.5**

Cebirsel temsili verilen doğrusal fonksiyonlardan hareketle bağımlı ve bağımsız değişkenin yer değiştirdiği durumlar, tablo temsili kullanılarak incelenir. Yeni durumun yine bir doğrusal fonksiyon olduğu, grafik temsili üzerinde incelenir ve cebirsel temsil elde edilir. Öğrencilerden bu iki doğrusal ilişkinin birbirinin tersi olduğuna dair varsayımlar geliştirilmesi beklenir.  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonundan hareketle bağımlı ve bağımsız değişkenin yer değiştirdiği durum, tablo temsili kullanılarak incelenir. Bu inceleme sonucunda yeni elde edilecek ilişkinin fonksiyon olabilmesi için öğrencilerin  $f(x) = x^2$  referans fonksiyonunun bire bir ve örten olacak şekilde tanım aralığının düzenlenmesi gerektiğine dair varsayımlarda bulunması beklenir. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x$ ,  $f(x) = x^2$  ve  $f(x) = \sqrt{x}$  referans fonksiyonlarından türetilen fonksiyonların tanım ve değer aralıklarının hangi durumlarda terslerinin de fonksiyon olabileceği hakkında genellemeler yapılır ve bu genellemeler, fonksiyonların grafik temsilleri arasında ilişkiler kurularak karşılaştırılır. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonlarından türetilen fonksiyonların terslerinin cebirsel temsillerinin birer fonksiyon olmasına ilişkin şartlar, önerme olarak sunulur. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x^2$  ve  $f(x) = \sqrt{x}$  referans fonksiyonları ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların tanım aralığı fonksiyonlar bire bir ve örten olacak şekilde düzenlenerek fonksiyonların terslerinin cebirsel temsilleri elde edilir. Elde edilen önermeler, doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların grafik temsilleri üzerinde yapılacak çalışmalarda değerlendirilir. Bu kapsamda bir fonksiyonun grafiğinin  $y = x$  doğrusuna göre simetriği ile fonksiyonun tersinin grafiği arasındaki ilişkinin incelendiği çalışmalarda matematik yazılımları kullanılabilir. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarından türetilen fonksiyonların grafik ya da cebirsel temsili ile bu fonksiyonların ters fonksiyonunun grafik ya da cebirsel temsili arasındaki ilişkilere dair verilen çalışma kâğıdı verilebilir.

**MAT.10.1.6**

Buraya kadar yer verilen referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlar kullanılarak çözülebilecek veya modellenebilecek problemler mümkün olduğunca geniş bir çerçevede ele alınır. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin tarihsel gelişim sürecine; bu süreçte rol alan Brahmagupta, Harezmi ve Abdulhamid İbn Türk'ün çalışmalarına yer verilerek bu çalışmaların önemi vurgulanır (D6). İkinci dereceden fonksiyonların kullanımını gerektiren temel optimizasyon problemleri üretim-tüketim gibi bağlamlarda incelenir.  $f: R - \{0\} \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun temsil ettiği ters orantılı nicelikler arasından uygun olanlar, problem bağlamlarında ele alınır. Örneğin kâr ve maliyet arasında olabilecek ters orantılı ilişki, cebirsel temsili  $f(x) = \frac{1}{x}$  olan fonksiyon veya bu fonksiyondan türetilen fonksiyonlar aracılığıyla modellenebilir (OB3).  $f: R - \{0\} \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonundan türetilen fonksiyonların gerçek yaşam durumlarında ters orantıyla olan ilişkisini incelemek için öğrencilere araştırma ödevi verilebilir.

Cebirsel ifadesi  $f(x) = ax + b$ ,  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$ ,  $f(x) = a\sqrt{x \pm r} \pm k$  ve  $f(x) = \frac{1}{ax \pm b}$  olan fonksiyonlarla “=, <, >, ≤, ≥” sembolleri kullanılarak oluşturulan denklem ve eşitsizliklere ilişkin değişken, sabit terim, derece, kök, aralık ve çözüm kümesi gibi bileşenler belirlenir. Bu bileşenlerin aralarındaki ilişkiler belirlenerek  $f(x) = 0$ ,  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$  gibi denklem ve eşitsizliklerin tanımlanması sağlanır (E3.6, E3.7). Burada kullanılan denklem ve eşitsizliklerin cebirsel formları en fazla ikinci dereceden olmalıdır. Problemler sonucunda ulaşılabilecek ikinci dereceden ifadelerin tamkareye kolayca tamamlanacak türden olmalarına dikkat edilir. Yukarıdaki referans fonksiyonları içeren problem durumlarından elde edilen denklem ve eşitsizliklerin matematiksel temsilleri arasında (sözel, tablo, grafik, cebirsel) dönüşüm yapılır. Bu temsiller arası geçişlerin gösterilebilmesi amacıyla elektronik tablolardan ve dinamik matematik yazılımlarından yararlanılabilir (E3.6, E3.7). Dönüştürülen temsillerin problem bağlamındaki anlamlarının sözel bir dil ile ifade edilmesi sağlanır.

Verilen problem durumlarına ilişkin denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmek için deneme yanılma, tamkareye tamamlama, fonksiyonun nitel özelliklerinden ve grafik temsilinden yararlanma gibi yöntemler ilişkili biçimde kullanılır. f ikinci dereceden bir fonksiyon olmak üzere  $f(x) < 0$  gibi eşitsizliklerin çözüm aralığını bulmak için f fonksiyonunun grafik incelemesinden yararlanılabileceği gibi fonksiyonun cebirsel ifadesinin tamkare formundan hareketle elde edilen birinci dereceden çarpanlarından da yararlanır. Bu bağlamda fonksiyonun cebirsel ifadesinin birinci dereceden çarpanlarının işaret değişimini temsil eden işaret tablosu kullanılır. Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji belirlenirken grafik veya cebirsel yaklaşımlardan birisinin seçilmesi durumunda diğer yaklaşımın çözüme veya çözümün kontrolüne getireceği farklı yorumlar da dikkate alınır (SDB3.2).

$ax^2 + bx + c$  gibi bir cebirsel ifadenin  $(mx \pm k)(nx \pm p)$  şeklindeki çarpanlara ayrılmış formunu elde etmek için a ve c katsayılarının çarpanlarından yararlanmaya dayalı yöntemlere yer verilmez. Benzer şekilde işlemsel yönü fonksiyonların değişim ve dönüşümünün önüne geçen diskriminant yöntemi, kök-katsayı ilişkileri, kökler toplamı veya çarpımı gibi özel formüllere veya kurallara yer verilmez. Gerçek yaşam durumlarının incelenmesi sonucu elde edilen ve tamkareye tamamlanması zaman alacak veya hesaplama hatası oluşturabilecek ifadeler için elektronik tablo ve matematik yazılımları etkin şekilde kullanılır (MAB5). Öğrencilerin bu araçlar sayesinde elde ettikleri model fonksiyon grafiklerini yorumlayarak denklem ve eşitsizliklerin değerinin nasıl değiştiğini incelemeleri ve ele aldıkları problemlerin çözümlerini bu incelemelerden elde ettikleri bilgilere dayalı olarak yorumlayıp değerlendirmeleri sağlanır.

Referans fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin problemlerin farklı yollardan çözülebilmesi için grup çalışması yapılabilir. Böylece öğrencilerin birbirleriyle fikir alışverişinde bulunmaları ve farklı düşüncelerde uzlaşmaları sağlanabilir (SDB2.2). Bu problemlerde kullanılan gerçek yaşam durumlarının ekonomi, fizik, kimya, biyoloji, mühendislik ve mimarlık gibi alanlarla ilgili olması beklenir. Örneğin ekonomide gelir; fizikte hareket, atışlar, enerji; kim-



yada gaz basıncı; biyolojide popülasyon gibi bağlamlar kullanılır. Çözümüne ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanabilmesi için genellemeler yapılır. Bu genellemeler matematiksel bir modele dönüştürülür. Elde edilen matematiksel modeller, sınırlılık ve verimlilik açısından değerlendirilir. Gerçek yaşam durumu problemlerinde kullanılan, referans fonksiyonlar içeren denklem ve eşitsizlik çözümleri ile ilgili stratejiler; verimlilik ve kullanılabilirlik açısından değerlendirilir. Öğrencilere konuyla ilgili bir sorunun farklı yollardan çözülmesine yönelik problemlerden oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Böylece öğrenciler farklı çözüm yolları bulmaya yönlendirilebilir (SDB3.2). Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

Bilgisayarbilimleri, ekonomi, fizik, kimya gibi farklı disiplinlerde geçen  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonlarından türetilen fonksiyon durumlarının keşfedilmesine ve bu durumların matematiksel temsillerle ilişkilendirilmesine yönelik araştırma görevi verilir.

Öğrencilere ikinci dereceden bir ifadenin tamkareye tamamlanmasının genellenmesi ve her ikinci dereceden ifadenin iki tane birinci dereceden ifadenin çarpımı şeklinde yazılıp yazılmaması hakkında araştırmalar yaptırılabilir. Bu tartışmalarla öğrencilerin sanal köklerin varlığı ve denklemin derecesi ile kök sayısı arasındaki ilişkinin genellenmesi gibi konularda temel düzeyde bilgi sahibi olmaları sağlanır.

Burada ikinci dereceden bir fonksiyonun cebirsel temsili tamkare formunda yazıldıktan sonra, belirlenen gerçek sayı olmayan kökler üzerinden hareketle sanal sayı kavramı ve karmaşık sayılar kümesine ilişkin genel bilgilere yer verilir.

### Destekleme

Ortaokuldaki ve 9. sınıftaki öğrenme eksiklerinin giderilmesi amacıyla basit gerçek yaşam örnekleriyle desteklenerek fonksiyonların anlamlandırılmasında önemli bir yeri olan bağımlı-bağımsız değişken kavramlarına yer verilir. Sayı tahmin etme gibi eğitsel oyunlar oynanarak öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamlandırma süreçleri desteklenebilir. Karesel örüntü içeren daha fazla gerçek yaşam problemi incelenir.  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonları ile bu fonksiyonların nitel özellikleri incelenirken mümkün olduğunca elektronik tablolar aracılığıyla elde edilen sayısal değerlerden yararlanılır.

Bu fonksiyonların kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılabilir. Bu fonksiyonların temsil edilebileceği somut materyaller kullanılabilir.

Öğrencilere, bu fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilme, grafik temsilde yorumlayabilme yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. Bu fonksiyonlarla ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilebilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel vb.) kullanılabilir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



**SAYMA, ALGORİTMA VE BİLİŞİM TEMASI**

Bu temada öğrencilerin saymayı gerektiren durumlarda problem çözme becerisinin süreçlerini işe koşabilmeleri, algoritmik bir dille cebirsel ve fonksiyonel işlemleri yapılandırabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 28

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.13. Yapılandırma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.11. Özgün Düşünme

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.10.2.1. Sayma stratejileri kullanarak problem çözebilme

- a) Verilen sayma problemindeki nesnelere belirler.
- b) Sayma problemlerinde yer alan nesnelere arasındaki ilişkileri belirler.
- c) Problem durumlarındaki sözel ifadeleri görsel temsillere dönüştürür.
- ç) Problem durumlarını onlara eş olan başka problem durumlarıyla ya da uygun görsel, tablo veya cebirsel temsillerle yeniden ifade eder.
- d) Sayma problemlerindeki farklı durumlara uygun çözüm stratejisi oluşturur.
- e) Seçtiği çözüm stratejisini işe koşar.
- f) Seçtiği çözüm stratejisini kontrol eder.
- g) Sayma problemlerindeki olası çözüm stratejilerini inceler.
- ğ) Sayma problemlerinde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımlar yapar.
- h) Sayma problemlerindeki çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımları değerlendirir.

MAT.10.2.2. Cebirsel ve fonksiyonel işlemleri algoritmik bir dille yapılandırabilme

- a) Karşılaşılan problem durumlarındaki cebirsel ve fonksiyonel işlemlerin algoritmik yapısını ortaya koyar.
- b) Ön bilgilerini kullanarak cebirsel ve fonksiyonel yapılar ile bu yapıların algoritmaları arasında uyumlu bir bütün oluşturur.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Sayma, Algoritma

- Genellemeler**
  - Sonlu sayıda nicelik içeren bir problem, saymanın temel ilkeleri ve bu niceliklerin uygun temsiliyle çözülebilir.
  - Cebirsel ve fonksiyonel işlemler, algoritmik bir dille temsil edilebilir.

**Anahtar Kavramlar** sayma, saymanın temel ilkeleri, toplayarak sayma, çarparak sayma, faktöriyel, sıralama sayısı, seçim sayısı, algoritma

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, araştırma görevi, performans görevi ve proje ödevi yoluyla değerlendirilebilir.

Toplama ve çarpma yoluyla saymaya yönelik açık uçlu soruların yer aldığı çalışma kâğıtları, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Öğrencilere cebirsel ve fonksiyonel işlemleri algoritmik dille yapılandırılarak bir akış şeması oluşturdukları bir performans görevi verilebilir. Verilen performans görevleri, derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Matematik tarihinde önemli yeri olan sayma veya seçme problemlerinin ("Bir doğal sayı, doğal sayıların toplamı olarak kaç farklı biçimde yazılabilir." gibi) ve bu problemlerin çözümüne yönelik fikirlerin araştırılması hakkında öğrencilere proje ödevi verilebilir. Ortaya konan ürünün değerlendirilebilmesi için hazırlama, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği hazırlanabilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin doğal sayılarla aritmetik işlemler yapabildikleri, mantık bağlaçları ve niceleyicilerin sözel temsillerdeki anlamını yorumlayabildikleri, cebirsel ifadeler ve özdeşliklerle ilgili işlemleri yapabildikleri, doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlar ile bunların nitel özelliklerini bildikleri, problem durumlarına uygun algoritma (doğal dil, akış şeması ya da sözde kod) oluşturabildikleri veya verilen algoritmayı çözümlayebildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin sayma gerektiren basit durumlarda (ardışık doğal sayılarla ilgili problemlerde sayma istendiğinde, olasılıkta çıktı sayılarının hesaplanması gibi durumlarda) yaptıkları işlemlere dair bilgi ve becerilerinin belirlenebilmesi için soru cevap tekniği uygulanır. Cebirsel ifadeler ve özdeşliklerle işlem yapma becerilerini değerlendiren kısa yanıtli sorular sorulabilir. Algoritma temelli örnek problem durumları verilerek öğrencilerin probleme uygun bir şekilde algoritma oluşturmaları istenebilir. Ayrıca bu problemlerde geçen mantık bağlaçları ve niceleyiciler ile bunlar arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik sorular sorulabilir. Doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların nitel özellikleri ile cebirsel gösterimlerin anlamlarıyla ilgili olarak öğrencilerin becerilerini, kavram yanılgılarını ve öğrenme eksikliklerini tespit etmek için açık uçlu sorulardan oluşan hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin eski çağlarda insanların sayılar olmadan sayma gerektiren durumlarda nasıl çözümler geliştirmiş olabileceğine (nesne topluluklarında oluşan azalma veya artma durumlarını belirleme, nesne topluluklarını karşılaştırma gibi) yönelik görüşleri alınır. Bu süreç, öğrencilerin merak duygusunu harekete geçirir (**E1.1**). Aynı örnek durumu için toplama ve çarpma yoluyla sayma yollarından hangisinin tercih edilmesinin uygun olabileceğine yönelik sorulara yer verilir. Gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan sayma örnekleri üzerinden bunların hangilerinin sıralama, hangilerinin seçme sayısı ile ilişkili olduğu incelenir.

Algoritma kelimesinin kökeni tartışılır. Bu kelimenin Batı dillerine Harezmi'nin isminden geçmesi ve Harezmi'nin cebir kurucusu olması bilgisine ek olarak denklem çözümlerindeki cebirsel işlem adımları ile algoritmik dillerin yapısının karşılaştırıldığı çalışmalara yer verilir.

## Öğretme-Öğrenme

### Uygulamaları **MAT.10.2.1**

Günlük yaşamda karşılaşılabilen ve doğal sayılarla eşleştirmenin ya da toplayarak saymanın mümkün olduğu durumlar öncelikli olarak ele alınır. Sayma yöntemleri adlandırılacağı için en eski sayma yönteminin eşleştirme yöntemi olduğu belirtilir. Sayma yöntemine karar vermeden önce nesnelere arasındaki ilişkiler çözümlenir ve sözel ifadelerin uygun şekilde tablo ya da çizimlerle görselleştirilmesi teşvik edilir. Sayma stratejisi içeren zekâ oyunları ve çizimlerle ifade edilebilen saymaya dayalı problemler (el sıkışma problemi, çokgenlerde köşegen sayısı gibi) ele alınabilir. Daha karmaşık bir problem durumu, içerdiği sayma yöntemi bakımından daha sade olan başka bir problem durumu ile eşleştirilebilir. Bu sayede problemler, içerdikleri bağlamlara göre değil sayma yöntemlerine göre sınıflandırılabilir. Örneğin nesnelerin sıralama sayısını içeren bir problem ile en kısa kaç yolun olduğunu bulmayı içeren bir problem, çözüm yöntemleri bakımından birbiri ile eş olabilir. Çözüm stratejileri veya cevapları aynı olan problem durumlarının eşleştirilmesinin istendiği çalışma kâğıtları kullanılabilir.

Bir problem durumuna ilişkin çözüm stratejisinin daha verimli alternatif yollar aranarak geliştirilmesi beklenir. Böylece öğrencilerin farklı ve zorlayıcı durumlarda alternatif çözümler üretme becerileri aracılığıyla esneklik becerilerinin gelişimi desteklenir (**SDB3.2**). Örneğin toplayarak saymadan sonra çarparak saymaya geçiş yapılmasının gerekli olduğu hissettirilir. Böylelikle çarpma yöntemiyle sayılabilecek durumlarda elde edilen strateji anlamlandırılır. Stratejileri formüllere dönüştürmek yerine genel sayma yaklaşımlarını anlamlandırma ön planda tutulur. Sıralama sayısı içeren problem durumları da çarparak sayma bağlamında ele alınır. Sonrasında işlemleri kısaltacak bir gösterim olarak faktöriyel gösterimi kullanılmaya başlanır. Doğal sayılarda tanımlı olan faktöriyel gösterimi, sadece sayma bağlamında ele alınır (**MAB3**). Bilgisayar bilimi ile ilişkili olarak ikili sistem ve bit/byte (bit/bayt) hesapları sıralama gerektiren problemler bağlamında ele alınabilir.  $r < n$  olmak üzere  $n$  nesneden  $r$  tanesinin sıralama sayısı, çarparak sayma stratejisinin işe koşulduğu bir uygulama olarak ve formel tanımlamaya girilmeden ele alınır.

İçinde özdeş nesnelere de olduğu topluluğun sıralama sayısını içeren problemlerde yeni bir çözüm stratejisi geliştirmek için çarparak sayma stratejisi işe koşulur. Bu tür problemlerde faktöriyel gösterimi kullanılır. Buradan elde edilecek yeni strateji, farklı örnekler üzerinde incelenir. Bu incelemeler, çözüm stratejisi aynı olan farklı sorular (3 özdeş sarı, 2 özdeş beyaz topun sıralama sayısının kaç olabileceği ile 3 sağa, 2 yukarı gidilerek en kısa kaç yolun olabileceği soruları gibi) içermelidir. İçinde özdeş nesnelere de olduğu topluluğun sıralanmasına ilişkin kullanılan strateji hakkında çıkarım yapılır, bu çıkarım sözel ve cebirsel ifadelerle önerme olarak sunulur.

Farklı nesnelere oluşan bir nesne topluluğundan nesne seçim sayılarını bulmayı gerektiren problemler incelenir. Bu problemlerin çözümünde daha önceki stratejilerin (içinde özdeş nesnelere de olduğu topluluğun sıralanması) işe koşulabilmesi hedeflenir. Problemlerin çözüm stratejilerindeki benzerlikler üzerinde durulur ve buradan yola çıkılarak seçim sayısı bulmayı gerektiren problem durumları için çıkarımda bulunma süreci işletilir. Bu sayede ulaşılan sonuçlar, sözel ve cebirsel olarak ifade edilir. Seçim sayısının cebirsel ifadesi olarak  $\binom{n}{r}$  ( $n$  seç  $r$ ) gösterimine yer verilir (**MAB3**). Öğrencilerin ulaştığı çıkarımları işe yararlık, verimlilik ve kapsayıcılık açısından değerlendirmesini sağlayacak farklı problem durumlarına yer verilir. Örneğin  $n$  eleman arasından 0, 1, 2, ... $n$  tane elemanın kaç farklı şekilde seçilebileceği ayrı ayrı hesaplanır; elde edilen sonuçlar listelenir ve üçgen şekilde yerleştirilir. Bu modellemenin genellikle "Pascal üçgeni" olarak adlandırıldığı ancak Pascal'dan önce başka matematikçiler tarafından da kullanıldığı, bu konuya ilişkin araştırma görevi verilerek sınıf ortamında tartışılabilir. Bu araştırmalar dijital ortamda yapıldığında öğrencilerin karşılaştırmalar yaparak bir çıkarımda bulunabilme becerisinin gelişimi de desteklenecektir (**MAB5, OB2**). Araştırmanın sonuçları sınıfta tartışılırken Ömer Hayyam'ın çalışmalarından da bahsedilir. Türk-İslam kültüründe yetişen matematikçilere ve bu matematikçilerin çalışmalarına ilişkin yapılacak araştırmalar öğrencilerin kültürel mirasa değer vermelerine katkı sağlayacaktır (**D6**). Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

### MAT.10.2.2

Öğrencilerin 9. sınıfta deneyimledikleri mantık bağlaçlarını (ve, veya, ya da, ise) ve niceleyicileri (her, bazı) işe koşarak bunların problem durumlarına ait algoritmalarındaki anlamlarına ve işlevlerine odaklanılır. Özellikle birden çok farklı durum veya döngü içeren algoritmik yapılar da "ise" bağlaçının önemine vurgu yapılır. Cebirsel ve fonksiyonel işlemlere ilişkin algoritmaların nasıl oluşturulabileceği ve nelere dikkat edilmesi gerektiği konusunda eski bilgilerden yararlanılarak sınıf içi tartışmalar yapılır. Burada özellikle mantık bağlaçları ve niceleyicilerin anlamı ve önemi üzerinde durulur. Yapılacak tartışmaların öğrencilerin konu kapsamına yönelik hedef belirlemesine katkı sağlaması beklenir (**SDB1.2**). Ayrıca bu süreç, öğrencilerin bilgiyi çözümleyebilmesini destekler (**OB1**). Öğrenciler 9. sınıfta geliştirdikleri algoritma, mantık bağlaçları ve niceleyiciler hakkındaki deneyimlerini yeni ve belirsiz durumlarda nasıl kullanabilecekleri üzerine fikirler üretir (**SDB3.1**).

Cebirsel ve fonksiyonel işlemlere ilişkin algoritma oluşturma çalışmalarında bir fonksiyonun sıfırlarını bulan algoritmik yöntemi (ortalama alarak yineleme yöntemi) inceleme ve karekökün yaklaşık değerini bulmaya yarayan farklı yöntemlerin algoritmalarını oluşturma gibi örnekler yer verilir. Oluşturulan algoritmalarda kullanılan mantık bağlaçlarının işlevini yorumlamaya dayalı olarak algoritma çözümlemesi yapılır. Bu algoritmaların teknolojik gelişmelerin odak noktasında bulunan programlama dillerinin temel yapısını oluşturduğu ve bu teknolojilere sahip olmanın ülkemizin gelişmesindeki önemi; yapay zekâ, enerji sistemleri ve savunma sanayisi gibi örneklerle açıklanır **(D4, D19)**.

Öğrencilere algoritma oluşturmadaki ön bilgilerini kullanarak cebirsel ve fonksiyonel işlemlerin algoritmik yapısını değerlendirmeleri için fırsatlar tanınır. Bu noktada cebirsel ve fonksiyonel işlemleri kullanmayı gerektiren problem örnekleri verilerek öğrencilerin bu problemlere algoritma temelli (doğal dil, akış şeması ve sözde kod) bir çözüm üretmesi beklenir. Bu süreç, öğrencilerin özgün düşünme eğilimlerinin gelişiminde etkili olacaktır **(E3.11)**. Örneğin girilen bir doğal sayının kaç basamaklı olduğunu belirlemeyi, girilen  $a$  ve  $b$  katsayılarına göre  $f(x) = ax + b$  doğrusal fonksiyonunun sıfırını bulmayiveya belirlenen kişi sayısına göre oluşturulan bir gruptaki insanların yan yana kaç farklı şekilde sıralanabileceğini hesaplamayı sağlayan algoritmalar (doğal dil, akış şeması ve sözde kod) oluşturmaları beklenir. Bu ve bunun gibi örnekler üzerinden öğrencilerin olası tüm koşulları düşünerek mantık bağlaçları kullanmalarına yönelik uygulamalar yapmaları istenir. Bu sayede öğrenciler cebirsel ve fonksiyonel yapılarla algoritmik dil arasında bir bütünlük sağlamaya yönelik genellemelere ulaşır. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Saymanın temel ilkeleri bağlamında güvercin yuvası ilkesi kullanılarak çözüm geliştirilebilecek sayma problemlerine de yer verilir. Bilgisayar bilimleri ile ilişkili matematik alanlarında (Boole cebri, çizge kuramı, enformasyon kuramı gibi) karşılaşılan ve sayma gerektiren durumların araştırılması sağlanır. İş birlikli öğrenme temelinde sayma gerektiren farklı durumlar veya oyunlar (dört renk problemi, mayın tarlası oyunu, tic tac toe oyunu gibi) üzerinden grup çalışmaları veya projeler yaptırılır. Seçme sayısı ile ilgili elde edilen genellemelerin binom katsayısıyla ilişkisini keşfetmeye dönük çalışmalara yer verilir.

Bilişim alanında kullanılan ve cebirsel, fonksiyonel işlemler içeren program veya uygulamaların sözde kod örnekleri incelenerek bunların akış şemasıyla ifade edilmesi istenebilir. Öğrencilerin bir problemin çözümüne yönelik elde ettikleri algoritmaları bildikleri bir programlama dilinde yansıtarak bilgisayarda çalıştırmaları sağlanabilir.

**Destekleme** Sıralama ve seçme içeren gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Cebirsel ve fonksiyonel işlemler algoritmik bir dille yapılandırılırken sadece doğal dil veya akış şemasının kullanıldığı basit örnekler yer verilir. Akış şemalarının belirli aşamaları hazır bir şekilde verilebilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılabilir.

Seçme veya sıralama sayısının temsil edilebileceği somut materyaller kullanılabilir. Öğrencilere seçme veya sıralama sayısını yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. Seçme veya sıralama sayısıyla ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilebilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel vb.) kullanılabilir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## GEOMETRİK ŞEKİLLER TEMASI

Bu temada öğrencilerin dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant), üçgenin yardımcı elemanlarına ve üçgenin alanına dair çıkarımlar yapmaları; sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulamaları veya ispatlamaları amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 42

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB2.3. Sosyal Farkındalık

**Değerler** D4. Çalışkanlık

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

**MAT.10.3.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme**

- Dik üçgende trigonometrik oranlar ve özdeşliklerle ilgili varsayımlarda bulunur.*
- Trigonometrik oranlar ve özdeşliklerle ilgili genellemeler yapar.*
- Trigonometrik oranlar ve özdeşliklerle ilgili elde ettiği genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.*
- Yaptığı karşılaştırmalardan dik üçgende trigonometrik oranlara ilişkin önermeler sunar.*
- Ulaştığı trigonometrik oranları ve özdeşlikleri gerçek yaşam problemlerinde nasıl kullanacağını değerlendirir.*

**MAT.10.3.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme**

- Üçgende iç ve dış açıortayların, kenarortayların, kenarorta dikmelerin ve yüksekliklerin özelliklerine ilişkin varsayımda bulunur.*
- Farklı üçgen örneklerini inceleyerek varsayımlarına ilişkin genellemeler yapar.*
- Üçgenin yardımcı elemanlarıyla ilgili genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.*
- Elde ettiği genellemelerden hareketle yardımcı elemanların özelliklerine ilişkin önermeler sunar.*
- Üçgenin yardımcı elemanlarıyla ilgili önermelerin gerçek yaşam problemlerinde nasıl kullanılacağını değerlendirir.*

**MAT.10.3.3. Üçgenin tabanı ve yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının nasıl değişebileceğine ilişkin çıkarım yapabilme**

- Üçgenin tabanı ve yüksekliğindeki değişimin üçgenin alanındaki değişime etkisine dair varsayımlarda bulunur.*
- Farklı üçgenlerdeki gözlemlerinden yararlanarak varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.*
- Genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.*
- Elde ettiği genellemelerden üçgenin alanının hangi elemanlara göre değiştiğine ilişkin önermeler sunar.*
- Önermelerin gerçek yaşam problemlerinde nasıl uygulanacağını değerlendirir.*

**MAT.10.3.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme**

- Mevcut bilgisi dâhilinde üçgende sinüs ve kosinüs teoremlerine ilişkin farklı doğrulama veya ispatları işe koşar.*
- Yapılan doğrulama veya ispatları yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.*

**İÇERİK ÇERÇEVESİ**

Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar, Üçgende Yardımcı Elemanlar, Üçgende Alan, Sinüs ve Kosinüs Teoremleri

**Genellemeler**

- Trigonometrik oranlar, bir açıya ilişkin sabitlerdir.
- Benzer üçgenlerin alanları da orantılıdır.

**Anahtar Kavramlar**

trigonometrik oranlar, iç açıortay, dış açıortay, yükseklik, orta dikme, kenar orta dikme, kenarortay, iç teğet çember, dış teğet çember, ağırlık merkezi, çevrel çember, alan, sinüs teoremi, kosinüs teoremi



### ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve açık uçlu sorularla değerlendirilebilir. Öğrencilere trigonometrik oranlar, özdeşlikler, sinüs ve kosinüs teoremleri kullanılarak yapılan hesaplamalar içeren gerçek yaşam problemlerine yönelik performans görevi verilebilir. Verilen bu performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Sınıf içerisinde gruplar oluşturularak her bir gruptan farklı bir yardımcı eleman ve bunların özellikleri ile ilgili performans görevi hazırlamaları ve bunu arkadaşlarına sunmaları istenebilir. Hazırlanan performans görevi akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir. Gruplardan ele aldıkları üçgenin yardımcı elemanı doğrultusunda edindikleri bilgilerden hikâye, sunum ya da afiş gibi dijital bir ürün oluşturmaları istenebilir. Sonrasında bu dijital ürünler, belirlenen dijital platform aracılığıyla tüm sınıfla paylaşılabilir. Ortaya çıkan ürünler, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam problemleri üzerinden üçgenin alanının taban ve yükseklik uzunluğuna göre nasıl değiştiğine ilişkin önermeler ve buna yönelik hesaplamaları içeren çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma kâğıdı analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

### ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

#### Temel Kabuller

Öğrencilerin 9.sınıf seviyesinde üçgenlerde temel elemanlar ve özellikleri hakkında çıkarım yapabildikleri, daha sonraki geometri konularına temel teşkil edecek üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramını bildikleri, bunların uygulamalarını yapabildikleri, Pisagor teoremini uygulayabildikleri kabul edilmektedir.

#### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilere üçgenin temel elemanları ve bunlar arasındaki ilişkiler hakkında sorular sorularak öğrencilerin bu kavramlarla ilgili bilgileri değerlendirilir. Üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili soru cevap, tartışma gibi teknikler kullanılarak hatırlatmalar yapılabilir. Yapılacak etkinlikler, öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirmelerine de olanak sağlar (**SDB2.1**).

Öğrencilerin sorulara cevap verme isteği gözlemlenerek konuya ilişkin duyuşsal seviyeleri de kontrol edilir. Bu noktada soruları cevaplamak istemeyen veya isteksiz cevaplayan öğrencilerin merakını ve ilgisini çekecek bir yaklaşımla benzerliğin geometrideki önemi vurgulanır (**E1.1**).

Öğrencilerin bu süreçte paylaştıkları bilgiler ve öğretmenin sorduğu sorulara verdikleri cevaplar üzerinden öğrencilerde görülen yanlış öğrenmeler fark edilir. Bunların giderilmelerini destekleyici açıklamalar yapılır.

#### Köprü Kurma

Dik üçgende trigonometrik oranların incelenebilmesi için öğrencilerin 9. sınıfta öğrendikleri üçgenlerde benzerliğe ilişkin ön bilgileri soru cevap tekniği ile işe koşulur. Öğrenciler, benzerliğe ilişkin bilgilerinin yanı sıra eşlikle ilgili bilgilerini de kullanarak üçgenin yardımcı elemanları ve özelliklerine ilişkin çıkarımlar yapabilecek; bu elemanlar arasındaki ilişkilere ulaşabilecektir. Bunun yanı sıra öğrenciler; ortaokulda öğrendikleri alan, oran-orantı bilgilerini kullanarak üçgenlerin alanlarına ve farklı üçgenlerde alanların oranlarına dair çıkarımlar yapabilecektir. Öğrencilere sinüs teoremini doğrulamaları için hangi bilgilerini işe koşabilecekleri sorulur. Bu doğrulamanın hangi bilgilere dayandırılacağı hakkında öğrencilerin görüşleri alınır. Kosinüs teoremini ispatlamada hangi bilgilerinden yararlanılabileceği tartışılır. Bu doğrulama ve ispatlama için doğruluğundan emin olunan ön bilgilerin önemine vurgu yapılır.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.10.3.1

Öğrencilerden kenar uzunlukları irrasyonel olmayan (örneğin 3-4-5 dik üçgeni) benzer dik üçgenleri çalışma kâğıdına çizmesi istenir. Çalışma kâğıdında bir dar açıya göre kenar uzunluklarının oranlarının (karşı dik kenar uzunluğu/hipotenüs uzunluğu, komşu dik kenar uzunluğu/hipotenüs uzunluğu, karşı dik kenar uzunluğu/komşu dik kenar uzunluğu, komşu dik kenar uzunluğu/karşı dik kenar uzunluğu) düzenlendiği bir tabloya yer verilir. Öğrencilerden tabloyla ilgili düşüncelerini ifade ederek ve birbirlerinin düşüncelerini dinleyerek tabloyu doldurmaları beklenir (**SDB2.1, SDB2.2**). Öğrenciler, elde ettikleri bu oranları varsayımlar şeklinde sınıf içinde sunar (**SDB2.2**). Öğrencilerden tabloda yer alan oranları inceleyerek yorumlamaları ve oranların hep eşit çıktığı hakkında genellemelerde bulunmaları beklenir (**OB1**). Öğrencilerin genellemeleri ile varsayımlar karşılaştırılarak bu oranlar trigonometrik oranlar olarak isimlendirilir. Sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant kavramlarına ilişkin öğrencilerin önermeler sunmaları sağlanır. Öğrencilerden trigonometrik oranlar kullanılarak oluşturulabilecek özdeşliklerle ilgili varsayımlarda bulunmaları istenir. Pisagor teoremi kullanılarak ve cebirsel işlemler yapılarak trigonometrik oranlarla ilgili özdeşliklere yönelik genellemelerde bulunulur. Genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırarak öğrencilerin " $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ,  $\tan x \cdot \cot x = 1$ " gibi temel trigonometrik özdeşliklere ulaşmaları beklenir. Farklı benzer dik üçgenlerde de bu oranların aynı çıktığı konusunda öğrencilerin önermeler sunmaları ve bu önermeleri değerlendirmeleri sağlanır. Öğrencilerin bir kısmının eşkenar üçgenlerden, bir kısmının ise ikizkenar dik üçgenlerden yararlanarak  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ve  $60^\circ$ lik açıların trigonometrik oranlarını incelemeleri; elde ettikleri değerleri birbirlerine sunmaları sağlanır. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

### MAT.10.3.2

Bir üçgenin bir iç açısına ait açıortayı belirlemek için farklı matematiksel araç ve teknolojilerle [pergel, ölçüsüz cetvel (çizgeç), matematik yazılımları gibi] ve farklı yöntemlerle (kâğıt katlama yöntemi gibi) çalışmalar yapılır. (**MAB5, OB2**). Daha sonra bu açıyı oluşturan kenarların uzunlukları ve açıortayın kenarda ayırdığı parçaların uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olduğu sınıf ortamında tartışılarak öğrencilerin varsayımlarda bulunmaları beklenir. Öğrencilerin açıortayın özellikleri ile ilgili varsayımlarını arkadaşlarıyla tartışarak genellemelere ulaşması beklenir (**SDB2.2**). Bu süreç öğrencilerde başkalarının düşüncelerini ve bakış açılarını anlama, grup iletişimine katılma ve başka düşüncelerde uzlaşma becerilerine katkı sağlar (**SDB2.1, SDB2.2, SDB2.3**). Öğrencilerin çizilen farklı üçgenler üzerinden oluşturdukları örüntüler aracılığıyla ulaştıkları genellemeler ile varsayımları karşılaştırmaları sağlanır. Genellemeleri üzerinden benzerlik yardımıyla "Bir açıortayın karşı kenar üzerinde ayırdığı parçaların uzunluklarının oranı, açıyı oluşturan kenarların uzunlukları oranına eşittir." gibi önermelere ulaşmaları, bu önermelerin farklı problem durumlarında kullanılması beklenir (**MAB2**). Öğrencilerin benzer varsayım, genelleme ve önerme sunma süreçlerinden geçerek aşağıdaki önermelere de varmaları beklenir.

Öğrenciler, eş üçgenler yardımıyla bir açının açıortay doğrusu üzerindeki bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının eşit olduğu hakkında çıkarımda bulunabilir. Bu çıkarımdan hareketle iç açıortayların tek noktada kesiştiği ve bu noktanın üçgenin iç teğet çemberinin merkezi olduğu sonucuna ulaşılır. Matematik yazılımları aracılığıyla farklı açılar sunularak öğrencilerden bu çıkarımlarının her durumda sağlandığını görmeleri beklenir (**MAB5**). Benzer bir süreç işletilerek dış açıortay teoremine ilişkin "Üçgende çizilen bir dış açıortay, karşı kenarı üçgenin diğer iki kenarı oranında dıştan böler." gibi önermelere ulaşmaları sağlanır. Ayrıca iki dış açıortay ve diğer açığa ait iç açıortayın aynı noktada kesiştiği bilgisi-ne ve bu noktanın dış teğet çemberlerden birinin merkezi olduğu fikrine ulaşmaları beklenir.

Üçgenin iki kenarortayını inşa ederek kenarortayların kesim noktasının kenarortayları belli oranda böldüğüne dair varsayımlarda bulunmaları için öğrencilerin gruplar hâlinde çalışarak farklı matematiksel araç ve teknolojiler (pergel, ölçüsüz cetvel, matematik yazılımları gibi) ile farklı yöntemler (kâğıt katlama yöntemi gibi) kullanmaları sağlanır (**MAB5, D4**). Benzer süreçler işletilerek öğrencilerin elde ettiği önermelerden üçüncü kenarortayın da aynı noktadan geçtiği bilgisine ulaşmaları beklenir. Üçgende kenarortayların kesim noktasının ağırlık merkezi olduğu, ağırlık merkezinin kenarortayı ikiye bir oranında böldüğü gibi sonuçlara dikkat çekilir. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğunun ayırdığı parçalara eşit olduğuna dair çıkarımlar yapılır.

Öğrencilerin matematik yazılımları, pergel-ölçüsüz cetvel ya da kâğıt katlama yöntemini kullanarak farklı üçgenlerin herhangi iki kenar orta dikmesini inşa etmesi sağlanır. Öğrencilerin üçüncü kenar orta dikmenin bu kesim noktasından geçip geçmediğine dair arkadaşlarıyla tartışarak (**SDB2.2**) varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Diğer kenar orta dikmenin de aynı kesim noktasından geçtiği şeklindeki sonuçlara dikkat çekilir. Kenar orta dikmelerin kesim noktasının çevrel çemberin merkezi olduğuna dair çıkarımlar yapılır.

Üçgenin yüksekliği ile ilgili inceleme yapmak üzere öğrencilerin farklı matematiksel araç ve teknolojiler (pergel, ölçüsüz cetvel, matematik yazılımları gibi) ile farklı yöntemler (kâğıt katlama yöntemi gibi) kullanarak bir üçgenin herhangi iki kenarına ait yüksekliklerini inşa etmeleri sağlanır (**OB2**). Öğrencilerin “Diğer kenara ait yükseklik, önceden çizilen iki yüksekliğin kesim noktasından geçer.”, “Dar ve dik açılı üçgenlerde yükseklikler, üçgenin içinde bir noktada; geniş açılı üçgenlerde yükseklikler, üçgenin dışında bir noktada kesişir.” gibi sonuçlara ulaşmaları beklenir. Elde edilen bu önermeler, farklı problem durumlarında kullanılarak değerlendirilir. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

### **MAT.10.3.3**

Matematik yazılımları yardımıyla öğrencilerin herhangi bir üçgenin tabanı değiştirilip yüksekliği sabit tutularak ya da yüksekliği değiştirilip tabanı sabit tutularak oluşturulacak üçgenlerin alanlarındaki değişime ilişkin varsayımda bulunmaları sağlanır (**MAB5**). Farklı üçgenler üzerinden üçgende alanın hangi elemanlara göre değiştiğine dair genellemeler elde edilir. Sonrasında bu genellemeler ile varsayımlarını bilimsel bir bakış açısıyla karşılaştırmaları beklenir. Karşılaştırma sonucunda elde edilen genellemeler, önerme olarak ifade edilir. Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanlarının tabanları ile orantılı olduğuna, taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanlarının yükseklikleri ile orantılı olduğuna, paralel doğrular arasında ortak tabana sahip olan iki farklı üçgenin alanlarının ve bu iki üçgenin ortak olmayan bölgelerinin alanlarının eşit olduğuna, benzer üçgenlerin alanları oranının benzerlik oranının karesine eşit olduğuna ve üçgenin yüksekliğinin sinüs yardımıyla ifade edildiğinde farklı bir alan bağıntısı olduğuna ulaşmaları beklenir. Elde edilen bu önermeler farklı problem durumlarında kullanılarak değerlendirilir. Gerçek yaşam problemleri üzerinden üçgenin alanının taban ve yükseklik uzunluğuna göre nasıl değiştiğine ilişkin önermeleri ve buna yönelik hesaplamaları içeren çalışma kâğıdı verilebilir.

### **MAT.10.3.4**

Verilen sinüs teoreminin her üçgen için geçerli olup olmadığı sorgulanır ve teoremin doğruluğunu göstermeye dair neler yapılabileceği hakkında öğrencilerin fikirleri alınır. Öğrencilerden sinüs trigonometrik oranını içeren üçgende alan formülünü kullanarak yapılan doğrulamaları değerlendirmeleri beklenir. Doğrulan bu teoremin problem durumlarında kullanımı sağlanır (**MAB2**).

Kosinüs teoreminin nasıl ispatlanacağına dair öğrenci fikirleri alınır. Bu ispatlama sürecinde öğrencilerin bu teoremin üçgenlerde geçerli olduğunu ve üçgenler üzerinde Pisagor teoremini işe koşmaları gerektiğini fark etmeleri beklenir. Bunu sağlamak için üçgen üzerinde ne tür ek çizimler yapılması gerektiğine dair tartışmalar yapılır. İspat adım adım ilerletilerek

teoremlerin ispatları üzerindeki çalışmalar yoluyla öğrencilerin analitik düşünme ve sistematik olma eğilimleri desteklenir (**E3.6, E3.7**). Ek çizimler yardımıyla Pisagor teoreminden yararlanarak teoremin ispatı yapılır. İspatlanan bu teorem, gerçek yaşam problemlerinin çözümünde kullanılır (**MAB2**). Problemlerin çözümünde teoreme ilişkin ispat adımları işe koşulabilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Öğrencilerin üçgenin iç teğet ve dış teğet çemberleri arasında ilişki kurulmasına yönelik çıkarımlar yapması beklenir. Örneğin bir üçgenin tüm dış teğet çemberlerinin merkezlerini köşe kabul eden üçgenin iç açıortaylarının kesim noktasının başlangıçta verilen üçgenin iç teğet çemberinin merkezi olması durumunu incelemesi istenir.

Üçgende yardımcı elemanların uzunluklarının nasıl hesaplanabileceğine dair çıkarım yapmaları istenir. Bir üçgende çevrel çemberin merkezi ile diklik ve ağırlık merkezlerinin doğrusal olup olmadığı ile ilgili araştırma yapıp bu araştırmalarını planlı bir şekilde sunmaları sağlanır.

Üçgende öğrendikleri alan bağıntılarından daha farklı alan bağıntılarının olup olmadığı hakkında araştırma yapmaları ve varsa bu bağıntıların üçgenin hangi özelliklerinden yararlanılarak elde edilebileceğini ifade etmeleri istenir.

Sinüs ve kosinüs teoremlerinin farklı ispatlarını araştırmaları istenerek öğrencilerin bu araştırmalarını sunmaları sağlanır. Ayrıca kosinüs teoremi ile Pisagor teoremi arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmaları istenir.

$15^\circ$  ve  $75^\circ$  lik açıların trigonometrik oranlarının bulunması ile ilgili araştırmalar yapılır. Diğer trigonometrik oranların bulunması için bilimsel hesap makinalarından nasıl yararlanılacağı belirlenerek öğrencilere trigonometri cetveli hazırlama ödevi verilir. Trigonometri cetvelindeki oranların ilişkisi tartışılır. Morley Üçgeni hakkında araştırma yapmaları istenir. Herhangi bir açının pergel-ölçüsüz cetvel kullanılarak iki eşit parçaya bölünebileceği ancak üç eşit parçaya bölmenin çözülememiş problemlerden birisi olduğu araştırma görevi olarak verilir.

**Destekleme** Ders içeriği; matematik yazılımlarıyla, pergel-ölçüsüz cetvel gibi araç gereçle sunulur. Öğrencilerin kendi hızlarında ilerlemelerine olanak tanıyan etkileşimli çevrim içi uygulamalar kullanılır. Bu sayede genelleme, doğrulama ve ispatlama sürecindeki içeriğin daha kolay anlamlandırılması ve dijital okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi sağlanır. Öğrencilerin kendi aralarında çalışmalar yapmaları sağlanarak iş birlikli öğrenme ortamları oluşturulur ve akran geri bildirimini sayesinde öğrencilerin birbirlerinden öğrenmelerine yönelik çalışmalar yaptırılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



**ANALİTİK İNCELEME TEMASI**

Bu temada öğrencilerin analitik düzlemde uzaklığa, bir doğru parçasını belli oranda bölen bir noktanın koordinatlarına ve doğru ile doğrunun özelliklerine ilişkin çıkarımlar yapması amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 24

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB3. Matematiksel Temsil

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB1.3. Öz Yansıtma/Kendine Uyarlama, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D12. Sabır, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Coğrafya, Fizik, Ekonomi

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

- MAT.10.4.1. Analitik düzlemde iki nokta arasındaki uzaklık ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarıyla ilgili çıkarım yapabilme
- Analitik düzlemde iki nokta arasındaki uzaklık bağıntısı ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarıyla ilgili varsayımda bulunur.
  - Farklı örnekler üzerinden varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
  - İki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarına ilişkin genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
  - İki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarına yönelik önermeler sunar.
  - Önermelerini gerçek yaşam problemlerinde nasıl uygulayacağını değerlendirir
- MAT.10.4.2. Analitik düzlemi doğrunun özelliklerini incelemek ve doğru ile ilgili problemleri çözebilmek için uygun bir temsil aracı olarak kullanabilme
- Analitik düzlemi doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını belirlemede araç olarak tanır.
  - Karşılaştığı problem durumlarında analitik düzlemi doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını belirlemede uygun bir temsil aracı olarak seçer.
  - Analitik düzlemi doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını temsil etme aracı olarak kullanır.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Analitik Düzlemde Nokta ve Doğru

### Genellemeler

- Analitik düzlem, geometrik özelliklerin cebirsel bir yaklaşımla incelenmesini sağlar.
- İki doğrunun eğimleri, analitik düzlemde birbirine göre konumlarını belirlemede temel araçtır.

### Anahtar Kavramlar

analitik düzlem, iki nokta arasındaki uzaklık, doğru, eğim açısı, eğim, paralellik, kesişme, çakışma

## ÖĞRENME

### KANITLARI

#### (Ölçme ve

#### Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; performans görevi, çalışma kâğıdı, proje ödevi ve açık uçlu sorularla değerlendirilebilir.

Öğrencilerden performans görevi olarak buldukları ilin ya da ilçenin ölçekli bir haritasını analitik düzlemle ilişkilendirerek okulu orijin kabul edip ilin önemli merkezlerinin ve kendi evlerinin koordinatlarını gösteren görsel bir materyal hazırlamaları istenebilir. Bu materyal üzerindeki gerçek uzunluklar kullanılarak herhangi iki nokta arasındaki uzaklığı koordinatlar üzerinden hesaplamaları beklenir. Bu performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Ayrıca öğrencilerden öz değerlendirme formları ile kendilerini, akran değerlendirme formları ile birbirlerini değerlendirmeleri istenebilir.

Öğrencilere doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarını bulmayı gerektiren gerçek yaşam problemleri içeren bir çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemler üzerinden doğrunun eğimini, doğruların birbirlerine göre konumlarını kullanmayı gerektiren

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin ortaokulda dik koordinat sistemini tanıdığı; doğruların birbirlerine göre durumlarını yorumlayabildiği; 9.sınıfta yaptıkları çalışmalar sonucu benzerliği, Tales ve Pisagor teoremlerini bildiği ve bunları uygulayabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere dik koordinat sisteminin bileşenleri hakkında sorular sorularak ön bilgileri değerlendirilir. Bunun yanı sıra benzerlik, Tales ve Pisagor teoremi ile ilgili bilgileri; sorularla belirlenir. Sorulara verdikleri cevaplardan hareketle varsa hatalarının düzeltilmesi amacıyla görevler verilir.

**Köprü Kurma** İki nokta arasındaki uzaklığı hesaplayabilmek için öğrencilerin 9. sınıfta üçgen üzerinde öğrendikleri uzunluk hesaplama yöntemlerini nasıl kullanacakları sorgulanır.

Analitik düzlemde bir doğru parçasını içten veya dıştan bölen noktanın koordinatlarını belirlemek için orantılı doğru parçalarıyla ilgili üçgen üzerinde yapılan uygulamaların nasıl kullanılabileceği tartışılır.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.10.4.1

Ömer Hayyam, Descartes ve Fermat'ın analitik geometriyle ilgili çalışmaları tanıtılarak öğrencilerin konuya merak duymaları sağlanabilir (**E1.1**). Sayı doğrusu üzerinde iki nokta aracılığıyla belirlenen bir doğru parçasının uzunluğunu hesaplayabilen öğrencilerin bu düzeyde gruplar hâlinde çalışmaları ve analitik düzlemde herhangi bir şekilde konumlandırılan doğru parçasının uzunluğunun eksenlere paralel doğru parçalarından yararlanılarak nasıl hesaplanacağına dair varsayımlarda bulunmaları beklenir. Farklı grupların varsayımlarındaki örneklerin genellemelere dönüştürülmesi için varsayımların doğruluğu veya yanlışlığı üzerine tartışılır (**SDB2.2**). Bu tartışma; öğrencilerin etkili iletişim kurmasını, arkadaşlarının düşüncelerine empati ile yaklaşmasını ve olumlu bir bakış açısına sahip olmasını sağlayabilir (**D12, D14**). Öğrencilerin seçilen farklı doğru parçalarının uzunlukları üzerinden elde ettikleri varsayımlarını ve genellemelerini gruplarda karşılaştırmaları istenir (**SDB2.1**). Analitik düzlemde iki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına dair ulaşılan genellemelerden yola çıkarak bir önerme sunmaları sağlanır. Her grup kendi ulaştığı önermeleri sınıfta sunarak bu önermelerin doğruluğunu karşılıklı olarak değerlendirir (**SDB2.2**). Çıkarımı yapılan analitik düzlemde iki nokta arasındaki uzaklık bağıntısının değerlendirilmesi sürecinde çemberin tanımı da kullanılarak çember denklemi elde edilir.

Öğrencilerin analitik düzlemde herhangi bir şekilde konumlandırılan doğru parçasını belli bir oranda içten veya dıştan bölen noktanın koordinatlarının nasıl belirleneceğine ilişkin analitik düzlemde uzaklık ve noktaların koordinat bilgilerini kullanarak varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Sınıf içi tartışmalarla varsayımlardaki örüntülerin genellemelere dönüştürülmesi sağlanır. Öğrencilerin seçilen farklı doğru parçalarını içten veya dıştan belli bir oranda bölen noktaların koordinatlarına ilişkin elde ettikleri varsayım ve genellemelerini karşılaştırmaları beklenir. Analitik düzlemde doğru parçasını içten veya dıştan belli bir oranda bölen noktaların koordinatlarına ilişkin ulaşılan genellemelere yönelik önermeler sunulması sağlanır ve bu önermeler değerlendirilir. Analitik düzlemde alınan belirli bir doğru parçasının orta noktasının koordinatlarını ve köşelerinin koordinatları verilen bir üçgenin ağırlık merkezinin koordinatlarını veren bağıntılara da bu değerlendirme kapsamında ulaşılabildiği sağlanır. Değerlendirmeleri yapabilmek için matematik yazılımlarından yararlanılabilir (**MAB5**). Çevrim içi haritalarda enlem ve boylamın ne için kullanıldığı üzerinde durularak coğrafya dersi ile ilişki kurulur. Ayrıca harita üzerinde iki nokta arasındaki uzaklık (kuşbakışı ve yol olarak) analitik olarak hesaplanıp gerçek uzaklıkla karşılaştırılarak dijital okuryazarlık becerisi işe koşullar (**OB2**).

Bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarını bulmayı gerektiren, gerçek yaşam problemleri içeren bir çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

#### MAT.10.4.2

Öğrencilerin ortaokulda öğrendiği eğim, eğim açısı ve doğru grafiğiyle ilgili bilgileri cebirsel olarak ve analitik düzlem üzerinde temsil edebileceği ifade edilir. Analitik düzlem, bu bağlamda bahsedilen ifadelerin temsil edilebileceği bir araç olarak tanıtılır. Öğrencilerin, bir doğrunun apsisi ve ordinatları arasındaki ilişkiyi ya da bir doğrunun eğiminden hareketle oluşacak doğru denklemi ile ilgili özellikleri anlamlandırmak için analitik düzlemi kullanmaları beklenir. Ayrıca 10. sınıfta öğrendikleri trigonometrik oranlar bilgisini kullanarak eğim açısının 00 veya 90 olduğu durumlardaki doğruların denklemlerini yorumlamada analitik düzlemin nasıl kullanıldığı ve bu doğruların denklemlerinin nasıl ifade edildiği üzerinde durulur.

Denklemleri verilen doğruların birbirine göre durumlarını (paralellik, kesişme, çakışma) belirlemede de analitik düzlemin kullanılabilirliği üzerinde durulur. Analitik düzlemde farklı doğruların eğim açıları incelenerek bu doğruların paralellik, kesişme ve çakışma durumları belirlenir. Bu süreçte öğrencilerin dik kesişen doğruların eğimlerinin çarpımlarının  $-1$  olduğuna ulaşmaları sağlanır. Dik kesişen doğruların analitik düzlemdeki grafikleri incelenir. Öğrencilerin iletişim becerilerinin de geliştirilmesi için bu süreç, sınıf içi tartışmalarla yürütülebilir (SDB2.1). Bu tartışmalarda matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanılabilir (MAB5).

Doğru grafikleri ve eğim açılarının analitik düzlemde görünüşleri incelenerek öğrencilerin, iki noktası bilinen ya da bir noktası ve eğim açısı bilinen doğruların denklemlerinin nasıl oluşturulabileceğini ifade etmeleri istenebilir.

Öğrencilerin sunulan farklı problem durumlarında analitik düzlemi bir temsil aracı olarak kullanmaları ve problemleri çözmeleri beklenir. Bir doğrunun eğimi ile o doğrunun denklemi arasındaki ilişkileri incelemeleri; incelemelerden yola çıkarak bu ilişkileri hız-zaman, gelir-gider, telefonların kullanım süresi ile kalan pil süresi gibi gerçek yaşam durumlarında kullanmaları sağlanır (MAB2). Öğretmenin bir doğru denklemine uyan sayılarla oluşturacağı gelir-gider tabloları, öğrencilerin finansal okuryazarlık becerilerine de katkı sunar (OB3). Öğrencilerden bu verileri grafiklerle temsil etmeleri istenebilir (MAB3). Öğrencilere veriye ait doğru grafikleri çizdirilir. Grafiklerin eğiminin pozitif ya da negatif sayılar olmasının nedenleri üzerinde tartışılabilir. Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

İki doğru arasındaki açının hangi koşullarda belirlenebileceğine dair sorgulama yapılır. Tangantı bilinen özel eğim açılarına (30, 45, 60, 90, 120, 135 derece gibi) sahip iki doğru arasındaki açının nasıl belirlenebileceğinin araştırılması istenir.

Analitik düzlemde bir noktanın, doğru parçasının, doğrunun ya da çokgenin öteleme, yansıma ve dönme dönüşümü altındaki görüntüsünün bulunması ile ilgili çalışmalar yapılır.

İki doğru arasında kalan açıların açıortay doğrularının birbirlerine göre durumları incelenir.

### Destekleme

İki nokta arasındaki uzaklık hesaplanırken analitik düzlem kareli ya da noktalı kâğıt üzerinde gösterilerek dik üçgenlerden yararlanır. Derste video, animasyon gibi görsel ve işitsel materyallere yer verilebilir. Öğrencilerin analitik düzlemde nokta ve doğrularla ilgili ön bilgileri yoklanarak bireyselleştirilmiş öğretim çalışmaları yapılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.





## İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ TEMASI

Bu temada öğrencilerin iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan gerçek yaşam durumları bağlamında bir istatistiksel araştırma süreci yürütmesi, günlük yaşamda karşılarına çıkan iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan veri dağılımlarını eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 28

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.18. Tartışma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.7. Sistematiik Olma, E3.8. Merak Ettiği Soruları Sorma, E3.9. Şüphe Duyma E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Öz Farkındalık/Kendini Tanıma, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D6. Duyarlılık, D7. Dürüstlük, D9. Mahremiyet, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Kimya

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.10.5.1. İki kategorik değişkenli veri ile çalışabilme ve iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme

- İki kategorik değişkenli veriye dayalı, istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
- Bağlam içerisinde iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma soruları oluşturur.
- İki kategorik değişkenli veri toplamak/elde etmek için plan yapar.
- İki kategorik değişkenli verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen iki kategorik değişkenli verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme (toplam satır veya sütunlardaki göreceli sıklıkları gösteren iki yönlü tablo, koşullu göreceli sıklıkları gösteren sütun grafikleri, koşullu göreceli sıklıklar gibi) araçlarından uygun olanı seçer.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
- İki kategorik değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan hareketle elde edilen sonuçları yorumlar.
- İki kategorik değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan hareketle elde edilen sonuçların araştırma sorusuna ne derece cevap verdiğini değerlendirir.

MAT.10.5.2. Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiği yansıtan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminlere yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe dair istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminlere yönelik hataları ve/veya yanlışlıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe dair istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri çürütür veya ilişkililiğin uygunluğunu kabul eder.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ İki Kategorik Değişkenli Veri Dağılımları

- Genellemeler**
- Aynı gözlem birimlerinden elde edilen/toplanan verilerden elde edilen iki kategorik değişkenli dağılımlar, verilerin birlikte değişebilirliğindeki eğilimine ilişkin bilgi verir.
  - İki kategorik değişkenin ilişkili olması, bu iki değişken arasında bir neden-sonuç ilişkisi olduğu anlamına gelmez.

**Anahtar Kavramlar** iki kategorik değişkenli veri dağılımları, ilişkililik, evren, örneklem, değişebilirlik, iki yönlü tablo, sütun grafikleri, koşullu göreceli sıklıklar

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi, performans görevi ile değerlendirilebilir. Öğrencilere iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan istatistiksel araştırma sürecinin bütününe değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Performans görevinin sonunda öğrenciler elde ettikleri sonuçların benzerlik ve farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapmalıdır. Öğrencilerin gruplarla yaptıkları sınıf içi tartışma etkinlikleri akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller**

Öğrencilerin ortaokul ve 9. sınıfta edindikleri bilgilere dayalı olarak istatistiksel araştırma sürecinin tüm bileşenleriyle ilgili bilgi sahibi oldukları, betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma soruları oluşturabilmelerinin yanı sıra kategorik ve nicel veri toplayabildikleri/elde edebildikleri kabul edilmektedir. Elde ettikleri/topladıkları verilerden hareketle verileri görselleştirebildikleri (sıklık tablosu, sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi, histogram, kutu grafiği), veriyi özetleyebildikleri (ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma, standart sapma, beş sayılı özet), değişebilirlik ve dağılım kavramlarını değerlendirebildikleri ve verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütününe ilişkin bilgilerini değerlendirmek amacıyla soru cevap tekniği kullanılabilir. Öğrencilerin önceki sınıflarda edindikleri istatistiksel araştırma sürecine ilişkin deneyimlerini paylaşmaları istenerek istatistiksel araştırma sürecine yönelik ilgi ve merakları gözlemlenir. Bununla birlikte kategorik verileri içeren bir bağlama yönelik açık uçlu sorular öğrencilere sorulabilir. Bu sorular; öğrencilerin kategorik verileri sıklık tablosu, daire grafiği, sütun grafiği, nokta grafiği gibi görselleştirme araçlarına ilişkin bilgilerini yoklayacak şekilde tasarlanmalıdır. Sonuçlar doğrultusunda öğrencilere geri bildirim verilir.

**Köprü Kurma**

Öğrencilerden iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma sorularını incelemeleri ve bu soruya nasıl cevap verebilecekleri üzerine düşünceleri istenir. Araştırma sorularına cevap vermek için ortaokul ve 9. sınıfta öğrenilen çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi, histogram, kutu grafiği gibi araçların kullanılıp kullanılmayacağı tartışılır. Bu görselleştirme araçlarının her zaman yeterli olamayacağını öğrencilerin fark etmeleri sağlanır.

**Öğretme-Öğrenme  
Uygulamaları**

**MAT.10.5.1**

İstatistiksel araştırma süreci; bağlamı belirleme, bağlama yönelik soru sorma, veri toplama planı yapma, verileri analize hazır hâle getirme, verileri analiz etme ve sonuçları yorumlama aşamalarının tamamını içerecek şekilde ele alınır.

İki kategorik değişkenli verilerdeki ilişkililiğe yönelik araştırma sorularına kaynaklık eden bağlamlar, öğrencilerin merak ettiği (E1.1) gerçek yaşam durumları bireysel veya iş birliğiyle grup çalışması yapılarak belirlenir (SDB2.2). Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma yapmayı gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirleyebilmeleri için sağlık, eğitim, çevre, doğa veya iklim gibi alanlara yönelik bilgilere ihtiyaç duyduklarını fark etmeleri sağlanır (SDB1.1, OB1). Toplumsal konulara yer verilmesi, öğrencilerin etrafında olup bitenleri merak etmesi (E3.8) ve bu meraktan hareketle sorular sormasını destekleyecektir (D6). Öğrenciler, bireysel veya grup çalışması şeklinde belirledikleri gerçek yaşam durumlarını örümcek ağı gibi tekniklerle gösterebilir veya dijital ortamlarda kullanılan araçlar yardımıyla bu gerçek yaşam durumlarını oluşturarak paylaşabilir (OB2). Belirlenen gerçek yaşam durumları, veri toplama gerektiren gerektirmeme kriterine göre sınıf içi tartışmayla incelenir. Sınıf içi tartışmalar, gerçek yaşam durumları incelenirken ortaya çıkan fikirlerin tartışılmasını sağlar ve kritere uygun şekilde değerlendirilmesini destekler. Sınıf içi tartışma esnasında öğrencilerin arkadaşlarının sözünü kesmeden etkin dinlemesi ve nazik olması beklenir (SDB2.1, D14). Bu süreç, öz ve akran değerlendirme formu ile değerlendirilebilir.

Belirlenen bağlamlardan yola çıkılarak öğrencilerden merak ettikleri soruları (E3.8) ifade etmeleri sağlanır. Bu aşamada örnek bir bağlamdan hareketle bir araştırma sorusu oluşturulabilir. Örneğin öğrencilerin bağcıklı veya bağciksız ayakkabı tercihlerinin inceleneceği bir problemle başlanıp hangi değişkenlerin bağcıklı veya bağciksız ayakkabı tercihiyle ilişkili olabileceğine yönelik sınıf içi tartışma başlatılabilir (SDB2.1, D14). Bu tartışmanın sonunda öğrencilerle birlikte bağcıklı veya bağciksız ayakkabı tercihinin sınıf düzeyi ile ilişkili olabileceği ihtimalinden hareketle "A okulundaki 9 ve 12. sınıf öğrencilerinin sınıf düzeyleri ile bağcıklı veya bağciksız ayakkabı tercihleri arasında bir ilişki var mıdır?" şeklinde bir soruya ulaşılabılır. Tasarruf etmeye dikkat çekmek amacıyla öğrencilerden gelen fikirler çerçevesinde "B ilindeki güneş enerjisi sistemini evlerinde kullanıp kullanmama durumu ile elektrik faturasının A Türk lirasından az ya da fazla olma durumu arasında bir ilişki var mıdır?" gibi sorular tartışılabilir (SDB2.1, D17). Öğrencilerin farklı bağlamlardan hareketle hazırladıkları araştırma sorularına ilişkin fikirlerini tartışmaları sağlanır. Bu tartışmalar sonucunda iki kategorik değişkenli veri dağılımlarının ilişkililiğine odaklanan problemlerden hareketle istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları beklenir (SDB2.1, SDB3.3). Bu süreçte hazırladıkları bazı araştırma sorularının öğrencilerin çevresindeki durumlara duyarlılığını artırma amacını gözetmesi beklenir. Afetlere ilişkin tedbir alıp almamanın afetten etkilenip etkilenmeme ile ilişkililiği üzerine sınıf içi tartışma yapılması buna örnek olarak gösterilebilir (SDB2.1, D6). Ayrıca öğrencilerden farklı disiplinlerle ilişkilendirme yapmalarına yönelik araştırma soruları hazırlamaları istenebilir. Örneğin öğrencilerin, kimya dersi konularından yola çıkarak bir elementin metal olup olmaması ile kristal yapısının kübik olup olmaması arasında bir ilişki olup olmadığını, biyoloji dersi konularından yola çıkarak omurgalı olup olmama ile etçil beslenip beslenmeme arasındaki ilişkililiği incelemeleri sağlanabilir.

Belirlenen araştırma sorularına cevap bulabilmek amacıyla veri toplama sürecine geçilir. Bu süreçte verileri öğrencilerin kendilerinin toplayabileceği ya da hazır veri kaynaklarından elde edebileceği ifade edilir. Öğrencilerin hazır veriye ulaşırken dijital kaynakları nasıl doğru kullanacaklarına dair bilgi sahibi olmalarına dikkat edilir (OB2). Öğrencilerden iki kategorik değişkenli veri setlerinin nasıl toplanacağına yönelik veri toplama planı oluşturmaları istenir. Oluşturulan veri toplama planı doğrultusunda veri toplama araçlarının (anket, görüşme, gözlem gibi) belirlenip oluşturulması, verilerin toplanması ve analize hazır hâle getirilmesi beklenir (OB1). Verileri toplarken kişisel verilerin gizliliğine (D9), nesnel ve dürüst (D7) olunmasına özen göstermenin önemine ve aksi durumda doğacak olumsuz sonuçlara dikkat çekilir. Ayrıca bu süreçte öğrencilerin belirlenen örneklemden toplanan verilerin araştırma sorusuna cevap vermesi ve bu örneklemden elde edilen sonuçların evrene uygunluğu üze-

rine eleştirel bakarak **(E3.10)** tartışmaları sağlanır. Örneğin örnekleme A okulundaki 10. sınıf öğrencileri olan gruptan elde edilen sonuçların, B okulundaki 10. sınıf öğrencilerinden elde edilen sonuçlarla benzerlik/farklılık gösterip göstermeyeceği incelenir. Ayrıca bu sonuçların tüm 10. sınıf öğrencilerine genellenip genellenemeyeceği üzerine tartışılır.

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma soruları ve veri toplama planları, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı kriterleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Araştırma soruları bağlamında iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiği analiz edebilmek için görselleştirme araçlarından (iki yönlü tablo ile koşullu görel sıklıkları gösteren kümeli sütun grafikleri) uygun olanı/olanları seçilir **(MAB3)**. Uygun olan aracın/araçların belirlenmesinde araştırma sorularına yeniden dönülür ve hangi aracın/araçların uygun olduğuna dair sınıf içi tartışma **(SDB2.1)** yapılır. Bu süreçte öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini nezaketle dinlemeleri ve arkadaşlarının düşüncelerine ilişkin empati yapabilmeleri sağlanır **(D14)**. Seçilecek araçların, araştırma sorularına cevap verecek ve verileri analiz edecek nitelikte olmasına dikkat edilir.

Analiz sürecinde teknolojik araçlar (hesap makinesi, elektronik tablolama programı gibi) **(MAB5)** kullanılabilir. Öğrencilerden verileri, sıklık veya görel sıklıkları gösteren iki yönlü tablo ve koşullu görel sıklıkları gösteren kümeli sütun grafikleriyle göstermeleri istenir. Bu süreçte sıklık analizi üzerine çalışan bilim insanlarından el-Kindi'nin çalışmalarından bahsedilir.

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen sonuçlara ilişkin sınıf içi tartışma yapılır **(SDB2.1, D14)**. Bu tartışma sürecinde bağımsız değişkenin aldığı her değer için bağımlı değişkenin aldığı her bir değer, sıklık veya koşullu görel sıklıkları gösteren tablolar üzerinden karşılaştırılarak aralarındaki ilişkililik yorumlanır. Örneğin apartmanda yaşayıp yaşamama ile evcil hayvan sahibi olup olmama arasındaki ilişkililiğin analiz edildiği bir araştırmada apartmanda oturup oturmama ve evcil hayvan sahibi olup olmama değişkenleri arasındaki ilişkililiği incelemek için iki değişkenli veriler, iki yönlü tabloda hem sıklık hem de yüzde temsili kullanılarak toplamdaki görel sıklık olarak ifade edilir. Apartmanda oturan ve oturmayan bireyler ile evcil hayvan sahibi olan ve olmayan bireylerin koşullu görel sıklıkları hesaplanır. Bu tarz bir araştırmada öğrencilerin bağımsız değişkenin aldığı her değer için bağımlı değişkenin aldığı her bir değer için koşullu görel sıklıklarından hareketle elde edilen sonuçları yorumlamaları sağlanır. Buna ek olarak kümeli sütun grafiğinde koşullu görel sıklık dağılımları iki kategorik veri dağılımlarının ilişkililiğini analiz ederken kullanılabilecek bir diğer araç olarak dikkate alınır. Örneğin A ilinde yaşayan bireylerin doğduğu yerde yaşayıp yaşamamaları ile mutlu olup olmamaları arasındaki ilişkililiğin incelendiği bir araştırma analiz edilirken kümeli sütun grafiğinde koşullu görel sıklık dağılımları, doğum yerinde yaşayıp yaşamama değişkenine göre hazırlanabilir. Benzer şekilde aynı grafik, mutlu olup olmama değişkenine göre de hazırlanabilir. Bu örnekte her iki değişken de bağımsız değişken olarak belirlenebilir. Burada öğrencilerin, sonuçları yorumlarken iki kategorik değişkenli verilerde ortaya çıkan bir ilişkinin bir değişkenin diğer değişkene neden olduğu anlamına gelmediğini fark etmeleri önemlidir. Örneğin kitap okuyup okumanın spor yapmayı yapmama ile ilişkililiğine odaklanan bir araştırmada bu iki değişken arasında bir ilişki varsa "Kitap okumak, spor yapmaya neden olur veya olmaz." şeklinde neden-sonuç ilişkisini ifade eden bir yorumda bulunulamayacağını fark etmeleri, sınıf içi tartışmalarla **(SDB2.1)** sağlanır. Bu süreçte ayrıca tek kategorik değişkenli verilerde tablo, sütun grafiği, koşullu görel sıklıklar gibi görselleştirme araçlarının verileri özetlemeye imkân verdiğine, iki kategorik değişkenli verilerde kullanılan görselleştirme araçlarının ise değişkenler arasındaki ilişkililik konusunda yorum yapmaya olanak sağladığına dikkat çekilir.

Analizler tamamlandıktan sonra öğrencilerin araştırma sorularına dönerek elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri beklenir. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bileşenlerini sistematik **(E3.7)** bir şekilde gözden geçirmeleri

sağlanır. Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel ifadeler (verilerin merkezinin nasıl bir eğilim gösterdiğine, verilerin nasıl yayıldığına dair ifadeler) içermesi önemlidir. Bu süreçte ayrıca öğrencilerin seçilen örneklem dağılımından hareketle evren dağılımı hakkında genellemeler yapmaları ve elde edilen sonuçların belirsizliğini dikkate alan ifadeler kullanmaları beklenir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

#### MAT.10.5.2

Öğrencilerin günlük yaşamda karşılaştıkları istatistiksel bilgilere eleştirel gözle bakabilmesi (E3.10) ve bu bilgileri değerlendirebilmesi önemlidir. Bu bağlamda öğrencilere iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren çalışma kâğıdı verilerek incelemeleri istenir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda hatanın/yanlılığın neler olabileceği konusunda istatistiksel temellendirme yapmaları sağlanır. Buradan hareketle öğrencilerin verilen durumlara eleştirel (E3.10) ve şüphe (E3.9) ile bakmaları, istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenir. Öğrencilerin belirlediği hatalar/yanlılıklar tartışmaya açılır (SDB2.1); fikir ve değerlendirmelerinden hareketle iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri çürütülür ya da kabul edilir (D7). Öğrencilere verilen bu çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

### FARKLILAŞTIRMA

#### Zenginleştirme

Öğrencilere çok değişkenli veri setleri dağıtılarak bu veri setinden hareketle öğrencilerden uygun iki kategorik değişken belirleyerek bir araştırma sorusu hazırlamaları ve bu doğrultuda istatistiksel araştırma süreci tasarlayarak yürütmelerine yönelik proje hazırlamaları istenir. Öğrencilerin elde ettiği sonuçları sunum, poster, infografik gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşlarıyla paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

Öğrencilerden iki kategorik değişkenin ilişkililiğine yönelik dağılımlar içeren istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumları araştırmaları istenir. Bu durumları araştırırken hangi kaynakları (gazete haberleri, dijital kaynaklar vb.) kullanabileceklerini bilmeleri ve bu kaynakları kullanırken nelere dikkat etmeleri gerektiğine dair paylaşımlar yapmaları beklenir. Bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Örneğin spor yapıp yapmama ile vücut kütle indeksinin 25'in altında olup olmamasına ilişkin yayımlanan bir haberi öğrencilerin değerlendirmeleri istenir. Elde edilen sonuçlar ile görseller (iki yönlü tablo ile koşullu göreceli sıklıkları gösteren kümeli sütun grafikleri gibi) arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlı, yanlış veya eksik bilgilerin olup olmadığı incelenerek öğrenciler tarafından değerlendirilir. Öğrencilerden yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, infografik gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

#### Destekleme

Öğrencilerin iki kategorik değişkenin ilişkililiğini içeren istatistiksel araştırma sürecine dâhil olmaları için grup çalışması yapılır. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir. Bu sayede öğrencilerin akran öğrenmesi ile istatistiksel araştırma sürecini daha etkin şekilde yürütmeleri sağlanır. Öğrencilerin günlük yaşamlarında daha fazla karşılarına çıkma ihtimali olan kategorik veri setlerinden (saç rengi, favori spor branşı gibi) hareketle araştırma sorusu oluşturmaları, veri toplamaları ve bu verileri analiz ederek yorumlamaları istenir. Öğrencilerin daha küçük veri setleri üzerine çalışmaları sağlanır.

İki kategorik değişkenin ilişkililiğine yönelik dağılımlara ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumlar; daha basit düzeyde (öğrencilerin daha aşina oldukları durumları içermesi gibi) öğrencilere sunulabilir ve öğrencilerin bu durumlara ilişkin değerlendirme yapmaları istenir.

### ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınızda okutunuz.



## VERİDEN OLASILIĞA TEMASI

Bu temada öğrencilerin bağımlı olayların olasılığını koşullu olasılık ile belirleyebilmesi ve Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerini inceleyebilmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 18

**ALAN  
BECERİLERİ**

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

KB2.10. Çıkarım Yapabilme, KB2.12. Mevcut Veriye/Bilgiye Dayalı Tahmin Edebilme

**EĞİLİMLER**

E1.1. Merak, E3.1. Uzmanlaşma, E3.7. SistematiK Olma, E3.10. Eleştirel Bakma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri**

SDB1.1. Öz Farkındalık/Kendini Tanıma, SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler**

D12. Sabır, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri**

OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Bilişim Teknolojileri ve Yazılım, Biyoloji, Coğrafya

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.10.6.1. Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlarda koşullu olasılık ile çıkarım yapabilme

- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlara ilişkin mevcut olasılık bilgisini kullanarak varsayımda bulunur.*
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarına ilişkin olası tüm çıktıları listeler.*
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu ya da olmadığı durumlarda olası tüm çıktıların sayısı ile istenen durumların sayısını karşılaştırır.*
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumların olasılığını hesaplamaya yönelik matematiksel önerme sunar.*
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarının olasılığını koşullu olasılık ile değerlendirir.*

MAT.10.6.2. Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumların olasılığını mevcut bilgiye/veriye dayalı tahmin edebilme

- Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumlarına ilişkin mevcut bilgileri kullanır.*
- Mevcut bilgiler kullanılarak Bayes teoremine dayalı hesaplama yapar.*
- Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumlarına ilişkin ileriye yönelik yargıda bulunur.*

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Koşullu Olasılık

- Genellemeler**
- Bir olay, başka olaylara bağlı olarak gerçekleşebilir.
  - Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olması, olayın olasılık değerini değiştirir.

**Anahtar Kavramlar** bağımlı olay, bağımsız olay, koşullu olasılık, Bayes teoremi

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi, açık uçlu sorular ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Gerçekleşmesi bir olaya bağlı olan veya koşul gerektiren gerçek yaşam durumlarına ilişkin olası tüm çıktıların ağaç şeması, tablo, alan modeli gibi farklı temsillerle gösterilebilmesi için çalışma kâğıdı kullanılabilir. Öğrencilerden çalışmalarını öz değerlendirme formlarıyla değerlendirmeleri istenebilir. Gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan, gerçek yaşam durumlarına ilişkin olasılık değerlerinin hesaplanmasına yönelik açık uçlu sorular içeren bir çalışma kâğıdını öğrencilerin cevaplaması istenebilir. Öğrencilere bağımlı ve bağımsız bir grup olay verilir, olayın türünü koşullu olasılık kurallarını kullanarak belirlemeleri istenir. Çalışma kâğıdının değerlendirilmesinde analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarının olasılıklarını değerlendirmek için performans görevi verilebilir. Hazırlanan performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.



## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin ortaokul seviyesinde edindikleri bilgilerle gerçek yaşamda karşılaşılabileceği basit olaylar içeren durumlarda farklı olasılık yaklaşımlarından (öznel, deneysel ve teorik) uygun olanı belirleyerek bu yaklaşıma uygun karar verebildikleri kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin 9. sınıfta öğrendikleri bileşik olayların olasılığını deneysel ve teorik olarak inceleyebildiği, yorumlayabildiği ve farklı olasılık yaklaşımları (deneysel ve teorik) arasında ilişkilendirmeler yapabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Birden çok bağımsız olay içeren örnek durumlar (bileşik olaylar) üzerinden olasılık yaklaşımlarını ve bağımsız olayların olasılıklarını deneysel ve teorik olarak incelemeyi hatırlatmak amacıyla soru cevap etkinliği yapılır. Öğrencilerden günlük yaşamda karşılaştıkları olayların olasılıklarına yönelik örnekler vermeleri istenerek bu örnek verme süreçlerinde istekli olup olmadıkları gözlemlenir.

**Köprü Kurma** Bağımlı olayların olasılığını incelemeye kullanılacak koşullu olasılık hesaplamaları ve Bayes teoremi, öğrencilerin bileşik olayların olasılığına dair ön bilgileri üzerine kurulur. Bağımlı ve bağımsız olaylar arasında bağlantı kurulabilmesi ve bağımlı olaylarda koşula bağlı olma durumunun ele alınabilmesi için öğrencilerin ilgilerini çekebilecek nitelikte, belirsizlik içeren durumlar sunulur. Öğrencilerin bu durumların olma olasılığına dair tahminde bulunmaları sağlanır. Verilen örneklerin hem bileşik olayı oluşturan olaylarda bir olayın diğer olay üzerinde hiçbir etkiye sahip olmadığı bağımsız olayları (iki sayı küpü atılması ve küplerin üst yüzelerine gelen sayıların toplamının 6 olması gibi) hem de etkiye sahip olduğu bağımlı olayları (iki sayı küpü atıldığında küplerin üst yüzelerine gelen sayıların toplamının 6 olması ve sayı küplerinin üst yüzelerine gelen sayıların aynı gelmesi gibi) içermesine dikkat edilir. Bağımlı ve bağımsız olay örnekleri, gerçek yaşam durumlarından seçilir. Öğrencilerden verilen durumlara ilişkin olayların gerçekleşmesinin herhangi bir koşula bağlı olup olmadığını yorumlamaları beklenir. Öğrencilere bağımlı olay içeren durumların olasılığının hesaplanmasında bu zamana kadar öğrendiklerinden farklı bilgiler ve hesaplamalar kullanılması gerektiğine yönelik ihtiyaç hissettirilir.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.10.6.1

Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlarla ilgili olarak öğrencilerin mevcut olasılık bilgisi dâhilinde varsayım yapabilmesi için bir torbadan renkli iki top çekilmesi ve renklerin kaydedilmesi gibi bir deney ele alınabilir. Bu deneyde torbadan bir top çekilip renginin kaydedilmesinden sonra torbaya atılmayıp ikinci bir top çekildiğinde istenen rengin gelme olasılığı ele alınır. Öğrencilerden mevcut olasılık bilgisini kullanarak olası tüm çıktılar ve istenen çıktılarının sayısının değiştiğini fark edebilmeleri, dolayısıyla olasılık değerinin farklı şekilde hesaplanacağına yönelik sezgisel bir varsayımda bulunmaları beklenir (E3.1, SDB1.1).

Gerçekleşmesi bir olaya bağlı olan olaylara (bir torbadan renkli bir top çekilip torbaya geri atılmama koşuluyla ikinci bir renkli top çekilerek iki topun da renklerinin kaydedilmesi gibi) ilişkin tüm olası çıktılarının ağaç şeması, tablo veya alan modeli gibi farklı temsiller kullanılarak görselleştirilmesi beklenir (MAB3). Öğrenciler; genel ağda bulunan, kullanıma hazır dijital görselleştirme araçlarının bulunduğu kaynakları belirleyerek dijital araçlardan yararlanabilir (OB2). İstatistik yazılımları kullanabilir (MAB5). Böylece öğrencilerin tüm olası çıktıları listelemeleri sağlanır. Öğrencilerin verilen duruma ilişkin olası tüm çıktıları; ağaç şeması, tablo, alan modeli gibi farklı temsillerle gösterebilmeleri ve temsil aracını seçme gerekçeleri için çalışma kâğıdı kullanılabilir. Bu görselleştirmeler sonucunda öncelikle bir koşula bağlı olarak

gerçekleşen olayda elde edilen olası tüm çıktılarının sayısı ile koşul olmadığında elde edilebilecek olası tüm çıktılarının sayısı arasında öğrencilerin karşılaştırma yapması beklenir. Ardından bir koşula bağlı olarak gerçekleşen olayda istenen çıktı sayısı ile koşul olmadığında aynı olaya ait istenen çıktı sayısı arasında öğrencilerin karşılaştırma yapması beklenir.

Koşula bağlı olarak gerçekleşen olayda olası tüm çıktılar ve istenen çıktılar alan modelleri veya iki yönlü tablolarla görselleştirilir. Her iki görselleştirmede ortak olan ya da olmayan çıktılarının ifade edilmesi sağlanır (**MAB3**). Bu sürecin sonunda öğrenciler, öğrendiklerini öz değerlendirme formu kullanarak değerlendirebilir (**SDB1.2**).

Gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan olayın olasılığının hesaplanmasına yönelik olarak öğrencilerden matematiksel ilişki içeren bir önerme sunması beklenir. Yapılan önermelerin çalışmada kâğıdında temellendirilmesi sağlanabilir (**SDB3.3**). Öğrencilerin koşullu olasılık hesaplama formülünü anlamlandırmaları beklenir.

Koşullu olasılık için sunulan önermeyi değerlendirmek üzere gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan gerçek yaşam durumlarından (düzenlenecek bir yurt dışı gezisi için seçilecek öğrencilerin yabancı dil testinden %80 ve üzeri oranda başarı gösterdiğinin bilinmesi gibi) öğrencilerin merakını uyandıran bir olay seçilebilir (**E1.1**). Verilen bağlamda seçilen iki olaydan herhangi birinin olasılığı diğer olayın gerçekleşmesine bağlı olarak değişmiyorsa bu iki olayın bağımsız, değişiyorsa bağımlı olduğu üzerinde durulur. Öğrencilerin ele aldıkları gerçek yaşam bağlamındaki olayları A ve B olayları olarak sembolize edip A ve B olaylarının ayrı ayrı meydana gelme olasılıklarının çarpımına eşit olma (ya da olmama) durumunu hesaplamaları sağlanır. Ayrıca A ve B'nin bağımsız ya da bağımlı olaylar olduğunu göstermede koşullu olasılığı kullanmaları beklenir. Öğrenciler verilen olay çiftlerinin bağımlı olma ve olmama durumlarını seçtikleri strateji üzerinden bir kontrol listesi ile belirleyebilir.

Öğrencilere gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan, gerçek yaşam durumlarına ilişkin olasılık değerlerinin hesaplanmasına yönelik açık uçlu sorular içeren bir çalışma kâğıdı verilerek cevaplamaları istenebilir. Öğrenciler, bu problemlerde verilen koşulu gözeterek koşullu olasılık hesaplaması yapar. Böylece öğrencilerin gerçek yaşam durumlarının olasılığını koşullu olasılık ile değerlendirmeleri beklenir (**SDB3.3**). Çalışma kâğıdının değerlendirilmesinde analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

#### **MAT.10.6.2**

Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarının olasılığı, Bayes teoremi ile de ele alınmaktadır. Günümüzde tıbbi tarama testlerinin doğruluğu (biyoloji), meteorolojiyle ilgili ileriye dönük tahminler (coğrafya), bilinçli tüketime yönelik hatalı ürün oranlarını inceleyen risk analizleri gibi durumlarda Bayes teoremi kullanıldığından bahsedilir (**OB3, D13, D17**).

Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumları için mevcut bilgiler (bir laboratuvarda yapılan tıbbi tarama testlerinin doğruluk oranı veya bir fabrikada üretilen hatalı ürün oranı gibi) verilir. Gerçek yaşam durumları; ağaç şeması, iki yönlü sıklık tablosu, alan modeli gibi farklı temsiller (**MAB3**) veya istatistik yazılımlarıyla (**MAB5**) sınıf içinde oluşturulan gruplara öğrencilerin katılımı ve iş birliği sağlanarak görselleştirilir (**SDB2.1, SDB2.2**). Öğrencilerin sistematik bir şekilde bu gösterimleri ifade etmeleri beklenmektedir (**E3.7**). Verilen olayların olasılık değerleri, elde edilen gösterimler aracılığıyla hesaplanır. Ayrıca hesaplamalar, Bayes teoreminin formülüne dayalı da yapılabilir.

Gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan, gerçek yaşam durumlarına ilişkin olasılık değerlerinin hesaplanmasına yönelik açık uçlu sorular içeren çalışma kâğıdını öğrencilerin cevaplaması istenebilir. Öğrencilerin belirsizlik içeren gerçek yaşam durumlarında mevcut bilgiye dayalı tahminlerin veya yorumların toplanan veya verilen bilgilere bağlı olarak güncellenmesi gerektiğini sınıf içi tartışma veya soru cevap etkinlikleriyle fark etmeleri beklenir. Öğrencilerin sınıf içi tartışmalar esnasında birbirlerini nazik bir şekilde dinlemesi ve birbirlerinin fikirlerini

değerlendirmesi beklenir (D14). Öğrencilerin verilen gerçek yaşam durumlarının olasılığını mevcut bilgiye dayalı hesaplaması, herhangi bir konuda karar verirken riskleri değerlendirilmesi ve ileriye dönük yargıda bulunması beklenir. Bu sayede öğrenciler, inceledikleri gerçek yaşam durumlarına ilişkin yargılarında veya verecekleri kararlarda olasılık hesaplamalarında yaptıkları muhakemeler sayesinde daha esnek davranabilir veya tahminlerini güncelleyebilir (SDB3.2, E3.10). Böylece öğrenciler, belirsiz ya da yeni durumlara uyum sağlayabilir (SDB3.1, D12). Öğrencilere bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Bir olayın koşula bağlı olduğunda olasılık değerinin büyümesinin ya da küçülmesinin araştırılmasına yönelik çalışmalar yapılır.

Öğrencilerin bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlar içeren, özgün bir oyun tasarımları; oyunu oynayarak test etmeleri ve oyundaki aksaklıkları belirleyerek gidermeleri istenir.

Öğrencilerden Bayes teoreminin nasıl ortaya çıktığına; bu teoremin bilişim teknolojileri ve yazılım, makine öğrenmesi ve yapay zekâ gibi alanlarda nasıl kullanıldığına ilişkin araştırma yapımları beklenir. Ayrıca Naive Bayes algoritmasına, Enigma'da kullanılan Bayes teoremine ilişkin araştırmalar yapılması istenir. Araştırmanın dijital kaynaklar üzerinden yapılması durumunda ulaşılan bilgilerin doğruluğunun teyit edilmesi, anlamlandırılması, sorgulanması, eleştirel bir bakış açısıyla yorumlanması ve sentezlenmesi hedeflenir. Yapılan araştırmadan elde edilen sonuçların bilimsel bir dille raporlaştırılması beklenir.

**Destekleme** Koşullu olasılık ve Bayes formüllerinin kullanılması karmaşık olduğu için olası tüm çıktıların ve istenen tüm çıktıların farklı gösterimler kullanılarak temsil edilmesiyle daha somut bir yaklaşım tercih edilir. Örneğin istenen çıktılar ve olası tüm çıktıların sayılarının daha görünür olabilmesi için iki yönlü sıklık tabloları kullanılır. Koşullu olasılığın hesaplanmasında işlem kolaylığı için daha uygun sayılar içeren örnek problemler seçilir.

Koşullu olasılık için gerekli çıkarımların daha erişilebilir kılınması amacıyla ipuçları veya gör-seller verilir. Ulaşılan sonuç ve genellemeleri içeren hatırlatma notları, afiş veya posterlerle sınıfta sunularak tartışılır.

## ÖĞRETİM YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 11. SINIF

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER-1 TEMASI

Bu temada öğrencilerin trigonometrik referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara ve bunların nitel özelliklerine ilişkin çıkarımlar yapabilmeleri, trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemler içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme,

**KAVRAMSAL BECERİLER**

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiik Olma

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Öz Farkındalık Becerisi/Kendini Tanıma, SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme SDB1.3. Öz Yansıtma/Kendine Uyarlama, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.1. Uyum SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D12. Sabır

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Fizik, Mühendislik

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.11.1.1. Trigonometrik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme

- Trigonometrik referans fonksiyonların ( $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  ve  $\cot x$ ) tanım ve değer aralığı ile nitel özelliklerini birim çemberi ve matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Trigonometrik referans fonksiyonların nitel özellikleriyle (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, sıfırları, birim birliği, örtenliği, tekliliği-çiftliği, periyodu) matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Trigonometrik referans fonksiyonları, grafik veya cebirsel temsilleri üzerinde yapılan işlemlerle  $k \cdot f(ax \pm b) \pm r$  trigonometrik fonksiyonlarına dönüştürür.
- Trigonometrik referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların grafik temsilleri ile cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Trigonometrik referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleyerek türetilen fonksiyonların nitel özellikleriyle ilgili genellemeler yapar.
- Genellemelerinin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.11.1.2. Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemleri içeren problemleri çözebilme

- Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenleri (değişken, tanım aralığı, değer aralığı, kök, katsayı, derece, sabit terim, periyot) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
- Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi işe koşar.
- Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri işe koşarak doğrular.
- Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Problemin olası çözüm stratejilerini trigonometrik fonksiyon içeren farklı problem durumlarına geneller.
- Genellemelerinin geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Trigonometrik Fonksiyonlar

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Gerçek yaşam durumları, fonksiyonlar ile modellenebilir.
  - Fonksiyonlar, nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.
  - Referans fonksiyonlar, bir fonksiyon grubunun üreticidir.
  - Bir fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktalar, fonksiyonun sıfırları olarak adlandırılır.
  - Fonksiyon grafikleri, cebirsel denklem ve eşitsizlikleri inceleme ve yorumlamanın temel araçlarından biridir.

**Anahtar Kavramlar** birim çember, esas ölçü, radyan, bire birlik, örtenlik, artanlık-azalanlık, maksimum-minimum nokta, maksimum-minimum değer, teklik-çiftlik, fonksiyonun sıfırı, fonksiyonun işareti, periyot, trigonometrik fonksiyon, denklem, kök

**ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)** Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi yoluyla değerlendirilebilir.

Grafik temsili verilen trigonometrik fonksiyonların bire birliğinin, örtenliğinin, periyodunun, maksimum-minimum noktalarının, maksimum-minimum değerlerinin ve tekliği-çiftliğinin belirlenebilmesine yönelik verilen performans görevi; dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

Trigonometrik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermelere yönelik matematiksel doğrulama yapmayı gerektiren çalışma kâğıdı verilebilir. Ortaya konan sonuçlar dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir. Çalışma sonunda öğrenciler, öz değerlendirme formuyla kendilerini değerlendirebilir.

Trigonometrik fonksiyonların periyotlarının belirlenmesini gerektiren gerçek yaşam durumlarına yönelik (bir salıncağın veya dönme dolabın yerden yüksekliğinin zamana bağlı değişimi gibi) araştırma ödevi verilebilir. Verilen ödev; hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemleri işe koşmayı gerektiren grup etkinliğinde her bir gruba çok çözümlü problemlerden oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma kâğıdında grubun ortaya koyduğu cevaplar, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir. Gruptaki her birey, akran değerlendirme formuyla arkadaşlarını değerlendirebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller** Öğrencilerin cebirsel ve grafik temsili üzerinden uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonları ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerini inceleyebildiği, cebirsel veya grafik temsili verilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildiği, öğrendiği referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebildiği, referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabildiği, bir dik üçgende bir dar açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant oranlarını bulabildiği, bu oranlardan yararlanarak bazı trigonometrik özdeşliklere ulaşabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere bir dik üçgende bir dar açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant oranlarını ve dik üçgenden elde edilebilen trigonometrik özdeşlikleri belirleyebilmesine yönelik açık uçlu sorular sorulur. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonlarından türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksikleri, açık uçlu sorular sorularak belirlenebilir. Öğrencilerin referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilmesine ve referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabilmesine dair becerilerinin, kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Trigonometrinin üçgenlerin ölçülmesi anlamına gelmesinden hareketle üçgenin kenarlarıyla açılarının özel ilişkilere sahip olabileceğinden bahsedilir. El-Battani'nin trigonometriyle ilgili çalışmalarına yer verilerek oluşturduğu trigonometri tablosu incelenir. Benzer şekilde Ebülvefa el-Buzcani'nin trigonometrik oranları nasıl hesapladığına ve kullandığına yönelik açıklamalar yapılır (**D6, OB5**).

Öğrencilerin dik üçgende, bir dar açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant oranlarını belirleyebilmelerinden hareketle dar açının değişiminin trigonometrik oranları nasıl etkilediği sorgulanır. Trigonometrinin astronomide yıldızların yükselişi ve yerleşimi, gezegenlerin hareketi, Güneş ve Ay tutulmaları gibi açısal ölçüm gerektiren problemlerin çözümünde çok eski tarihsel dönemlerde kullanıldığı; örneklerle anlatılır (**E1.1**). Farklı disiplinler için trigonometrinin önemi ve kullanım yerleri açıklanabilir. Örneğin Piri Reis'in çizdiği dünya haritasında küresel trigonometriyi neden kullandığı incelenerek harita mühendisliği ve coğrafya disiplinleri arasında ilişki kurulabilir (**OB5, D6**). Buna ek olarak trigonometrik fonksiyonların öğrenciye karmaşık gelebilecek yapısı göz önüne alınarak materyal tasarımına yer verilebilir. Öğrencilerin kendilerini yetersiz veya başarısız hissetmemesi için konunun anlaşılmasında önemli bir yer tutan grafik temsilleri matematik yazılımlarıyla veya posterlerle desteklenir (**OB2**). Ayrıca trigonometrik oranları bulma ile ilgili öğrenme güçlüklerinin ve motivasyon problemlerinin belirlenebilmesi için öğrencilerden yansıtma günlükleri tutmaları istenebilir. Böylece öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçları hızlı bir şekilde belirlenebilir ve olası sorunlara karşı gerekli önlemler alınır (**SDB1.3**).

## Öğretme-Öğrenme

### Uygulamaları MAT.11.1.1

Dik üçgende belirlenebilen trigonometrik oranların birim çember yardımıyla gösterilebileceği fikri öğrenciye sunulur. Yönlü açı kavramı birim çember üzerindeki noktalarla ilişkilendirilerek açıklanır. Açı ölçme birimleri radyan ve derece olarak alınır ve bu birimler birbirine dönüştürülür. Bir tam çemberin merkez açısının ölçüsünün  $360^\circ$  ve  $2\pi$  radyan olmasından hareketle esas ölçü kavramı hakkında bilgi verilir. Birim çember içinde bir köşesi orijin, bir köşesi verilen nokta, son köşesi de verilen noktanın apsisi ya da ordinatı olan bir dik üçgen oluşturulur. Hipotenüsün 1 birim uzunluğunda olmasından hareketle herhangi bir noktanın apsisinin açının kosinüs değerini, ordinatının ise sinüs değerini verdiği gösterilir. Ayrıca çizilen dik üçgenin trigonometrik oranlarının birim çember üzerinde seçilen noktaya bağlı olduğunu öğrencinin fark etmesi sağlanır. Çember üzerindeki her bir noktaya karşılık gelen pozitif yönlü açı değerinin trigonometrik oranları değiştirmesinden hareketle  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ ,  $y=\tan x$  ve  $y=\cot x$  ilişkileri kurulur. Bu ilişkiler genellenerek her bir gerçek sayıya (Birim çember üzerindeki (1,0) noktası 0 gerçek sayısı ile çakışacak şekilde pozitif sayılar saat yönünün tersinde, negatif sayılar saat yönünde birim çembere sarılır.) birim çemberde bir yay uzunluğunun ve buna bağlı olarak bir açının karşılık getirilebileceği açıklanır. Buradan hareketle gerçek sayılarda trigonometrik fonksiyonların nasıl tanımlanabileceğine yönelik sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.2**). Bu ilişkiler uygun tanım ve değer aralığına sahip trigonometrik referans fonksiyonlar olarak tanımlanır.

Öğrencilerin birim çemberden yararlanarak  $f(x) = \sin x$  ve  $f(x) = \cos x$  fonksiyonlarının gerçekte sayılarda tanımlı olduğunu ve bu fonksiyonların değer aralıklarının  $[-1,1]$  olduğunu keşfetmelerine yönelik çalışmalar yapılır.  $f(x) = \tan x$  ve  $f(x) = \cot x$  fonksiyonlarının tanım ve değer aralıkları;  $\tan x = \sin x / \cos x$ ,  $\cot x = \cos x / \sin x$  eşitlikleri kullanılarak oluşturulan tablo veya birim çember yardımıyla belirlenir (OB4). Elde edilen bilgilerden yararlanılarak trigonometrik referans fonksiyonların grafikleri kâğıt ve kalemle veya öğrencilerin dijital araçlarla iş görme becerilerini geliştirmek için matematik yazılımları kullanılarak çizilir (OB2, MAB5). Grafik temsilleri yorumlanarak bu fonksiyonların nitel özelliklerinin neler olabileceğine yönelik sınıf içi tartışmalar yapılır ve öğrencilere açık uçlu sorular sorulur. Bu tartışmalar yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve etkileşim sağlamaları beklenir (SDB2.1, SDB3.3). Öğrencilerin trigonometrik referans fonksiyonların matematiksel temsilleriyle nitel özellikleri arasındaki ilişkileri belirleyebilmesi beklenir. Bu noktada, grafik temsilleri belirlenen referans fonksiyonların periyodik olduğu gösterilerek bu fonksiyonların periyotlarının belirlenmesi istenir. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = \sin x$ ,  $f(x) = \cos x$ ,  $f(x) = \tan x$  ve  $f(x) = \cot x$  fonksiyonlarının grafiklerine uygulanan dönüşümler ile  $k \cdot (f(ax + b) + r)$  fonksiyonları elde edilir ve bu fonksiyonlar cebirsel temsillerle ifade edilir (E3.6, E3.7). Bu dönüşümler elde edilip yorumlanırken matematik yazılımlarından yararlanılır (MAB5, OB2). Cebirsel temsili verilen trigonometrik fonksiyonların katsayılarıyla grafik temsili arasındaki ilişkiler yorumlanır (MAB3). Trigonometrik referans fonksiyonların grafik temsillerine dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımlar geliştirilir. Varsayımlar geliştirilirken cebirsel ve grafiksel incelemelerin birlikte yürütülmesine önem verilir. Örneğin bir trigonometrik fonksiyonun artanlığına veya azalanlığına yönelik varsayımlar geliştirilirken o fonksiyonun grafik üzerinde gözlemlenen maksimum-minimum noktaları ve artan veya azalan olduğu aralıklar ile fonksiyonun cebirsel ifadesi arasında ilişki kurulur. Trigonometrik referans fonksiyonlarda açı indirgemeye ve fonksiyon değerlerinin sıralamasına yönelik varsayımlar, bu fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek elde edilir. Varsayımlara yönelik farklı örnekler incelenerek trigonometrik fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemelere ulaşılır. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler, matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Genellemelerden elde edilen önermeler, fizikte Newton'ın hareket yasaları, sabit ivmeli hareket ve vektörler gibi trigonometrik fonksiyonların etkin bir şekilde kullanılabileceği konularda değerlendirilir. Örneğin uzunluğu verilen bir basit sarkacın hareketi sırasında yerden yüksekliği, sarkacın dikey düzlemle yaptığı açıya bağlı olarak bilimsel bir bakış açısıyla trigonometrik fonksiyonlarla modellenir (D4). Günün belli bir saatinde bir nesnenin gölge boyunun hesaplanmasında da benzer modellemeler yapılır. Böylece öğrenciler, trigonometrik fonksiyonlarla ilgili geliştirdikleri önermelerin gerçek hayattaki pek çok problemin çözümünde etkin bir şekilde kullanılabileceğini fark edebilir. Bu sayede öğrencilerin yeni ve belirsiz olan gerçek yaşam durumlarını anlaması ve bu durumlarla başa çıkmak için düşünce biçimlerini geliştirerek olumlu ve çözüm odaklı bir düşünce biçimini benimsemeleri desteklenir (SDB3.1, D12). Trigonometrik fonksiyonların periyotlarının belirlenmesini gerektiren araştırma ödevi verilebilir.

Trigonometrik fonksiyonların matematiksel temsilleri, dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermeler işe koşularak nasıl matematiksel doğrulama veya ispat yapılabileceği gösterilir. Örneğin bir trigonometrik fonksiyonun belli bir tanım aralığındaki sıfırlarının sayısı ile fonksiyonun periyodu arasındaki ilişkiyi ifade eden önermeler cebirsel olarak ispatlanır. Ayrıca açı indirgeme varsayımlarından elde edilen (her  $x \in \mathbf{R}$  için  $\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ ) gibi önermelere ilişkin ilgili fonksiyonun grafik temsili verilir veya bi-



rim çember kullanılarak matematiksel doğrulama yapılır. Cebirsel ispat yapılırken mantıksal bağlaç ve niceleyicilerin etkin bir şekilde kullanılabilmesi beklenir. Bu aşamada öncelikle önermeler öğrenciler tarafından çözümlenir ve sonrasında bireysel olarak matematiksel doğrulama yapabilmeleri için önermelerden oluşan çalışma kâğıdı öğrencilere verilebilir. Çalışma kâğıdında cevaplanan sorulara ilişkin olarak öğrenciler kendilerini öz değerlendirme formu ile değerlendirir (**SDB1.1, SDB1.2**). Yapılan matematiksel doğrulama ve ispatların kullanılabilirliği değerlendirilir.

#### **MAT.11.1.2**

Cebirsel ifadesi  $f(x) = k \cdot \sin(ax \pm b) \pm r$ ,  $f(x) = k \cdot \cos(ax \pm b) \pm r$ ,  $f(x) = k \cdot \tan(ax \pm b) \pm r$  ve  $f(x) = k \cdot \cot(ax \pm b) \pm r$  şeklinde verilen trigonometrik fonksiyonlarla oluşturulan denklemlere ilişkin periyot, kök, çözüm kümesi, tanım aralığı, değer aralığı ve sabit terim gibi matematiksel bileşenler belirlenir. Bu bileşenlerin aralarındaki ilişkiler kullanılarak  $f(x)=0$  ve  $f(x)=g(x)$  trigonometrik denklemlerinin tanımlanması sağlanır.

Trigonometrik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonları içeren problem durumlarından elde edilen denklemlerin matematiksel temsilleri arasında (sözel, tablo, grafik, cebirsel) dönüşüm yapılır. Bu temsiller arasındaki geçişlerin gösterilebilmesi için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanılır (**OB2, MAB5**).

Problemlerden elde edilen denklemlerin çözümlerine ulaşabilmek için problem durumunda geçen fonksiyonun belirli noktadaki değerlerini yorumlama, tamkareye tamamlama, açı indirgeme, trigonometrik özdeşlik kullanma ve grafik temsilinden yararlanma gibi yöntemler kullanılır. Denklemlerde kullanılan trigonometrik fonksiyonun periyodu denklemlerin çözümünde yorumlanır. Burada kullanılan trigonometrik denklemlerin en fazla ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler olması dikkat edilir. Denklemlerin çözümünde elektronik tablo ve matematik yazılımlarından yararlanılır (**OB2, MAB5**). Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji seçilerek denklemler ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri elde edilir. Elde edilen çözüm kümelerinin doğruluğuna ilişkin sonuçlar farklı çözüm stratejileriyle kontrol edilir. Örneğin  $0 < x < 2\pi$  olmak üzere  $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \cos x$  denklemini sağlayan köklerin sayısı cebirsel olarak bulunur. Aynı zamanda, denklemleri oluşturan trigonometrik fonksiyonların grafik temsilleri referans fonksiyonlardan hareketle çizilerek kesişim noktaları yorumlanır (**OB4**). Matematik yazılımları kullanılarak sonuçların doğruluğu kontrol edilir (**OB2**). Çözümün doğruluğunu kontrol etmek için alternatif çözüm yollarına olan ihtiyaç vurgulanır (**SDB3.2**).

Trigonometrik fonksiyonları içeren denklemlerin çözümleri ile ilgili stratejilerden uygun olanlar gerçek yaşam durumu problemlerinde kullanılarak verimlilik ve kullanılabilirlik açısından değerlendirilir. Bu problemlerin farklı yollardan çözülebilmeleri için grup çalışması etkinliği yapılır (**SDB2.2**). Yapılan grup çalışması, grup değerlendirme formu ile değerlendirilir. Bu problemlerde kullanılan gerçek yaşam durumlarının fizik, astronomi ve mühendislik gibi alanlarla ilgili olması beklenir. Örneğin fizikte eğik düzlem, eğik atılan cisim, basit sarkaç problemlerine yer verilir. Çözüme ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanabilmesi için genellemeler yapılır (**SDB3.1**). Bu genellemeler matematiksel bir modele dönüştürülür. Elde edilen matematiksel modeller sınırlılık ve verimlilik açısından değerlendirilir. Konuyla ilgili bir sorunun farklı yollardan çözülmesine yönelik problemlerden oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Böylece öğrenciler alternatif çözüm yolları bulmaya yönlendirilir (**SDB3.2**).

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Sekant ve kosekant fonksiyonlarının birim çember üzerindeki gösterimleri ve diğer trigonometrik fonksiyonlarla ilişkisi ile ilgili araştırma ödevi verilir. Ters trigonometrik fonksiyonların tanım ve değer kümelerini belirleme ödevi verilebilir. Derece ve radyan ilişkisi üzerinden bir dairenin neden  $360^\circ$ 'ye bölündüğünün tarihsel süreci araştırılarak Babil sayılarının araştırılması ve konuyla ilgili sunum hazırlanması istenebilir.

Matematik yazılımları kullanılarak oluşturulmuş çalışmalar bağlamında sinüzoidal dalgalar ve ses sinyali üretimi incelenir. Basit harmonik hareket, dönme dolabın hareketi gibi örnekler bağlamında trigonometrik fonksiyonların periyotlarına ilişkin uygulamalar içeren problemlere yer verilir. Örneğin eğik düzlemdeki bir hareketlinin bir noktadan bir noktaya varış süresi ve ivmesi trigonometrik fonksiyonlarla modellenir. Trigonometrik fonksiyonların kullanıldığı ve öğrencinin fizik dersinden bildiği bileşke vektör, Newton'un hareket yasaları ve eğik atılan cisim gibi bağlamları içeren karmaşık problemlerin çözümleri araştırılır.

**Destekleme** Dik üçgende trigonometrik oranların belirlenmesine yönelik olarak çözülen örneklerin sayısı artırılarak trigonometrik fonksiyonlara geçiş yapılır. Gerçek yaşam durumlarında takvim, saat, hafta gibi örnekler üzerinden periyot kavramının anlamlandırılması sağlanır. Trigonometrik fonksiyonlara ilişkin örnek veya problemlerde hesap makinelerinden veya çevrim içi araçlardan yararlanılır. Trigonometrik fonksiyonlarla ilgili özelliklere ulaşamadığı durumlarda sayısal örnekler kullanılarak öğrencilerden sınırlı genellemeler yapmaları istenir. Trigonometrik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özellikleri incelenirken matematik yazılımlarından yararlanılır.

Trigonometrik fonksiyonların kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri futbol topunun belli bir açıyla ileri hareketi veya dönme dolaptaki birinin yerden yüksekliği gibi öğrencinin ilgisini çeken örneklerle çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılabilir.

Trigonometrik fonksiyonların temsil edilebileceği somut materyaller (analog saat gibi) kullanılabilir. Öğrencilere, trigonometrik fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilme ve bu fonksiyonların grafik temsillerini yorumlayabilmeye yönelik kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek gerekli değerlendirmeler yapılır.

Geri bildirim ve değerlendirmelerde çoklu ortam araçları (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılabilir

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER-2 TEMASI

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda tanımlı üstel ve logaritmik referans fonksiyonlarla bu fonksiyonlardan türetilebilecek fonksiyonlara ve fonksiyonların nitel fonksiyonların özelliklerine yönelik çıkarımlar yapabilmeleri, bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren gerçekte yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 36

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme,

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.3. Öz Yansıtma/Kendine Uyarlama, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D13. Sağlıklı Yaşam, D18. Temizlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık OB8. Sürdürülebilirlik Okuryazarlığı

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Astronomi, Biyoloji, Coğrafya, Fizik, Kimya

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.11.1.3. Üstel referans fonksiyona ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme

- Üstel referans fonksiyonun ( $f(x) = a^x$ ,  $a \neq 1, a > 0$ ) nitel özelliklerini (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, bire birliği, örtenliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Üstel referans fonksiyonun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Üstel referans fonksiyonu grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle  $k \cdot f(ax+b) + r$  üstel fonksiyonuna dönüştürür.
- Üstel referans fonksiyon ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların grafik temsili ile cebirsel temsili arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Üstel referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeler ve türetilen fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili genellemeler yapar.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.11.1.4. Üstel fonksiyonların ters fonksiyonlarını inceleyerek logaritma fonksiyonuna dair çıkarım yapabilme

- Üstel fonksiyonların ters fonksiyonları ile ilgili varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleterek üstel fonksiyonların ters fonksiyonları ile ilgili genellemeler yapar.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Logaritma fonksiyonunu üstel fonksiyonun ters fonksiyonu olarak ifade eden önermeler sunar.
- Logaritma fonksiyonunu gerçek yaşam bağlamında kullanılabilirlik açısından değerlendirir.

MAT.11.1.5. Logaritma fonksiyonunun nitel özelliklerine ve işlem özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- Logaritmik referans fonksiyonları, grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle  $k \cdot f(ax+b) + r$  logaritma fonksiyonlarına dönüştürür.
- Logaritmik referans fonksiyonları ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların grafik temsili ile cebirsel temsili arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Logaritma fonksiyonunun nitel özelliklerine nitel özelliklerini (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, bire birliği) ve işlem özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Logaritma fonksiyonunun nitel özelliklerine ve işlem özelliklerine ilişkin varsayımlarını geneller.
- Genellemelerinin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumdaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

- MAT.11.1.6. Gerçek yaşam durumlarında üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemler çözebilme
- Üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenleri (değişken, tanım aralığı, değer aralığı, kök, katsayı, derece, sabit terim, taban, üs) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
  - Üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
  - Üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
  - Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
  - Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
  - Belirlediği stratejiyi işe koşar.
  - Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri işe koşarak doğrular.
  - Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
  - Problemin olası çözüm stratejilerini üstel veya logaritmik fonksiyon içeren farklı problem durumlarına geneller.
  - Genellemelerinin geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ Üstel Fonksiyonlar, Logaritmik Fonksiyonlar

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Gerçek yaşam durumları fonksiyonlarla modellenebilir.
  - Fonksiyonlar nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.
  - Referans fonksiyonlar, bir fonksiyon grubunun üreticidir.
  - Bir fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktalar fonksiyonun sıfırları olarak adlandırılır.
  - Fonksiyon grafikleri, cebirsel denklem ve eşitsizlikleri inceleme ve yorumlamanın temel araçlarından biridir.

**Anahtar Kavramlar** bire birlik, örtenlik, artanlık-azalanlık, maksimum-minimum nokta, maksimum-minimum değer, teklik-çiftlik, fonksiyonun sıfırı, fonksiyonun işareti, üstel fonksiyon, e sayısı, logaritmik fonksiyon, denklem, eşitsizlik, kök, ters fonksiyon

**ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, araştırma ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere üstel ve logaritmik referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara yönelik denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerinden oluşan, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak performans görevi verilebilir. Görevin değerlendirilmesinde analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Üstel ve logaritmik fonksiyonların grafiklerine uygulanan dönüşümlerin fonksiyonun cebirsel temsilinde oluşturduğu değişime yönelik inceleme içeren çalışma kâğıdı kullanılarak değerlendirme yapılabilir. Ayrıca çalışma sonunda öğrenciler, öz değerlendirme formuyla kendilerini değerlendirebilir.

Logaritma fonksiyonunun gerçek yaşamda kullanımına ilişkin verilen araştırma ödevi, derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Fizik, kimya ya da biyoloji alanlarına ilişkin gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemlerde üstel ve logaritmik fonksiyonların nitel özelliklerini ve işlem özelliklerini incelemeyi gerektiren performans görevi; analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Cebirsel ve grafik temsilleri üzerinden uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = x$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonları ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerini inceleyebildiği, cebirsel temsili veya grafik temsili verilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildiği, öğrendiği referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebildiği, referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabildiği, üslü ve köklü ifadelerle işlemler yapabildiği, üslü ve köklü ifadeleri birbirine dönüştürebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksikleri açık uçlu sorular sorularak belirlenebilir. Öğrencilerin referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilmeye, referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabilmeye dair becerilerinin, kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılır. Üslü ve köklü ifadeleri birbirine dönüştürmeyi ve işlem yapabilmeyi içeren açık uçlu sorular sorulur.

**Köprü Kurma** Farklı disiplinlerde karşılaşılan ve üslü sayılar ile ifade edilebilen ilişkiler incelenerek öğrencilerin üstel fonksiyonlara olan ihtiyacı fark etmeleri sağlanır. Örneğin biyolojide uygun bir ortamda bulunan hücrelerin düzenli bir şekilde bölünerek çoğalması ( $1, 2^1, 2^2, 2^3$  gibi) durumda belli bir süre sonunda ortamda bulunan hücre sayısı belirlenerek tabloya işlenebilir. Elde edilen verilerden hareketle üstel fonksiyonların nasıl tanımlanabileceği ve nitel özelliklerinin neler olabileceği üzerine tartışılır. Üstel ve logaritmik fonksiyonların mühendislikteki kullanımında önemli bir yer teşkil eden  $e$  sayısının doğal bir sabit olduğu ile ilgili incelemeler yapılır. Bu noktada  $e$  sayısının mühendislik, biyoloji ve coğrafyada doğrusal olmayan büyüme veya değişim modellerinin temsilinde, finansal matematikte yatırımların zamanla nasıl büyüdüğünün belirlenmesinde ortaya çıktığı bir veya iki örnek durum üzerinden açıklanır (**E1.1, OB3**). Ayrıca öğrencilerden ilk derslerin hemen ardından üslü ve köklü işlemler konuları ile ilgili yaşadığı zorlukları ve motivasyon problemlerini anlamak için yansıtıcı günlükleri tutması istenebilir. Böylece öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçları hızlı bir şekilde belirlenebilir ve olası sorunlara karşı gerekli önlemler alınabilir (**SDB1.3**).

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.11.1.3

Üslü sayılar ile ifade edilebilen ilişkiler gerçek yaşam verileri kullanılarak (biyolojide hücrelerin bölünerek belirli bir örüntü oluşturacak biçimde zamana bağlı olarak sayılarının katlanarak çoğalması gibi) incelenir. Elde edilen veriler tablo ve grafik ile gösterilir. Cebirsel ifadesi  $f(x)=a^x$  olan fonksiyon tanımlanarak bu fonksiyonun grafik temsili elde edilir. Bu fonksiyonun nitel özellikleri  $a$  sabitinin değerlerine göre (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, artanlığı-azalanlığı, bire birliği, örtenliği) grafik temsiliyle ilişkilendirilerek belirlenir. Bu noktada özel olarak  $e$  sabit sayısı ve cebirsel ifadesi  $f(x)=e^x$  olan fonksiyon üzerinde durulur. Cebirsel ifadesi  $f(x)=a^x$  olan fonksiyonun grafiğine uygulanan dönüşümler ile  $f(x)=k.a^x$ ,  $f(x)=a^x \pm r$  ve  $f(x)=k.a^{(m.x \pm n)} \pm r$  cebirsel temsillerine ulaşılır. Bu dönüşümler elde edilip yorumlanırken öğrencilerin dijital araçlarla çalışma becerilerini de destekleyecek şekilde matematik yazılımlarından yararlanır (OB2). Fonksiyonların grafik temsilleri üzerinde yapılan bu işlemler ile elde edilen fonksiyonların cebirsel temsillerindeki katsayılar arasındaki ilişkiler yorumlanır.

Cebirsel temsilleri  $f(x)=k.a^x$ ,  $f(x)=a^x \pm r$  ve  $f(x)=k.a^{(m.x \pm n)} \pm r$  olarak verilen fonksiyonların grafik temsili bulma çalışmaları yapılır. Cebirsel temsili verilen fonksiyonun grafik temsili işaretini, eksenleri kestiği noktaları bulmaları için öğrencilerden elde ettikleri sonuçları hem kâğıt ve kalemle hem de matematik yazılımları ile karşılaştırmaları istenir. Bu incelemeler aynı zamanda fonksiyonun (varsa) sıfırı, işareti, artanlığı-azalanlığı cebirsel incelemeler ile eşleştirilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=a^x$  fonksiyonunun grafik temsiline dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair varsayımlar (örneğin  $a$  değerinin fonksiyonun artanlığı-azalanlığı ile olan ilişkisi, üstel fonksiyonun hangi durumda sıfırının olabileceği) öne sürmeleri beklenir. Farklı üstel fonksiyon örnekleri incelenerek bu örneklerin öğrencilerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığı kontrol edilir. Bu varsayımlardan üstel fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemeler elde edilir. Varsayımlar ile genellemeler karşılaştırılarak elde edilen önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Bu önermelerin kullanılabilirliği ekonomi (bileşik faiz/kâr payı hesabı, yatırımların üstel artışı ile gelirin değerlendirilmesi), coğrafya (belirli bir nüfus artış hızına göre belirli bir süre sonunda nüfusun belirlenmesi) gibi farklı disiplinlerde karşılaşılan problemler aracılığı ile değerlendirilir (OB3, SDB3.3).

### MAT.11.1.4

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=a^x$  fonksiyonundan hareketle bağımlı ve bağımsız değişkenin yer değiştirdiği durum tablo temsili kullanılarak incelenir. Bu inceleme sonucunda öğrencilerden  $f(x)=a^x$  fonksiyonunun ters fonksiyonunun tablo ve grafik temsiline dair varsayımlarda bulunması beklenir. Böylece  $f(x)=a^x$  fonksiyonundan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarının grafiklerine dair genellemeler yapılır. Bu genellemeler uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=a^x$  fonksiyonu ile  $f^{-1}(x)=\log_a x$  fonksiyonunun grafik temsilleri arasındaki ilişkiler, kâğıt ve kalem veya matematik yazılımları kullanılarak kontrol edilir (OB2, MAB5). Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=a^x$  fonksiyonlarından türetilen fonksiyonların terslerinin cebirsel temsillerinin birer fonksiyon olmasına ilişkin şartlar önerme olarak sunulur. Bu önermelerden hareketle fonksiyonların terslerinin cebirsel temsilleri elde edilir. Öğrencilerin üstel ve logaritmik fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden bir fonksiyonun  $y=x$  doğrusuna göre simetriği ile fonksiyonun tersinin cebirsel temsili arasındaki ilişkiye dair çıkarımda bulunmaları sağlanır. Örneğin öğrencilerden  $f(x)=a^x$  fonksiyonunun artanlığı-azalanlığı ile  $f^{-1}(x)=\log_a x$  fonksiyonunun artanlığı-azalanlığı arasında çıkarımda bulunmaları beklenir. Burada özel olarak cebirsel temsili  $f(x)=e^x$  olan fonksiyonun tersi olan fonksiyonun cebirsel temsili  $f^{-1}(x)=\ln x$  olduğu ve doğal logaritma fonksiyonu olarak adlandırıldığı üzerinde durulur. Öğrencilerin üstel ve

Logaritmik fonksiyonların ters fonksiyonlarını matematiksel araç ve teknolojiden yararlanarak bulmaları desteklenir (OB2, MAB5). Elde edilen logaritma fonksiyonunun kullanışlılığı gerçek yaşam durumları üzerinden incelenir. Örneğin deprem şiddeti, ses şiddeti, çözeltilerin pH seviyesi gibi niceliklerin ölçülmesini içeren uygun problemler bağlamında logaritma fonksiyonunun kullanımı değerlendirilir. Ayrıca arkeoloji ve kimya disiplinleri bağlamında fosillerin yaşının hesaplanmasında kullanılan karbon-14 yöntemi incelenebilir. Bu yöntemde logaritma fonksiyonu kullanılarak fosillerin yaşı hesaplanabilir (D4). Logaritma fonksiyonunun derste ele alınmayan farklı gerçek yaşam bağlamlarında kullanımına ilişkin araştırma ödevi verilebilir. Logaritma fonksiyonunun tarihsel gelişimi bağlamında Gelenbevi İsmail Efendi ve John Napier'in çalışmaları incelenir (D6).

### MAT.11.1.5

Cebirsel temsili  $f(x)=\log_a x$  referans fonksiyonlarına örnek teşkil eden gerçek yaşam durumları grafik ve tablo yöntemiyle ele alınır. Tablo ve grafikler üzerinden verilen herhangi bir sayının logaritmasının rasyonelliği tartışılır. Grafik temsiliyle ilişkilendirilerek  $f(x)=\log_a x$  fonksiyonunun nitel özellikleri (tanım aralığı, değer aralığı, işareti, sıfırı, artanlığı-azalanlığı, bire birliği) ve işlem özellikleri (dört işlem, taban ve üs değiştirme gibi) belirlenir (E3.6, E3.7). Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\log_a x$  fonksiyonunun grafiğine uygulanan dönüşümler ile  $f(x)=k.\log_a x$ ,  $f(x)=k.\log_a x \pm r$ ,  $f(x)=k.\log_a(mx \pm n) \pm r$  cebirsel temsillerine ulaşılır. Bu dönüşümler elde edilip yorumlanırken matematik yazılımlarından yararlanır (OB2, MAB5). Cebirsel temsilleri sırasıyla  $f(x)=\log_a x$ ,  $f(x)=k.\log_a x \pm r$ ,  $f(x)=k.\log_a(mx \pm n) \pm r$  olarak verilen fonksiyonların grafik temsilini bulma çalışmaları yapılır (MAB3). Cebirsel temsilleri  $f(x)=\log_a x$ ,  $f(x)=k.\log_a x \pm r$ ,  $f(x)=k.\log_a(mx \pm n) \pm r$  olarak verilen fonksiyonların grafik temsilinde işaretini, eksenleri kestiği noktaları bulmaları için öğrencilerden elde ettikleri sonuçları hem kâğıt ve kalemle hem de matematik yazılımları ile karşılaştırmaları istenir (OB2, OB4, MAB5). İncelemeler kapsamında fonksiyonun sıfırı, işareti, artanlığı-azalanlığı ile ilgili değerlendirmelere de yer verilir. Bu fonksiyonlar için uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\log_a x$  fonksiyonlarının referans alınabileceği belirtilir. Öğrencilere grafik temsiline yapılan dönüşümlerin, fonksiyonun cebirsel temsilde oluşturduğu değişimin incelenmesine yönelik çalışma kâğıdı verilebilir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\log_a x$  fonksiyonunun grafik temsiline dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özellikleri (işareti, sıfırı, artanlığı-azalanlığı, bire birliği) hakkında varsayımlar geliştirilir. Varsayımlar geliştirilirken cebirsel ve grafiksel incelemelerin birlikte yürütülmesine önem verilir. Örneğin cebirsel temsili  $f(x)=\log_2(3x-2)$  olan fonksiyonun en geniş tanım aralığına yönelik varsayım geliştirilir. Varsayımda bulunurken fonksiyonun matematik yazılımları ile elde edilen fonksiyon grafiği ile  $3x-2 > 0$  eşitsizliği arasında ilişkilendirme yapılır (OB2). Benzer şekilde fonksiyonun cebirsel temsiliyle fonksiyonun sıfırı, artanlığı-azalanlığı arasında ilişkiler kurulur. Bu varsayımlardan fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemeler elde edilir ve genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler, matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Örneğin varsayımlar ile genellemeler karşılaştırılarak cebirsel temsili  $f(x)=\log_2(mx+n)$  olan fonksiyonun en geniş tanım aralığının  $(-\frac{n}{m}, \infty)$  olduğuna dair bir önerme sunulur. Logaritmik fonksiyonların matematiksel temsilleri, dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermelere ilişkin cebirsel ispat ve grafiksel doğrulama yapılır. Örneğin cebirsel temsili  $f(x)=\log_2(mx+n)$  olan fonksiyonda  $mx+n > 0$  eşitsizliğinin sağlanacağı bu fonksiyonun tersi alınarak  $f^{-1}(x)=\frac{2^x-n}{m}$  fonksiyonu ile belirlenir.  $f^{-1}$  fonksiyonunun matematik yazılımları ile grafiği çizilerek ispatın doğruluğu kontrol edilir (OB2, MAB5). Ayrıca işe koşulan doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanışlılığının problemler üzerinden değerlendirilmesi beklenir.

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\log_a x$  fonksiyonunda farklı x değerleri için elde edilen sonuçlardan yararlanılarak logaritma fonksiyonunun işlem özelliklerine dair varsayımlar elde edilir.

Örneğin  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=\log_2 x$  fonksiyonunda  $x=2$ ,  $x=4$  ve  $x=8$  için elde edilen  $f(2)+f(4)=\log_2 2+\log_2 4=3$  ve  $\log_2 8=3$  sonuçlarından yola çıkılarak " $m > 0, n > 0$  olmak üzere  $\log_2 m + \log_2 n = \log_2 (m.n)$  elde edilir." varsayımında bulunulur. Bu ve buna benzer varsayımlardan hareketle logaritmik fonksiyonların işlem özelliklerine ilişkin genellemelere ulaşılır.



Genellemelerin, varsayımları karşılayıp karşılamadığı farklı örnekler üzerinden cebirsel olarak veya logaritmik fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden (örneğin cebirsel temsilleri  $f(x)=\log(x^2)$  ve  $g(x)=2 \cdot \log x$  olan fonksiyonların grafiklerinin belirli aralıktaki eşitliği) kontrol edilir. Genellemelerden logaritmanın işlem özellikleri ile ilgili matematiksel olarak doğrulanabilecek önermeler elde edilir. Elde edilen önermelerin fizikte ses düzeyinin belirlenmesi veya deprem büyüklüğünün ölçülmesi gibi farklı disiplinlerde karşılaşılan problem durumları üzerinden kullanışlılığı değerlendirilir. Önermelerini üstel fonksiyonların özelliklerinden yararlanarak ispatlayabilmeleri için öğrencilere gerekli destek verilir. Öğrencilerin bireysel olarak ispatlayabilecekleri logaritmanın bazı işlem özellikleriyle ilgili çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çalışmalar sonunda öğrencilerin matematiksel çaba ve çalışkanlığın bir ürünü olan matematiksel ispatın, matematiksel kavram ve ilişkilerin nedenselliğini anlamlandırmadaki rolünü fark etmeleri sağlanır (D4). Grafik temsili kullanma, logaritmik fonksiyonların işlem özelliklerinden yararlanma gibi matematiksel doğrulama ve ispat yöntemleri kullanışlılık açısından değerlendirilir.

Öğrencilere MAT.11.1.3 ve MAT.11.1.5. çıktılarına yönelik performans görevi verilebilir.

#### MAT.11.1.6

Üstel veya logaritmik fonksiyonların kullanımını gerektiren gerçek yaşam durumu problemleri biyoloji, ekonomi, fizik ve kimya gibi bağlamlarda incelenir. Bu problemlerde üstel veya logaritmik referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklere ilişkin değişken, kök, aralık, çözüm aralığı, çözüm kümesi, sabit terim, taban ve üs gibi matematiksel bileşenler belirlenir. Bu bileşenlerin aralarındaki ilişkiler kullanılarak,  $f(x)=0$ ,  $f(x)=g(x)$ ,  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$  denklem ve eşitsizliklerinin tanımlanması sağlanır. Referans fonksiyonları içeren problem durumlarından elde edilen denklem ve eşitsizliklerin matematiksel temsilleri arasında (sözel, tablo, grafik, cebirsel) dönüşüm yapılır. Öğrencilerin problemin gerektirdiği temsiller arası geçişleri yapabilmesi ve problem çözümlerine analitik ve sistematik bir şekilde yaklaşabilmeleri için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanır (OB2, E3.6, E3.7, MAB5).

Verilen problem durumlarına ilişkin denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmeleri için öğrencilerin belirli değerlerle denklem veya eşitsizliği test etme, logaritmik ve üstel fonksiyonun nitel özelliklerini ve işlem özelliklerini işe koşma, elektronik tablolardan ve grafik temsilden yararlanma gibi farklı yöntemleri kullanmaları teşvik edilir (OB2, MAB5). Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji seçilerek denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri elde edilir. Fonksiyon grafiklerinin, logaritmik ve üstel fonksiyonların işlem özelliklerinin işe koşulması ve matematik yazılımlarından yararlanması gibi farklı yöntemlerle çözümlerin doğruluğunun kontrol edilmesi sağlanır (OB2, MAB5).

Gerçek yaşam durumlarında üstel ve logaritmik fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklerin çözümleri ile ilgili farklı stratejiler belirlenir. Bu stratejilerden uygun olanlar gerçek yaşam durumu problemlerinde kullanılarak verimlilik ve kullanışlılık açısından değerlendirilir. Örneğin Richter ölçeğine göre bir depremin şiddetinin hesaplanması gibi doğa olaylarının logaritmik fonksiyonlarla modellenmesini içeren problemlerde, bulunan çözümlerin kullanışlılığı ve doğal afetlere karşı alınabilecek tedbirlerde (kentsel dönüşüm, deprem sonrası sürdürülebilir yaşam gibi) matematiğin rolü değerlendirilebilir (OB8, D6). Ayrıca kimyada bir çözeltinin pH değerine göre asidik veya bazik olma durumu incelenebilir. Özel olarak temizlik ürünlerinin pH seviyelerinin on tabanındaki logaritmayla ilişkisi gösterilerek temizlik ürünlerinin niteliği konusunda öğrencilerin bilinçlenmesi sağlanabilir (D18). Covid-19 gibi salgın hastalıkların zaman içerisindeki yayılma miktarını belirlemede kullanılan SIR ve SEIR gibi epidemik modeller, üstel ve logaritmik fonksiyonlar bağlamında incelenir. Bu sayede öğrencilerin bulaşıcı hastalıklarla ilgili bilinçlenmesi desteklenebilir (D13). Logaritmik, üstel denklem ve eşitsizliklere ilişkin daha karmaşık problemlere çözümler geliştirilebilmesi için öğrencilerin gruplar hâlinde çalışması sağlanarak iş birliği ve iletişim becerilerinin gelişimi desteklenir (SDB2.1,

**SDB2.2).** Çözümüne ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanabilmesi için genellemeler yapılır (**SDB3.1**). Bu genellemeler, matematiksel bir modele dönüştürülür. Elde edilen matematiksel modeller sınırlılık ve verimlilik açısından değerlendirilir. Öğrencilere konuyla ilgili bir problemin farklı yollardan çözülmesine yönelik çalışma kâğıdı verilebilir. Böylece öğrenciler bir problemin alternatif, daha yalın ve kullanışlı çözüm yollarını araştırmaya teşvik edilir (**SDB3.2**). Öğrencilere bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** e sayısının sabit sayı olduğuna yönelik vurgu, bileşik faiz/kâr payı ve şapka problemi gibi bağlamlarda ortaya çıkan  $f(x) = (1 + \frac{1}{x})^x$  fonksiyonuyla yapılır. Bu fonksiyon elde edildikten sonra matematik yazılımları kullanılarak fonksiyonun son davranışında e sayısına yakınsaması incelenir. Euler formülü ( $e^{i\pi} + 1 = 0$ ) ilgili araştırma projesi ödev verilebilir.

Öğrencilere logaritmanın tarihsel gelişiminin araştırılmasına yönelik araştırma görevi verilir. Araştırma görevinde öğrencilerden John Napier'in  $0^\circ$  ile  $60^\circ$  arasındaki açılar sinüslerini hesapladığı tablo ile logaritma fonksiyonu arasındaki ilişkiye dair çıkarımda bulunmaları istenir. Farklı disiplinlerde karşılaşılan üstel veya logaritmik fonksiyonlara yönelik problemlere (astromide bir cismin yörüngesini tamamlama süresinin belirlenmesi gibi) yer verilir.

**Destekleme** Üstel ve logaritmik fonksiyonlara ilişkin örnek veya problemlerde hesap makinelerinden veya çevrim içi araçlardan yararlanılır. Üstel ve logaritmik fonksiyonlar ile ilgili özelliklere ulaşılmadığı durumlarda öğrencilerden sayısal örnekler kullanarak sınırlı genellemeler yapmaları istenir. Üstel ve logaritmik referans fonksiyonları ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özellikleri incelenirken görselleştirme için matematik yazılımlarından yararlanılır.

Öğrencilere gerçek yaşamla ilişkili verilen örnekler üzerinden üstel ve logaritmik fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilme ve grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır.

Üstel ve logaritmik fonksiyonlar ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır. Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur ve üstel ve logaritmik fonksiyonlar ile ilgili öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

## ÖĞRETMEN

### YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



**NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER-3 TEMASI**

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonların bileşkesine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, bu fonksiyonların işlem özelliklerini yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 36

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.14 Yorumlama

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistemlik Olma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Öz Farkındalık/Kendini Tanıma,  
SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme.

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.11.1.7. Fonksiyonların bileşkesine ilişkin muhakeme yapabilme

- İki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesinden oluşan bir fonksiyonun bileşenlerini belirler.
- İki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesinden oluşan bir fonksiyonun bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.
- İki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesiyle elde ettiği fonksiyonları sembolik bir dile  $(f \circ g)(x)$  ve  $f(g(x))$  dönüştürür.
- Verilen fonksiyonları iki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesine dönüştürür.
- Bileşke fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı olarak bileşke fonksiyonlara ve bileşke fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri geneller.
- Genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Bileşke fonksiyonu gerçek yaşam bağlamında kullanılabilirlik açısından değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.11.1.8. Fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini yorumlayabilme

- Fonksiyonlarda dört işlemin yapılabilme koşullarını inceler.
- Fonksiyonlarda dört işlemi uygun cebirsel veya grafiksel temsillerle ifade eder.
- Fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini, dönüştürdüğü fonksiyonlar bağlamında sözle olarak açıklar.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Fonksiyonlarla İşlemler

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Gerçek yaşam durumları fonksiyonlarla modellenebilir.
  - Fonksiyonlar nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.

**Anahtar Kavramlar** bileşke fonksiyon, bire birlik, örtenlik, artanlık-azalanlık, maksimum-minimum nokta, maksimum-minimum değer, teklik-çiftlik, bileşke fonksiyon, ters fonksiyon

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, araştırma ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Bileşke fonksiyonun nitel özelliklerine ilişkin verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam bağlamında, bileşke fonksiyonların kullanım alanlarını incelemeye yönelik araştırma ödevi, derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Bileşke fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermelerde doğrulama veya ispat yapılmasını içeren çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

Fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini yorumlamaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin cebirsel ve grafik temsilleri üzerinden  $f(x)=x$ ,  $f(x)=x^2$ ,  $f(x)=\sqrt{x}$  ve  $f(x)=\frac{1}{x}$  referans fonksiyonları ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerini inceleyebildiği, cebirsel temsili veya grafik temsili verilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildiği, öğrendiği referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebildiği, referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksikleri, açık uçlu sorular sorularak belirlenir. Öğrencilerin referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilmesine, referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabilmesine dair becerilerinin, kavram yanlışlarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla öğrencilere farklı soru türlerinden oluşan hazır bulunuşluk testi uygulanabilir.

**Köprü Kurma** Bugüne kadar öğrenilen tüm fonksiyonlar ve fonksiyonların nitel özellikleriyle ilgili bir kavram haritası oluşturulması istenir. Bu kavram haritası üzerinden öğrencilerin kendi ön bilgilerini değerlendirmeleri beklenir (**SDB1.1**). Birden çok fonksiyonel işlemi sırasıyla yapmanın hangi durumlarda gerekli olduğuyla ilgili sınıf içi tartışma yapılır. Referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlarla referans fonksiyonlar arasındaki ilişki yeniden ele alınır. Örneğin gerçekte sayılarda tanımlı  $f$  fonksiyonunun grafiğinin 2 birim aşağıya ötelenmesiyle elde edilen fonksiyonun cebirsel temsili  $g(x)=f(x)-2$  olmasından yola çıkılarak  $f$  fonksiyonu ve gerçekte sayılarda tanımlı  $h(x)=x-2$  fonksiyonu arasındaki ilişki yorumlanır. Benzer şekilde gerçekte sayılarda tanımlı  $t(x)=(x-2)^2$  fonksiyonundan  $h(x)=x-2$  şeklinde yeni bir fonksiyon tanımlanarak  $t(x)=(h(x))^2$  fonksiyonuna dönüşüm üzerinde durulur. Bu bağlamda dönüşüm sonucu oluşan fonksiyonun birden fazla fonksiyonun sağladığı dönüşümü tek başına temsil ettiğinin fark edilmesi sağlanır.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.11.1.7

Bir referans fonksiyondan türetilmiş fonksiyon örneklerinin cebirsel temsili incelenir. Bu fonksiyonların türetildiği referans fonksiyonlar ve uygulanan dönüşümler ile bunlar arasındaki ilişkiler belirlenir. Bu dönüşümler cebirsel bir işlem olarak yeniden ifade edilerek bileşke işlemi gösterimine geçilir. Bileşkede değişme işleminin olmadığı, fonksiyonların ötelenmesi bağlamında ele alınır. İki farklı fonksiyonun bileşke işlemini göstermek için  $f(g(x))$  veya  $(f \circ g)(x)$  gösterimleri kullanılır (**MAB3**).  $(f \circ g)(x)$  bileşke fonksiyonunun tanımlı olabilmesinin asgari koşullarının belirlenebilmesinde cebirsel ve grafik temsillerin veya tabloların sistematik ve analitik bir şekilde kullanılması sağlanır (**E3.6, E3.7**).  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarından elde edilen  $f \circ g$  ve  $g \circ f$  fonksiyonlarının grafikleri, matematik yazılımları kullanılarak incelenir (**OB4, MAB5**). Bu sayede öğrencilerin dijital araçlarla iş görme becerilerinin geliştirilmesine de katkı sağlanır (**OB2**).

Bir ilişkinin fonksiyon olma şartları ve fonksiyonların nitel özellikleri ele alınarak elde edilen bileşke fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlar geliştirilir. Bu varsayımlar, herhangi bir nitel özelliği verilen fakat cebirsel temsili verilmeyen fonksiyonları da içerir. Örneğin  $f$  veya  $g$  fonksiyonlarının bire bir, örten, artan-azalan, tek-çift olmasına yönelik kabuller verilerek  $f \circ g$  veya  $g \circ f$  fonksiyonlarının nitel özellikleri hakkında varsayımlar geliştirilir. Gerçekte sayılarda tanımlı bir fonksiyon ile tersi olan fonksiyonun bileşkesinin  $f(x)=x$  fonksiyonunu verdiği yönelt varsayıma ulaşmaları beklenir. Ancak keyfi fonksiyonlar üzerinden bileşke işleminin ve ters fonksiyonun özellikleri konusuna

$[(fog)^{-1}(x)=(g^{-1}of^{-1})(x), (fo(goh))(x)=(fogh)oh(x)$  gibi] değinilmez. Elde edilen varsayımlar bir araya getirilerek genellemeler oluşturulur. Bu bağlamda sadece gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonlar ele alınır ve mümkün olduğunca bileşke işleminin getirdiği dönüşümler, cebirsel ve grafik temsillerinin eş zamanlı işe koşulmasıyla yorumlanır. Genellemelerin varsayımları karşılayıp karşılamadığı kontrol edilerek bu genellemelerden bileşke fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermeler elde edilir. Bu önermeler, matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Bileşke fonksiyonlara ilişkin önermeler; ekonomi, fizik, kimya ve biyoloji gibi disiplinlerarası ilişkilerde değerlendirilir. Örneğin bir ürünün etiket fiyatına bağlı olarak sırasıyla indirimler uygulanır ve ürünün indirimler sonrası oluşan satış fiyatına vergi kesintileri uygulanır. Son durumda birim adetteki gelir, bileşke fonksiyonlarla modellenabilir (OB3). Ayrıca bir aracın zamana bağlı olarak harcadığı yakıt miktarını modellemek için gittiği yolun zamana bağlı mesafesini modelleyen fonksiyonla aracın harcadığı yakıt miktarını katettiği mesafeye göre modelleyen fonksiyon, bileşke fonksiyon olarak ifade edilir. Bu tür modellemeler, öğrencilerin bilinçli tüketim alışkanlıklarını destekler (OB3, D17). Kimyada şişirilen bir balonun içerisindeki gaz kütlesinin zamana bağlı değişimini veren bir fonksiyon ile gaz basıncının balonun içerisindeki gaz kütlesine bağlı değişimini veren fonksiyondan bileşke fonksiyon elde edilir. Biyolojide bir canlı türü popülasyonunun zamana bağlı değişimini veren fonksiyon ile bu canlı türü popülasyonuna bağlı olarak ortamda kalan yiyecek miktarını veren bir fonksiyon bileşke fonksiyon bağlamında incelenir (D6). Öğrencilere gerçek yaşam durumlarında bileşke fonksiyonların kullanım alanlarını incelemeye yönelik araştırma ödevi verilerek öğrencilerin görev bilincine sahip olması desteklenebilir (D16). Bileşke fonksiyonların nitel özelliklerinden elde edilen önermelerin değerlendirilebileceği çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışmanın sonuçları, öğrenci tarafından öz değerlendirme formu ile değerlendirilir (SDB1.1, SDB1.2).

Öğrencilerin bileşke fonksiyonlara ilişkin elde ettiği önermeleri grafiksel olarak doğrulamaları veya cebirsel olarak ispatlamaları beklenir. Fonksiyonların nitel özelliklerinin tanımları bağlamında cebirsel ispatlarda mantık bağlaçları ve niceleyicilerin özenli bir şekilde işe koşulması sağlanır. Örneğin  $f$  ve  $g$  fonksiyonları bire bir iken  $fog$  ve  $gof$  fonksiyonlarının bire birliğinin cebirsel olarak ispatlanmasında fonksiyonların bire birlik tanımının cebirsel ifadesi kullanılır. Bileşke için tanım ve değer aralıklarının belirlenmesinden ispatın adım adım gerçekleştirilmesine kadar olan süreçte mantık bağlaçları ve niceleyicilerin ispatın sistematikliğini ve matematiksel kesinliğini yansıtacak şekilde işe koşulması beklenir. Ayrıca öğrencilerden “ $f$  fonksiyonu çift ise  $gof$  fonksiyonu çifttir.” gibi önermeleri çalışkanlıklarını ve yaratıcılıklarını destekleyecek şekilde grafiksel olarak doğrulamaları ve cebirsel olarak ispatlamaları beklenir (D4). Bu şekilde yapılan doğrulama ve ispatlar kullanışlılık açısından değerlendirilir. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

#### MAT.11.1.8

Referans fonksiyonlar ve onlardan türetilebilen fonksiyonlarla yapılan toplama ve çıkarma işlemleri, hem cebirsel hem de grafik olarak incelenir. Çarpma ve bölme işlemleri ise sadece cebirsel olarak incelenir. Bu incelemelerden yola çıkılarak fonksiyonlarla dört işlemin tanımlı olabilmesinin asgari koşullarının keşfedilmesi sağlanır. Belirlenen tanım kümelerine göre fonksiyonlarla yapılan işlemler, uygun cebirsel veya grafiksel temsillerle ifade edilir. Örneğin gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  ve  $g(x)=x$  fonksiyonlarıyla elde edilen  $f+g$  ve  $f-g$  fonksiyonlarının cebirsel ve grafik temsilleri oluşturulur. Ardından  $f, g, f+g, f-g$  fonksiyonlarında oluşan değişim, hem grafik üzerinde hem de cebirsel olarak değerlendirilir. Buradan yola çıkılarak iki fonksiyonla yapılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri sonucunda yeni fonksiyonların elde edilebilmesi ile bu iki fonksiyonun tanım kümelerinin ilişkisi; hem sözel hem de cebirsel olarak ifade edilir. Fonksiyonlarla yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde toplama ve çıkarma işlemlerinden farklı olarak fonksiyonların grafik temsillerindeki yapısal değişiklikler matematik yazılımlarıyla gözlemlenir (OB2, MAB5). Öğrencilere fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini yorumlamaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Bileşke fonksiyonlarla yapılan işlemler,  $n$  adet fonksiyondan elde edilen bileşke fonksiyonlara ve bir fonksiyonun  $n$  adet bileşkesinden elde edilen fonksiyonlara genellenir. Periyodik fonksiyonların kullanıldığı bileşke fonksiyon örnekleri incelenir. Bileşke fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerde fonksiyonlar tanım kümesinin elemanı kabul edilerek yeni denklem veya eşitsizlikler oluşturulur. Örneğin her  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) < g(x)$  ise  $(f \circ f)(x) < (g \circ f)(x)$  gibi önermelerin hangi durumlarda mümkün olabileceği tartışılır. Fonksiyonlarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve bileşke gibi fonksiyonel işlemler algoritmik bir dille yapılandırılır.

Bilişim Teknolojileri ve yazılım dersinde kullanılan fonksiyon kavramı araştırılarak iç içe (nested) fonksiyonlar ile bileşke fonksiyonun ilişkisini ortaya koyan örnekler incelenir. Döngüler kullanılarak çözülebilen problemlerin özyinelemeli fonksiyonlarla daha kolay çözülebileceğine yönelik örnekler verilir.

**Destekleme** Bileşke fonksiyonlar ve fonksiyonlarda dört işlem özellikleri incelenirken daha çok sayısal verilerden yararlanır. Örneğin verilen  $f, g$  fonksiyonlarında  $f \circ g$  fonksiyonunu elde etmek yerine anlamlandırma sağlanana kadar  $f \circ g$  fonksiyonunun sayısal değerleriyle işlem yapılabilir. Bileşke fonksiyonunun nitel özellikleriyle ilgili önermeler, sayısal verilerden ve grafik temsillerden yararlanılarak doğrulanabilir. Ayrıca bu ispatların belli aşamaları verilerek ispatı oluşturan diğer aşamaların tamamlanması beklenebilir.

Bileşke fonksiyonlarının kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılabilir. Bileşke fonksiyonlarının temsil edilebileceği somut materyaller kullanılabilir. Öğrencilere bileşke fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilmeye ve grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. Bileşke fonksiyonlar ve fonksiyonlarda dört işlemle ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilebilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılabilir. Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulabilir ve öğrencilerin bileşke fonksiyonlarla ilgili bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenebilir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## GEOMETRİK ŞEKİLLER TEMASI

Bu temada öğrencilerin dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmesi, özel dörtgenler arasındaki ilişkileri yapılandırması, çokgenleri sınıflandırabilmesi, dışbükey çokgenlerin ve özelliklerinin kullanıldığı durumlara ilişkin problem çözebilmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 62

**ALAN  
BECERİLERİ**

MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

KB2.5. Sınıflandırma, KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.13. Yapılandırma

**EĞİLİMLER**

E1.1. Merak, E1.5. Öz güven, E3.5. Açık Fikirlilik, E3.6. Analitiklik, E3.10. Eleştirel Bakma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri**

SDB1.3. Öz Yansıtma / Kendine Uyarlama, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler**

D6. Duyarlılık, D14. Saygı, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri**

OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı, OB9. Sanat Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Görsel Sanatlar, Kimya, Mimarlık, Tıp

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

- MAT.11.2.1. Üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkarak dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme**
- Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve alan özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.*
  - Varsayımlarını kullanarak dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve alan özelliklerine ilişkin genellemeler yapar.*
  - Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve alan özelliklerine ilişkin varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.*
  - Elde ettiği genellemeleri kullanarak dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve alan özelliklerine ilişkin önermeler sunar.*
  - Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve alan özelliklerine ilişkin sunduğu önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.*
  - Elde ettiği önermeleri üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerini kullanarak ispatlar.*
  - İşe koştuğu ispatı kullanışlılık açısından değerlendirir.*
- MAT.11.2.2. Özel dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden hareketle aralarındaki ilişkileri yapılandırabilme**
- Dörtgenlerin özelliklerini kullanarak özel dörtgenler arasında hiyerarşik veya nedensel ilişkiler ortaya koyar.*
  - Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilere dair anlamlı bir bütün oluşturur.*
- MAT.11.2.3. Çokgenleri içbükey veya dışbükey olarak sınıflandırabilme**
- Çokgenleri ayırt etmek için ölçütler/kriterler belirler.*
  - Çokgenleri belirlediği kriterlere göre ayrıştırır.*
  - Ayrıştırdığı çokgenleri tasnif eder.*
  - Çokgenleri belirlediği kritere uygun olarak etiketler/belirler.*
- MAT.11.2.4. Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair çıkarım yapabilme**
- Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair varsayımlarda bulunur.*
  - Varsayımlarını kullanarak dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin genellemeler yapar.*
  - Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin genellemelerini varsayımları ile karşılaştırır.*
  - Elde ettiği genellemeleri kullanarak dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin önermeler sunar.*
  - Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin sunduğu önermeleri problem durumlarına uyarlayarak kullanışlılık açısından değerlendirir.*
- MAT.11.2.5. Çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerini içeren problemler çözebilme**
- Çokgenleri içeren problemlerin bileşenlerini (nicelik, şekil gibi) belirler.*
  - Bileşenler arasındaki ilişkileri belirler.*
  - Problemin bileşenlerini ve aralarındaki ilişkileri uygun matematiksel temsillere dönüştürür.*
  - Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemin öncüllerini ve ulaşmak istediği sonucu kendi ifadeleri ile açıklar.*
  - Problemin çözümü için stratejiler geliştirir.*

- e) Geliştirdiği stratejileri işe koşarak problemi çözer.
- f) Çözümünü kontrol eder ve çözüme ulaştırmayan stratejiyi değiştirir.
- g) Problemin olası farklı çözüm stratejilerini inceler.
- ğ) Çözüme ulaştıran stratejinin/stratejilerin hangi problemlere uyarlanabileceğini geneller ve sınıflar.
- h) Genellemenin geçerliliğini matematiksel argümanlarla değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ Çokgenler

- Genellemeler**
- Çokgenlerin özellikleri ve çokgenlere ilişkin bağıntılar, çokgenlerin üçgenlere parçalanarak incelenmesi ile elde edilebilir.
  - Dörtgenler arasındaki ilişkiler, dörtgenlerin temel elemanları ya da köşegen ve simetri gibi özellikleri kullanılarak oluşturulur.

**Anahtar Kavramlar** içbükey çokgen, dışbükey çokgen, düzgün çokgen, köşegen, deltoid, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare, simetri

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; açık uçlu sorular, doğru-yanlış soruları, kısa cevaplı sorular, çalışma kâğıtları, kavram haritası, tanılayıcı dallanmış ağaç, yapılandırılmış grid ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerin çokgenler ve dörtgenlere ilişkin yaptıkları sınıflandırma, yapılandırma ve çıkarımlara ilişkin bilgi ve becerilerini konuyla ilgili farklı problem durumlarının oluşturulması ve problemlerin çözümü için kullanmalarını sağlayacak bir performans görevi verilebilir. Öğrencilerin çalışmaları, analitik dereceli puanlama anahtarı yardımıyla değerlendirilebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin 9. sınıftan üçgenin temel elemanlarının özelliklerine ilişkin çıkarım yapabildikleri, 10. sınıftan üçgenin yardımcı elemanlarına dair özellikler ve üçgenin alanıyla ilgili çıkarımlarda bulunarak problem çözebildikleri kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin 9. sınıfta üçgende eşlik ve benzerliğe dair çıkarımlarda bulunarak eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarımlarını geometrik problemlerin çözümünde kullanabildikleri kabul edilmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin önceki sınıflarda dörtgenlerin özellikleriyle ilgili edindiği bilgilerden hareketle paralelkenar, dikdörtgen ve karenin alan bağıntılarına ilişkin çıkarım yapabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere yöneltilen sorularla onların çokgen ve dörtgenlerle ilgili önceki sınıflarda edindikleri bilgilere dair değerlendirme yapılır. Benzer şekilde üçgenin temel ve yardımcı elemanları ile üçgende eşlik ve benzerliğe ilişkin sorularla da öğrencilerin bu konularla ilgili bilgileri değerlendirilir. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplarla öğrenme eksikleri ve yanlış anlamaları belirlenir ve varsa giderilmesi için uygun görevler ve yöntemler (soru cevap, karşıt örnek verme gibi) işe koşulur

**Köprü Kurma** Öğrencilerin ortaokulda, 9 ve 10. sınıf seviyesinde öğrendikleri üçgenle ilgili bilgilerinin üzerine çokgenlerin ve dörtgenlerin özelliklerini inşa etmeleri beklenir. Öğrencilerin üçgenleri bir araya getirerek oluşabilecek şekillerle ilgili sınıf tartışmaları yapmaları sağlanır. Verilen şekillerin üçgenlere ayrılması sağlanarak da dörtgenlerin özelliklerinin yapılandırılmasına yönelik ön hazırlıklar yapılır. Köprü ya da farklı yapılar da üçgen modellerinin bir araya gelmesiyle oluşan şekil modeller de bu bağlamda incelenebilir. Üçgen ve dörtgenlerin kenar, açı sayıları ve özelliklerinden yola çıkarak diğer çokgenlerin özelliklerinin de benzer şekilde yapılandırılması beklenir.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.11.2.1

Öğrencilerin önceki sınıf düzeylerinden bildikleri dörtgenlerin temel özelliklerinden (iç açı, dış açı, kenar sayısı, köşegen sayısı) yola çıkılarak yapılan örnek çizimlerle bir dörtgenin başka bir temel özelliğinin dışbükeylik-içbükeylik olduğuna dair açıklamalar yapılır. Bu çıktıda sadece dışbükey dörtgenlere ait özellikler incelenir.

Öğrencilerin farklı dörtgenlere ait örnekleri inceleyerek her bir dörtgenin açı, kenar ve köşegen özellikleri ile ilgili varsayımda bulunması sağlanır. Dörtgen örnekleri, çalışma kâğıdı veya matematik yazılımları kullanılarak sunulabilir (**MAB5**). Örneklerin matematik yazılımları kullanılarak sunulmasıyla öğrencilerin dijital araçlarla çalışabilme becerilerinin gelişimi de desteklenir (**OB2**). Öğrenciler, örnekler üzerinden elde ettikleri varsayımlarından genellemeler yapar. Bu süreçte öğrencilerin kendi fikirlerini ve arkadaşlarının görüşleriyle ilgili düşüncelerini paylaşımları desteklenmelidir (**SDB2.1**). Daha sonra öğrencilerin ulaşılan genellemelerin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını belirleyerek genellemelerini; önermeler (“Eşkenar dörtgenin köşegenleri açıortaydır.”, “İkizkenar yamuğun köşegenleri birbirini oranlı olarak böler” gibi) olarak ifade etmesi istenir. Önermelerin değerlendirilmesi sürecinde öğrencilerin sunulan önermeleri dörtgenlere ilişkin başka özelliklerin belirlenmesinde kullanması beklenir.

Benzer bir çıkarım yapma süreci işletilerek, öğrencilerin üçgene ilişkin bilgilerini kullanarak ve farklı dörtgen örnekleri üzerinde çalışmalar yaparak dörtgenlerin simetri (“Paralelkenarın simetri eksenini yoktur.”, “Karenin köşegenleri simetri eksenidir.” gibi) ve alan (“Dörtgenin alanı, köşegen uzunlukları ile köşegenleri arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısıdır.”, “Yamuğun alanı, taban uzunluklarının toplamı ile yüksekliğinin çarpımının yarısıdır.” gibi) özelliklerine ilişkin çıkarımlarda bulunması sağlanır. Bunun yanı sıra öğrencilerden dörtgenle ve üçgenle ilgili çıkarım ve değerlendirmelerini (üçgende benzerlik koşulları ve alan bağıntıları, Pisagor teoremi gibi) kullanarak dörtgenlere ilişkin başka çıkarımlara (“Paralelkenarın köşegenleri alanını dört eş parçaya ayırır.” gibi), özel dörtgenlerden biri olan deltoidin tanımına ve deltoidin açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine öğretmenin rehberliğinde ulaşmaları beklenir. Öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerine dair bilgi ve çıkarımlarının değerlendirilmesi, tanılayıcı dallanmış ağaç ya da doğru-yanlış soruları kullanılarak yapılabilir. Elde ettikleri önermeleri ispatlamak için dörtgenin içinde özelliğe uygun şekilde oluşturulan üçgenlerin açı, benzerlik veya alan özelliklerini işe koşmaları sağlanır. Yapılan ispatların farklı problem durumlarına uyarlanarak kullanışlılık açısından değerlendirmeleri sağlanır.

### MAT.11.2.2

Öğrenciler özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin bilgilerini kullanarak dörtgenler arasındaki ilişkilere dair fikirlerini paylaşırlar. Bunun için öğrencilerin gruplar hâlinde veya sınıfta tartışabilecekleri bir ortam oluşturulabilir. Bu ilişkileri görsel olarak ortaya koyan akış şeması veya kavram haritası yapılabilir. Bu şema veya kavram haritaları, dijital ortamlarda da oluşturulabilir (**OB2**). Yapılan çalışmalarda dörtgenler arasındaki ilişkiler (“Eşkenar dörtgen karşılıklı açıları eşit olan bir deltoiddir.” veya “Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşit olan bir paralelkenardır.” gibi) vurgulanmalıdır. Öğrencilere yöneltilecek açık uçlu sorular ve öğrenci cevaplarına verilen dönütlerle öğrencilerin konu hakkında deltoid ile diğer özel dörtgenler arasındaki benzerlikler (kenar, köşe sayısı gibi) ve farklılıklarla (kenar uzunlukları, köşegenlerin kesişme durumları gibi) ilgili yeni fikirler geliştirmeleri sağlanır (**E3.5**). Öğrencilerin fikirleri doğrultusunda simetri eksenini, paralellik, kenarların uzunluklarının eşit olması gibi özellikler bağlamında dörtgenleri farklı hiyerarşik yapılarda sınıflandırmaları beklenir. Bu sınıflandırmalarda belirlenen hiyerarşik yapıya uygun olmayan dörtgenlerin olup olmadığı da incelenir. Öğretmenin tüm çalışmalara ilişkin sürece soru, yönerge ve açıklamalarıyla rehberlik etmesi beklenir. Öğrencilerin özel dörtgenlerin arasındaki ilişkilere dayalı olarak gerçekleştirdiği yapılandırma süreci ve edindikleri bilgiler, kısa cevaplı sorular veya yapılandırılmış grid kullanılarak değerlendirilebilir.

**MAT.11.2.3**

Öğrencilere farklı kenar sayısına sahip içbükey ve dışbükey çokgen örneklerinin bulunduğu çalışma kâğıtları verilerek örnekleri karşılaştırmaları istenir. Öğrencilerin farklı olduğunu düşündükleri çokgenleri gruplandırmaları istenerek farklı gruplara koydukları çokgenlerin bu görünümünün sebepleri üzerine düşünmeleri sağlanır. Sınıf gruplara ayrılarak her bir gruba verilecek çalışma kâğıdıyla öğrencilerin birlikte çalışmalarına da olanak verilebilir (**SDB2.1, SDB2.2**). Öğrencilerden çokgenleri sınıflamalarını sağlayacak kriterler belirlemeleri istenir ve öğrencilerin belirledikleri kriterler sınıfça tartışılır. Öne çıkan fikirlerden içbükey ve dışbükey çokgenleri ayırmak için kullanılacak kriterler (en az bir iç açının ölçüsünün  $180^\circ$  den büyük olması, çokgenlerin iç bölgesinde alınan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçalarının tüm noktalarının her durumda çokgenin iç bölgesinde kalıp kalmaması gibi) öğrencilerle beraber belirlenir ve gerekçelendirilir. Öğrencilerin grup çalışması içinde üzerine düşen görevleri yerine getirme çabası, sorumluluk bilincine sahip olmalarını ve özgüvenlerinin gelişimini de destekler (**D16, E1.5**). Öğrencilerden belirlenen kriterlere göre çokgenler üzerinde ölçüm ve çizimler yaparak çokgenleri sınıflandırmaları ve oluşturdukları çokgen gruplarını düzenlemeleri istenir (**MAB5**). Oluşturulan gruplarda bulunan çokgenlerin içbükey ve dışbükey olarak adlandırıldığı ifade edilerek farklı çokgenlerin isimlendirilmesi (dışbükey beşgen, içbükey dörtgen gibi) sağlanır. Öğrencilere farklı kültürlere ve Türk-İslam kültürüne ait dışbükey ve içbükey çokgen çizimlerinin bulunduğu motif, süsleme ve dokuma örnekleri sunulabilir. Sunulan örneklerdeki geometrik yapılar incelenerek öğrencilerin kültür ve sanat okuryazarlığı desteklenir (**OB5, OB9**). Ayrıca sunulan bu örnekler aracılığıyla öğrencilerin kültürel mirasa değer vermeye ilişkin duyarlılıklarının artırılması sağlanır (**D6, D14**).

**MAT.11.2.4**

Öğrencilerde konuya dair merak uyandırmak için Farabî'nin dışbükey dörtgen, beşgen ve çokgenleri parçalayarak incelemesiyle ilişkili geometri çalışmalarından bahsedilir (**E1.1**). Farklı kenar sayısına sahip dışbükey çokgen örneklerini kullanarak öğrencilerin çokgenin bir köşesinden kaç köşegen çizilebileceğine ve bir köşeden çizilen köşegenlerle çokgenin kaç üçgene ayrılacağına dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Öğrencilerin örnekler üzerinde yapacakları çizim ve incelemelerle varsayımlarını genellemelere dönüştürmeleri beklenir. Öğrencilerin bir tablo oluşturmaları ve sırasıyla üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen ve yedigen için tespit ettikleri köşegen ve üçgen sayılarını belirlemeleri sağlanır (**MAB3**). Kenar sayısı verilen bir çokgenin bir köşesinden kaç tane köşegen çizilebileceği ve bu köşegenlerle çokgenin içinde kaç tane üçgen oluşabileceğine ilişkin genellemelere sınıf içi tartışma yoluyla ulaşmaları desteklenir. Öğrencilerden ulaşılan genellemeler ile varsayımlarını karşılaştırması ve ulaşılan genellemeleri önermeler ("Bir çokgenin iç bölgesinde belirli bir köşeden çizilen köşegen sayısının bir fazlası kadar üçgen oluşur." gibi) olarak ifade etmesi istenir. Öncelikle çokgenin iç açılar toplamını kenar sayısına bağlı olarak ifade etmeleri ve çokgenlerin dış açılar toplamının kenar sayısından bağımsız olarak  $360^\circ$  olduğu çıkarımını yapmaları beklenir. Daha sonra öğrencilere düzgün çokgen tanımı hatırlatılır ve Ebu Sehl Kühî'nin bazı düzgün çokgenlerin çizimine ilişkin yaptığı çalışmalarla ilgili bilgi verilir. Bunun yanı sıra Türk-İslam mimarisine ait, yapımında düzgün çokgenlerin (düzgün sekizgen ve düzgün altıgenin kullanımı gibi) kullanıldığı eserler incelenerek bu eserlerin yapımında kullanılan düzgün çokgenlerin nasıl ve neden kullanıldıklarına dair araştırma ödevi verilir. Öğrencilerin Türk-İslam kültürüne ilişkin yapacakları bu çalışmalarla kültürü oluşturan unsurları ve kendi kültürlerini fark etmeleri sağlanır. Bu sayede öğrencilerin kültürel mirasa sahip çıkma duyarlılıkları da desteklenir (**OB5**). Bu aşamada öğrencilerin çokgenlerin açı özelliklerine ilişkin çıkarımlarından hareketle düzgün çokgen tanımını da kullanarak bir düzgün çokgenin bir iç ve bir dış açısının ölçüsünü veren bağıntıları kenar sayısına bağlı olarak ifade etmeleri sağlanır. Böylece önceki bilgi ve çıkarımlarını kullanarak ve yorumlayarak yeni sonuç ve çıkarımlara ulaşan öğrencilerin bilgi okuryazarlığı becerileri desteklenmiş olur (**OB1**). Çokgenlere ilişkin yapılan çıkarımların değerlendirilmesi bağlamında ayrıca düzgün beşgen, düzgün altıgen ve düzgün sekizgenin açı özellikleri kullanılarak köşegen ve simetri özellikleri incelenir. Bu çokgenlere dair çıkarımlar ("Düzgün beşgenin tüm köşegen uzunlukları eşittir." gibi) yapılmasını sağlayacak süreç işe koşulur. Öğrencilerin düzgün beşgen, düzgün altıgen ve düzgün sekizgen örnekleri üzerinden kenar sayısı tek veya çift sayı olan düzgün çokgenlerin köşegen ve simetri ("Çift kenar sayısına sahip çokgenlerde en uzun köşegenler simetri eksenidir.", "Düzgün çokgenlerde bir köşeden çizilen açıortaylar simetri eksenidir ve tek nokta-

da kesilir.” gibi) özelliklerine ilişkin genellemeler yaparak çıkarımlarda bulunması sağlanır. Düzgün çokgenlerin köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin yapılan çıkarımlara bağlı olarak düzgün altıgen, düzgün sekizgen ve düzgün onikigenin alanlarının nasıl hesaplanabileceği ve alan özelliklerine ilişkin çıkarımda bulunmalarına yönelik çalışmalar yapılır. Bu süreç sonunda ortaya konan önermeler, farklı problem durumlarına uyarlanarak kullanılabilir. Öğrencilerin çokgenler ve çokgenlerin özelliklerine ilişkin çıkarımlarının değerlendirilmesi için farklı soru türlerinin bulunduğu sınavlar uygulanabilir.

#### **MAT.11.2.5**

Öğrencilere çokgenler ve dörtgenlerin özelliklerine ilişkin çıkarımlarını ve özel dörtgenler arasındaki ilişkilere dair edindikleri bilgi ve becerileri kullanabilecekleri farklı problem durumları sunularak bu problemleri incelemeleri istenir. Öğrencilere sunulacak bu problemlerde çokgen ve dörtgenlerin günlük yaşamda ve başka disiplinlerde kullanımına ilişkin örneklerle özellikle yer verilir. Tekstil ve dokumacılık sektörü, süsleme ve görsel sanatlar, çokgen ve dörtgen kullanılarak oluşturulan eserler, mimari yapılar, yapıların yüzey kaplamaları ve doğada karşılaşılan örneklerle ilgili problem durumlarında çokgen ve dörtgenler kullanılır (**OB4**). Bunun yanı sıra kimyada bileşiklerin, tıp alanında insan yüzüne ait bölgele- rin çokgenlerle modellenmesi ve insanların yaşına bağlı olarak meydana gelen değişimlerin oluşturulan bu çokgenlerde meydana gelen değişimlerle açıklanması gibi örnek durumlara bu problemlerde yer verilir. Problemlerde kullanılacak örnekler seçilirken Türk kültürüne ait yöresel halı dokuma örnekleriyle çokgen ve dörtgenlerin süsleme ve resim sanatındaki kullanımları ele alınarak öğrencilerin kültürü oluşturan unsurlarla kendi kültürünün özelliklerini fark etmeleri sağlanır (**OB5**). Türk kültürüne ilişkin örnekler, öğrencilerin kültürel mirasa ilişkin duyarlılıklarını pekiştirir (**D14**). Öğrencilerin sunulan problem durumlarına ilişkin olarak öncelikle problemin parçaları (sayısal/nicel, görsel/şekil gibi) ve bu parçalar arasındaki ilişkileri belirlemeleri sağlanır. Öğrencilerin özellikle gerçek yaşam durumlarını içeren problemleri analitik bir yaklaşımla matematiksel temsillerle ifade edecek şekilde dönüştürmesi ve problemin bileşenlerini ifade etmesi beklenir (**E3.6, MAB3**). Öğrencilerin problemin çözümü için geliştirdikleri stratejileri uygulayarak problemi çözmeleri ve çözümlerini kontrol etmeleri sağlanmalıdır (**SDB3.3**). Bu tür problemlerin çözümlerinde çokgen olabilme koşullarının verilen noktaların içbükey, dışbükey çokgen olacak şekilde bir araya getirilmesini; pergel, cetvel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımlarının kullanımını, farklı çokgen ve dörtgen çeşitlerinin özelliklerinin kullanımını; içeren stratejiler kullanılır. Daha sonra öğrencilerin farklı çözüm yollarını ve stratejileri eleştirel bir yaklaşımla incelemeleri teşvik edilir (**E3.10**). Bunun için öğrencilerin çözümleri tartışma ortamında ele almaları sağlanabilir. Tartışılan çözüm yolları üzerinden problemin çözümünü sağlayan yolların benzer tüm durumlara genellenip genellenemeyeceği değerlendirilir. Çözüm stratejilerinden hangilerinin hangi tür problemlerde kullanılabileceğine ilişkin (pergel, cetvel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımlarının, çokgenlerin özelliklerinin kullanımı gibi) genellemelerin matematiksel örneklerle desteklenerek değerlendirilmesi yapılır. Öğrencilerden kendi uyguladıkları stratejilerin doğruluğu ya da yanlışlığı üzerinden ayrıca bir değerlendirme yaparak kendilerinin belirlediği stratejileri farklı problem durumlarına uyarlamaları beklenir. Bu değerlendirmeler sonucunda öğrencilerin elde ettikleri genellemeleri farklı problem durumlarına yansıtmaları sağlanır (**SDB1.3**). Öğrencilere farklı disiplinlerde çokgen ve dörtgenlerin kullanımına dayalı problemler içeren çalışma kâğıdı verilerek öğrencilerin problemleri çözmeleri istenir. Öğrencilerin çözüm sürecinde birbirleri ile etkileşim hâlinde çalışmalarını desteklenir.

MAT.11.2.1, MAT.11.2.2, MAT.11.2.3, MAT.11.2.4 ve MAT.11.2.5. çıktıklarına yönelik performans görevi verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Öğrencilerden origamiyle düzgün çokgenler oluşturmaları istenir. Bu oluşumlarda katlamaların nasıl yapıldığı, neden o şekilde katlandığı gibi sorulara cevap vermeleri beklenir. Ayrıca bu düzgün çokgenlerin ötelenmesi, yansıması ve dönmesinden yararlanarak çeşitli desenler elde etmeleri istenir. Bu desenler hazır kâğıtlarla yapılabileceği gibi dijital araçlarla da yapılabilir.

Öğrencilerden doğadaki düzgün çokgen örnekleri (bal peteklerinin altıgen olma sebebi, animasyonlar gibi) hakkında araştırma yaparak çalışmalarını özetlemek üzere afiş hazırlamaları ve bu afişleri sunmaları beklenir. Olanaklar dâhilinde öğrencilerin afişi dijital ortamda geliştirmeleri ve sınıfa paylaşmaları istenir.

Öğrencilere matematik yazılımları kullanılarak çokgenin kenar sayısının artmasıyla oluşan köşegen sayısı ve çokgenin içinde oluşan üçgen sayısındaki değişimleri gösteren bir animasyon hazırlanması ödevi verilebilir.

Çokgenin farklı köşelerden çizilen köşegenlerle veya farklı yollarla üçgenlere parçalandığı durumlarda iç açılar toplamını veren bağıntının nasıl elde edilebileceğine dair bir çalışma yapmaları istenir.

Altın oranın ve yıldızın düzgün beşgenle ilişkisini, Mimar Sinan'ın eserlerinde beşgen kullanılarak oluşturulmuş geometrik desenleri ve Leonardo da Vinci'nin altın oranla ilgili yaptığı çalışmaları araştırmaları istenir.

Matematik yazılımları veya pergeli, ölçüsüz cetvel kullanarak inşa edilebilen düzgün çokgenler, araştırma ödevi olarak verilir. Düzgün yıldız çokgenlerle ilgili araştırma yapılması istenir. Öğrencilerin yaptığı araştırmaları afiş, poster ve çevrim içi uygulamalar kullanarak sınıf arkadaşlarına sunmaları sağlanmalıdır.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin içerik bilgisine ulaşmalarında ve hedeflenen becerileri kazanmalarında çoklu ortam araçlarının (cetvel, gönye, pergeli gibi matematiksel araç gereçler veya matematik yazılımları) kullanımına dikkat edilir. Özellikle dijital etkileşimli içeriklerle uygulama yapma imkânı sağlanır. Öğrencilere temel bilgileri edinebilecekleri farklı görseller içeren çokgen örnekleri sunularak bunlarla ilgili çıkarımlarıyla çıkarım yapma sürecine girmeleri beklenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ TEMASI

Bu temada öğrencilerin iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan gerçek yaşam durumları bağlamında bir istatistiksel araştırma sürecini yürütmesi ve günlük yaşamda karşılarına çıkan iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan veri dağılımlarını eleştirel bir bakış açısı ile değerlendirmesi amaçlanmaktadır

**DERS SAATI** 36

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.18. Tartışma

**EĞİLİMLER** E1.1 Merak, E3.7 SistematiK Olma, E3.8 Merak Ettiği Soruları Sorma, E3.9 ŞüpHe Duyma  
E3.10 Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1 Öz Farkındalık/Kendini Tanıma, SDB2.1 İletişim, SDB3.3 Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D6. Duyarlılık, D7. Dürüstlük, D9. Mahremiyet, D13. Sağlıklı yaşam, D14. Saygı  
D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık

### DİSİPLİNLER ARASI

**İLİŞKİLER** Astronomi ve Uzay Bilimleri, Biyoloji, Ekonomi

### BECERİLER ARASI

**İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.11.3.1. İki nicel değişkenli veri ile çalışabilme ve iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme

- İki nicel değişkenli veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
- Bağlam içerisinde iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma soruları oluşturur.
- İki nicel değişkenli veri toplamak/elde etmek için plan yapar.
- İki nicel değişkenli verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen iki nicel değişkenli verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme [tablo, serpm diyagramı (saçılım grafiği), bölgelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı] araçlarından uygun olanı seçer.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
- İki nicel değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan elde edilen sonuçları yorumlar.
- İki nicel değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan elde edilen sonuçların araştırma sorusuna ne derece cevap verdiğini değerlendirir.

MAT.11.3.2. Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dair istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminlere yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dair istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminlere yönelik hataları ve/veya yanlışlıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dair istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri çürütür veya kabul eder.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ İki Nicel Değişkenli Veri Dağılımları

- Genellemeler**
- Aynı gözlem birimlerinden elde edilen/toplanan verilerden elde edilen iki nicel değişkenli dağılımlar, verilerin birlikte değişebilirliğindeki eğilimine ilişkin bilgi verir.
  - İki nicel değişken arasındaki ilişkililik bu iki değişken arasındaki ilişkili olma durumunu ifade eder.
  - İki nicel değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönü ve gücü sayısal bir değer olan korelasyon katsayısı olarak ifade edilir.
  - İki nicel değişkenin ilişkili olması bu iki değişken arasında bir neden-sonuç ilişkisi olduğu anlamına gelmez.

**Anahtar Kavramlar** iki nicel değişken, veri dağılımları, ilişkililik, evren, örneklem, değişebilirlik, tablo, serpm diyagramı (saçılım grafiği), bölgelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı



**ÖĞRENME****KANITLARI****(Ölçme ve****Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi, kavram haritası, performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerden istatistiksel araştırma sürecinin bütününe değerlendirmeye yönelik bir kavram haritası oluşturmaları istenebilir.

Öğrencilere iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan istatistiksel araştırma sürecinin süreçlerinin bütününe değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Bu performans görevinin sonunda öğrenciler elde ettikleri sonuçların benzerlik/farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapmalıdır. Öğrencilerin gruplarla yaptıkları sınıf içi tartışma etkinlikleri akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME****YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin 9. sınıfta öğrendikleri nicel veri dağılımlarına yönelik betimleme ve karşılaştırma gerektiren araştırma sorusu oluşturabildikleri, araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen nicel verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme araçları kullanabildikleri, nicel verileri analiz ederek yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

Öğrencilerin 10. sınıfta öğrendikleri iki kategorik değişkenin ilişkililiğine dair araştırma sorusu oluşturabildikleri ve oluşturdukları sorular için veri toplayabildikleri/elde edebildikleri kabul edilmektedir. Elde ettikleri/topladıkları iki kategorik değişkenli verilerden hareketle verileri görselleştirebildikleri ve/veya özetleyebildikleri (toplam satır veya sütunlardaki görelî sıklıkları gösteren iki yönlü tablo, koşullu görelî sıklıkları gösteren sütun grafikleri, koşullu görelî sıklıklar gibi), değişebilirlik ve dağılım kavramlarını bildikleri ve verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütününe ilişkin ön bilgilerini değerlendirmek amacıyla beyin fırtınası tekniği kullanılabilir. Öğrencilerin önceki sınıflardaki istatistiksel araştırma sürecine ilişkin deneyimlerini paylaşmaları istenerek istatistiksel araştırma sürecine yönelik ilgi ve merakları gözlemlenir (**SDB2.1**). Bununla birlikte öğrencilere nicel verileri içeren bir bağlama yönelik açık uçlu sorular sorulabilir. Sorular öğrencilerin histogram, nokta grafiği, kutu grafiği gibi görselleştirme araçlarına ve aritmetik ortalama, ortanca, tepe değer, açıklık, standart sapma, beş sayılı özet gibi özetleme araçlarına ilişkin bilgilerini inceleyecek şekilde tasarlanmalıdır. Bu süreç sonunda öğrencilere geri bildirim verilir.

**Köprü Kurma**

Öğrencilerden iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma sorularını incelemeleri ve bu sorulara nasıl cevap verilebileceği üzerine düşünceleri istenir. Araştırma sorularına cevap vermek için ortaokul ve 9. sınıfta öğrenilen çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaparak gösterimi, histogram, kutu grafiği gibi araçların kullanılıp kullanılmayacağı tartışılır. Bu görselleştirme araçlarının her zaman yeterli olup olmayacağı ve yeni görselleştirme araçlarına ihtiyaç duyulacağı öğrencilere sorgulatarak fark ettirilir (**SDB2.1**).

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.11.3.1

İki nicel değişkenli verilerdeki ilişkililiğe yönelik araştırma sorularına kaynaklık eden bağlamlar öğrencilerin ilgi duyduğu/merak ettiği (E1.1) gerçek yaşam durumlarını içermelidir. Öğrencilerin istatistiksel araştırma gerektirebilecek gerçek yaşam durumlarını belirleyebilmeleri için sağlık, eğitim, çevre, doğa veya iklim gibi alanlardan gerçek yaşam durumlarına ilişkin bilgilere ihtiyaç olduğunu gözlemlenmeleri sağlanır (OB1). Toplumsal konulara yer verilmesi öğrencilerin etrafında olup bitenleri merak etme (E3.8) ve merak ettikleri konular doğrultusunda sorular sormasını destekleyerek kendisine, topluma, çevreye ve canlılara karşı hassasiyetle yaklaşmasını destekler (SDB1.1, D6). Öğrenciler bireysel çalışma veya grup çalışması ile belirledikleri gerçek yaşam durumlarını örümcek ağı gibi tekniklerle gösterebilir veya dijital ortamlarda zihin haritası gibi araçlarla oluşturarak paylaşabilir (OB2). Belirlenen gerçek yaşam durumları veri toplamayı gerektirip gerektirmeme kriterine göre sınıf içi tartışmayla incelenir. Bu süreçte öğrencilerin, düşüncelerini ifade etmelerinin yanı sıra diğer arkadaşlarının düşüncelerini nazik bir şekilde dinleyerek onlarla empati kurabilmesine yönelik yönlendirmeler yapılır (SDB2.1, D14).

Öğrencilerin belirlenen bağlamlardan yola çıkarak merak ettikleri soruyu/soruları (E3.8) ifade edebilmelerine izin verilir. Bu aşamada örnek bir bağlamdan hareketle bir araştırma sorusu oluşturulabilir. Örneğin bireylerin boy uzunluklarının inceleneceği bir problemle başlayıp hangi değişkenlerin boy uzunluğu ile ilişkili olabileceğine yönelik sınıf içi tartışma başlatılabilir. Uygun değişkenin belirlenmesi sürecinde öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini dinlemeleri ve bu fikirlerden hareketle yorum yapabilmeleri sınıf içi tartışma ile desteklenir. Tartışma sırasında öğrencilerden farklı bakış açılarını dikkate almaları ve birbirleriyle etkili iletişim kurmaları beklenir (SDB2.1, D14). Bu tartışmanın sonunda öğrencilerle boy uzunğunun zıplama yüksekliği, günlük süt tüketim miktarı (l), uyku süresi gibi değişkenlerle ilişkili olabileceğinden hareketle araştırma soruları oluşturulur. Öğrencilerin farklı bağlamlardan hareketle hazırladıkları araştırma sorularına ilişkin fikirlerini gerekçeleriyle tartışmaları ve bu tartışmalar sonucunda iki nicel değişkenli veri dağılımlarının ilişkililiğine odaklanan istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları sağlanır (SDB2.1).

Ayrıca öğrencilerden farklı disiplinlerle ilişkili araştırma soruları hazırlamaları istenebilir. Örneğin öğrenciler, ekonomi dersi konularından yola çıkarak kişilerin gelir miktarları ile yaptıkları tasarruf miktarı arasında bir ilişkililik olup olmadığını (OB3), astronomi ve uzay bilimleri dersi konularından yola çıkarak gezegenlerin Güneşe olan uzaklıkları ile dönme hızları arasındaki ilişkililiği, biyoloji dersi konularından yola çıkarak omurgalı hayvanların kilosunu ile yaşam süreleri arasındaki ilişkililiği inceleyebilir. Bunun yanında öğrencilerin bilinçli tüketici olmaya dikkat çekmek amacıyla “Ev yaşam alanı ( $m^2$ ) ile tüketilen elektrik miktarı (KWH) arasında bir ilişkililik var mıdır?” şeklinde bir soru üzerinde tartışmaları sağlanabilir (OB3, D17). Bu süreçte öğrenciler tarafından hazırlanacak bazı araştırma soruları sağlıklı yaşama ilişkin duyarlılığı artırma amacı gözetilebilir. Bireylerin spor yapma süresi ile kalp atış hızı arasındaki ilişki üzerine sınıf içi tartışma yapılarak öğrencilerin düşüncelerinin ortaya çıkarılması buna örnek olarak gösterilebilir (SDB2.1, D13).

Öğrencilerle, hazırlanan araştırma sorularına cevap bulabilmek amacıyla veri toplama sürecine geçilir. Bu süreçte verileri öğrencilerin kendilerinin toplayabileceği ya da hazır veri kaynaklarından elde edebileceği ifade edilmelidir. Öğrencileri hazır veriye ulaşırken dijital kaynakları nasıl doğru kullanacaklarına dair bilgi sahibi olmalarına yönelik tartışmalar yapmaya teşvik edecek tasarımlar yapılmalıdır (OB2). Öğrencilerden iki nicel değişkenli veri setlerinin nasıl toplanacağına yönelik veri toplama planı oluşturmaları istenir. Bu plan doğrultusunda veri toplama araçlarını (anket, görüşme, gözlem, ölçüm gibi) belirleyip oluşturmaları, verileri toplamaları ve analize hazır hâle getirmeleri beklenir (OB1). Bu süreçte dijital araçlar oluşturulup kullanılabilir (OB2). Verileri toplarken kişisel verilerin gizliliğine (D9),

tutarlı, tarafsız, doğru ve güvenilir **(D7)** olunmasına dikkat edilmesinin önemine vurgu yapılmalıdır. Ayrıca bu süreçte toplanan verilerin araştırma sorusuna cevap vermesi ile elde edilen sonuçların evrene genellenip genellenemeyeceği, eleştirel bir bakış açısıyla **(E3.10)** tartışılmalıdır. Örneğin A okulunda öğrenim gören 11. sınıf öğrencilerinden belirlenen bir örneklemden elde edilen sonuçlarla B okulunda öğrenim gören 11. sınıf öğrencilerinden elde edilen sonuçların benzerlik/farklılık gösterip göstermeyeceği, bu sonuçların aynı ildeki tüm 11. sınıf öğrencilerine genellenip genellenemeyeceği tartışılır.

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma sorusu/soruları ve veri toplama planları, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı kriterleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Öğrencilerden araştırma soruları bağlamında iki nicel değişken arasındaki ilişkililiği analiz edebilmek için görselleştirme ve özetleme araçlarından [tablo, serpm diyagramı (saçılım grafiği), bölgelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı] öncelikle tablo ile verileri gözlemlemeleri istenir **(MAB3)**. Burada öğrencilerin bir değişkenin değerleri değişirken diğer değişkenin değerlerinin değişimine (veri setindeki değişkenlerin birlikte değişebilirliği) odaklanmaları sağlanır. Korelasyon katsayısının anlamlandırılabilmesi için istatistik yazılımları **(MAB5)** yardımıyla serpm diyagramı oluşturulur ve bölgelere göre sayım oranı hesaplanır. İki değişkenin ilişkililiğinde aykırı değerlerin korelasyon katsayısını etkileyeceği dikkate alınmalıdır.

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen sonuçlara ilişkin öğrencilerle sınıf içi tartışma yapılmalıdır. Öğrenciler, elde ettikleri sonuçları arkadaşlarıyla paylaşarak birbirlerinin düşüncelerini nazik bir şekilde dinlemenin yanı sıra sonuçları kendi sonuçlarıyla arkadaşlarınınkileri karşılaştırabilir **(SDB2.1, D14)**. Bu tartışma sürecinde öğrencilerin iki nicel değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönü (pozitif/negatif) ve gücüne (ilişki yok/zayıf/orta/güçlü) ilişkin yorumlar yapmaları istenir. Sonuçları yorumlarken öğrencilerin iki nicel değişkenli verilerde ortaya çıkan ilişkinin bir neden-sonuç ilişkisi olmadığını ayırt etmelerine yönelik tasarımlar yapılmalıdır. Örneğin atomların ağırlığı ile yoğunluğu arasında pozitif yönde bir ilişki ortaya çıktığında atomların atomik ağırlığı arttıkça yoğunluğunun artma eğiliminde olduğu yorumu yapılabilir. Ancak bu durum, atomun atomik ağırlığının artmasının yoğunluğun artmasına sebep olduğu anlamına gelmemektedir. Atomun farklı özellikleri (metal olup olmaması, katı, sıvı, gaz olma hâli) yoğunluğu etkileyebilir.

Analizler tamamlandıktan sonra öğrencilerin araştırma sorularına dönerek elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri beklenir. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütün bileşenlerini sistematik **(E3.7)** bir şekilde gözden geçirmeleri desteklenmelidir. Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel ifadeler içermesi önemlidir. Bu süreçte ayrıca öğrencilerin seçilen örneklem dağılımından hareketle evren dağılımı hakkında genellemeler yapmaları ve elde edilen sonuçları, belirsizliği dikkate alan bir dille ifade etmeleri beklenir. Öğrencilerden istatistiksel araştırma sürecinin bütünü değerlendirmeye yönelik bir kavram haritası oluşturmaları istenebilir. Bu çığrtıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

### **MAT 11.3.2**

Öğrencilerin günlük yaşamda karşılaştıkları istatistiksel bilgilere eleştirel gözle bakabilmesi **(E3.10)** ve bu bilgileri derinlemesine düşünerek değerlendirmesi önemlidir **(SDB3.3)**. Bu bağlamda öğrencilere iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren çalışma kâğıdı verilerek bunları incelemeleri istenir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda hatanın/yanlılığın neler olabileceği konusunda istatistiksel temellendirme yapmalarına imkan verecek ortamlar oluşturulmalıdır. Buradan hareketle öğrencilerin verilen durumlara şüpheyle **(E3.9)** ve eleştirel **(E3.10)**

bakmaları, istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenmelidir. Öğrencilerin belirlediği hatalar/yanlılıklar tartışmaya açılmalıdır (**SDB2.1**). Öğrenciler ürettikleri fikir ve değerlendirmelerinden hareketle iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri çürütmeli ya da kabul etmelidir. Öğrencilerin bu süreçte hem verileri doğru ve objektif değerlendirmesi hem de bu değerlendirmenin önemini ve yanlılığın yol açacağı olumsuz sonuçları dikkate alması önemlidir (**D7**). Öğrencilere verilen bu çalışma kâğıdı bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Öğrencilerden kendilerine verilen çok değişkenli veri setlerinden hareketle uygun iki nicel değişken belirleyerek bir araştırma sorusu hazırlamaları ve bu doğrultuda istatistiksel araştırma süreci tasarlayarak yürütmelerine yönelik proje hazırlamaları istenir. Öğrencilerin elde ettiği sonuçları sunum, poster, infografik gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşımları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

Öğrencilerden iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik dağılımlar içeren istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumları araştırmaları istenir. Bu durumları araştırırken hangi kaynakları (gazete haberleri, dijital kaynaklar gibi) kullanabileceklerini ve bu kaynakları kullanırken nelere dikkat etmeleri gerektiğine dair paylaşımlar yapmaları beklenir. Bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Örneğin bireylerin beyinlerinin dış kabuk kısmının kalınlığının zekâ düzeyi ile ilişkililiğini inceleyen bir araştırmanın sonuçlarını öğrencilerin değerlendirmeleri istenir. Elde edilen sonuçlar ile görsel (saçılım grafiği) ve sayısal değer (korelasyon katsayısı) arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlı, yanlış veya eksik bilgilerin olup olmadığı incelenerek öğrenciler tarafından değerlendirilir. Öğrencilerin yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, infografik gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak arkadaşları ile paylaşımları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

Öğrencilerden korelasyon katsayısının nasıl hesaplandığına ilişkin kendilerine verilen formülü kullanarak gerçek yaşam durumları üzerinden hesaplamalar yapmaları istenir. Öğrenciler yapılan bu hesaplamalarda teknolojik araçlardan (örneğin hesap makinesi) faydalanabilir. Bu süreçte yaptıkları hesaplamalara ilişkin gerekçelendirmeler yaparak bu gerekçeleri ifade etmeleri beklenir.

Öğrencilerin korelasyonel araştırma yöntemi kullanılarak yapılmış bir bilimsel çalışmayı analiz etmesi arkadaşlarıyla tartışması sağlanır.

**Destekleme** Öğrencilerin iki nicel değişkenin ilişkililiğini içeren istatistiksel araştırma sürecine dahil olmaları için grup çalışması yapılır. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir. Bu sayede öğrenciler ekran öğrenmesi ile istatistiksel araştırma sürecini anlamlandırır.

Öğrencilerin günlük yaşamlarında daha fazla karşılımlarına çıkma ihtimali olan nicel veri setlerinden (boy uzunluğu, sıcaklık değerleri gibi) hareketle araştırma sorusu oluşturmaları, veri toplamaları ve bu verileri analiz ederek yorumlamaları istenir.

Öğrencilerin daha küçük veri setleri üzerine çalışmalarını sağlanır.

Öğrencilere iki nicel değişkenin ilişkililiğine odaklanan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminler daha basit düzeyde (öğrencilerin daha aşina oldukları durumları içermesi gibi) sunulur ve öğrencilerden bunlara ilişkin değerlendirme yapmaları istenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 12. SINIF

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER-1 TEMASI

Bu temada öğrencilerin aritmetik ve geometrik dizilerin özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, gerçekte sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonlar ile gerçekte sayı dizilerini karşılaştırabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 16

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.7. Karşılaştırma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematiğe olma

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D8. Estetik, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Ekonomi, Fizik

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.12.1.1. Aritmetik ve geometrik dizilerin özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme

- Sayı örüntülerinin ardışık terimlerini belirler.
- Ardışık terimler arasındaki ortak fark/oran ilişkisini belirler.
- Sayı örüntülerinin her bir terimini belirlediği ortak farkı/oranı kullanarak ifade eder.
- Ardışık terimler arasındaki ortak farkı/oranı sabit olan örüntülerin genel terimini aritmetik/geometrik dizi olarak açıklar.
- Aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamlarına ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamları ile ilgili genellemeler yapar.
- Aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamlarına ilişkin genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamlarına ilişkin önermeler sunar.
- Sunduğu önermelerin faydasını gerçek yaşam problemleri bağlamında değerlendirir.
- Aritmetik ve geometrik dizilerin sonlu toplamlarına ilişkin elde edilen önermeleri cebirsel olarak ispatlar.
- Aritmetik ve geometrik dizilerin sonlu toplamlarına ilişkin işe koştığı ispat yöntemlerini kullanılabilirlik açısından değerlendirir.

MAT.12.1.2. Gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar ile gerçek sayı dizilerini karşılaştırabilme

- Gerçek sayı dizileri ve gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların özelliklerini belirler.
- Gerçek sayı dizileri ve gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların özelliklerine ilişkin benzerlikleri listeler.
- Gerçek sayı dizileri ve gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların özelliklerine ilişkin farklılıkları listeler.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Diziler

- Genellemeler**
- Dizi, örüntü belirten bir fonksiyondur.
  - Dizi, örüntüleri incelemenin matematiksel araçlarından biridir.
  - Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.

**Anahtar Kavramlar** dizi, genel terim, ortak fark, ortak oran, aritmetik dizi, geometrik dizi, fonksiyon**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ile değerlendirilebilir.

Farklı aritmetik ve geometrik dizi örneklerinin sunulacağı ve bu dizilerin toplamlarına ilişkin önermeler geliştirip bu önermelerin gerçek yaşam durumları bağlamında değerlendirileceği bir performans görevi verilebilir. Bu performans görevi analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Gerçek sayı dizileri ile gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar birlikte incelenip ilişki kurulduktan sonra öğrencilere bu dizi ve fonksiyonların gerçek yaşam durumlarına yansımalarını araştırmayı gerektiren bir performans görevi verilebilir. Performans görevleri, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

## ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin ortaokul seviyesinde edindikleri bilgilerden sayı örüntüleri hakkında çıkarm yapabildikleri ve 9. sınıfta edindikleri bilgilerden hareketle doğrusal değişim içeren bir durumu doğrusal fonksiyonun cebirsel ifadesi olarak genelleyebildikleri kabul edilmektedir. Ayrıca 11. sınıfta cebirsel temsilleri verilen üstel fonksiyonların istenen değerlerini bulabildikleri ve üstel değişimi yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere farklı sayı örüntüleri içeren çalışma kâğıtları verilerek örüntülerin farklı elemanlarını veya kuralını bulma çalışmaları yaptırılır. Tespit edilen hatalar veya öğrenme eksikliklerini gidermek için gerekli açıklama, hatırlatma ve kavramlar arası ilişkilendirmeler yapılır.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin örüntü bilgilerinden yararlanarak örüntünün terimlerinin bir dizi oluşturduğu fikri üzerine tartışmaları sağlanır. Doğrusal ilişki içeren bir gerçek yaşam durumundan elde edilen örüntünün tablo ve cebirsel temsiline bulunması çalışmalarına yer verilerek bu ilişkiyi temsil eden fonksiyonun cebirsel ifadesi ile artış miktarı ve ilk terim ilişkilendirilir.

Doğrusal artış ile üstel artışın karşılaştırılması amacıyla uygun gerçek yaşam durumları (her gün belirli bir sayfa sayısı kadar kitap okuma, bir pastayı dilimlere ayırma, kâğıt katlama gibi) incelenir.

## Öğretme-Öğrenme

### Uygulamaları **MAT.12.1.1**

Öğrenciler gruplara ayrılarak her gruba farklı sayı örüntüleri içeren çalışma kâğıdı verilir. Böylelikle öğrencilerin iletişim ve iş birliği becerilerinin geliştirilmesine olanak sağlanır (**SDB2.2**). Öğrencilerin sayı örüntülerindeki ardışık terimleri inceleyerek bu terimler arasındaki fark ya da orana odaklanmaları istenir. Her grubun kendi sayı örüntülerindeki ardışık terimler arasındaki aritmetik ilişkileri ortaya çıkarmaları istenir. Öğrencilerden ardışık terimleri arasındaki fark ya da oran sabit olan örüntüleri ve terimleri arasında bu tarz bir ilişki olmayan örüntüleri fark etmeleri beklenir. Bu örüntülerin terimlerini ifade etmek için adım sayısı " $n$ " sayma sayısı olmak üzere, örüntünün  $n$ . teriminin  $a_n$  şeklinde temsil edildiği ifade edilerek farklı örnekler üzerinden örüntünün genel terimini bulmaya yönelik çalışmalar yapılır (**MAB3**). Bu dizilerin genel terimlerinin elde edilen ortak fark/ortak oran ile ifade edileceği üzerinde durulur. Bu çalışma sürecinde öğrencilerin kendi düşüncelerini etkin bir şekilde ifade edebilmeleri, arkadaşlarıyla düşüncelerini paylaşabilmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek sözlü/sözsüz iletişimde bulunabilmeleri desteklenir (**SDB2.1, SDB2.2, D14**).

Ardışık terimler arasındaki fark sabit ise bu tür örüntülerin aritmetik dizi, ardışık terimler arasındaki oran sabit ise bu tür örüntülerin de geometrik dizi olarak adlandırıldığı belirtilir. Öğrencilerden verilen farklı aritmetik ya da geometrik dizilerin ilk  $n$  teriminin toplamının ne olabileceği hakkında varsayımlarda bulunmaları istenir. Bu toplamların dizilerin genel terimleri ile ilişkili olup olmadığı incelenir. Öğrencilerin farklı örnekler üzerinden ulaştıkları genellemeleri varsayımları ile karşılaştırmaları beklenir. Buradan yola çıkarak öğrencilerin "aritmetik dizilerde ilk  $n$  terimin toplamının ilk terim ile son terim toplamının terim sayısının yarısı ile çarpımına eşit olduğu", "bir  $a_n$  geometrik dizisinin ilk  $n$  terimin toplamının  $a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$  ye eşit olduğu" gibi önermeler sunmaları beklenir. Elde edilen önermeler, birikim yapma (**D17**), bir sonraki doğum gününün hangi güne geleceğini belirleme, fizik dersinde de yer verilen belli bir yükseklikten serbest bırakılan topun her sıçramasının bir öncekinin yarısı kadar olma durumu gibi gerçek yaşam durumlarında ve farklı problem durumlarında işe koşularak değerlendirilir.

Sonlu aritmetik ve geometrik dizilerin toplamlarına ilişkin elde edilen önermelerin görsel olarak doğrulanması ve cebirsel olarak ispat edilmesi sağlanır. Görsel doğrulamalarda oluşan şekillerin estetik açıdan değerlendirilmesi yapılır (D8). İspat adımlarının sistematik ve aşamalı olarak (E3.6, E3.7) yapılması önemlidir. Görsel doğrulamalar ve farklı cebirsel işlemler incelenerek kullanılabilirlik açısından değerlendirilir.

Öğrencilerden farklı aritmetik ve geometrik dizi örnekleri sunmaları ve bu dizilerin toplamalarını belirlemeleri istenebilir. Öğrencilerin buldukları dizi örneklerinden seçilenler dijital içerik üretme ve paylaşma becerilerini geliştirmelerine destek olacak biçimde çevrim içi araçlardan da yararlanılarak sergilenebilir (OB2, MAB5).

### MAT.12.1.2

Gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar ile gerçek sayı dizilerinin özelliklerinin ilişkilendirilmesi için öğrencilere farklı fonksiyon ve dizi örnekleri sunulur. Örneğin uygun koşullarda tanımlı  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonu ile  $a_n = \frac{1}{n}$  dizisi incelenebilir.  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun alacağı değerler ile  $a_n = \frac{1}{n}$  dizisinin terimlerinin incelenmesi sağlanır. Bu bağlamda fonksiyonun değerleri ile  $a_n = \frac{1}{n}$  dizisinin hangi terimlerinin eşleştiği sorusuna cevap aranır. Daha sonra fonksiyonun değer aralığında eşleşmeyen elemanların olup olmadığı sorularak bu elemanlardan bazılarının tanım aralığından yararlanılarak belirlenmesi istenir. Fonksiyonların nitel özelliklerinden artanlık-azalanlık, dizilerde monoton artan-monoton azalan olarak ifade edilir. Polinom fonksiyonlardan faydalanılarak monoton olmayan diziler için örnek teşkil edecek genel terimlerin yazılması çalışmalarına yer verilir. Benzerliklerin ve farklılıkların incelendiği fonksiyon ve dizi örnekleri incelenir. Fonksiyonlar ile gerçek sayı dizileri arasındaki ilişkiler; "Sayma sayılarında tanımlı fonksiyonlar gerçek sayı dizileri olarak ifade edilebilir", "Diziler, tanım kümesi doğal sayılar olan fonksiyonlardır." gibi çıkarımlarla ortaya konur. Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Aritmetik ve geometrik diziler dışında farklı gerçek sayı dizilerini araştırmaları, bu dizilerin aritmetik ve geometrik diziler ile benzerlik ve farklılıklarını ortaya koymaları istenir. Rekürsif (Özyinelemeli) ve iteratif (yinelemeli) diziler ile bu dizilerin algoritma ve akış şemalarının yazımı araştırma ödevi olarak verilerek örnek uygulamalar istenir. Ayrıca aritmetik dizilerin özyinelemeli dizilere dönüşen örneklerine yer verilir. Toplam sembolleri ve dizilerin bu sembollerle gösterimleri ile ilgili araştırma ödevi verilebilir. Aritmetik ve geometrik seriye örnekler verilerek seri toplamları ile ilgili örnekler yer verilir.

**Destekleme** Aritmetik ve geometrik diziler konusuna ortaokulda öğrendikleri sayı örüntüleri hakkında yapılacak çalışmalarla başlanabilir. Sınırlı sayıda elemanı olan sayı örüntülerini girdi (adım sayısı) ve çıktı (örüntünün elemanı) olarak elektronik tablolarda işleyerek örüntünün kuralını bulmaları ve bu fikri aritmetik ve geometrik dizilere uyarlamaları istenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.





## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER-2 TEMASI

Bu temada öğrencilerin, gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar ile polinom fonksiyonlar arasındaki ilişkilere yönelik analogik akıl yürütebilmeleri, gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarım yapabilmeleri, polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 18

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistemati Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB1.3. Öz Yansıtma/Kendine Uyarlama, SDB2.1. İletişim

**Değerler** D6. Duyarlılık, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Fizik, Mühendislik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil , MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.1.3. Gerçek sayılarda tanımlı doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlar ile polinom fonksiyonlar arasındaki ilişkiyi ifade etmede analogik akıl yürütebilme

- a) Gerçek sayılarda tanımlı doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlarla  $P(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$  formundaki gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların sayısal, cebirsel ve grafiksel özelliklerini gözlemler.
- b) Gözlemlerinden yola çıkarak doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlarla gerçek katsayılı tek değişkenli  $P(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$  formundaki polinom fonksiyonların tanım ve değer aralıkları ile işlem özelliklerinin benzer yanlarını tespit eder.
- c) Tespit ettiği özelliklerden hareketle gerçek sayılarda tanımlı doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlarla  $P(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$  formundaki polinom fonksiyonların aynı aileden olduğuna ve benzer nitel özelliklere sahip olabileceklerine dair çıkarım yapar.

MAT.12.1.4. Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarım yapabilme

- a) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine (tanım kümesi, değer kümesi, bire birliği, örtenliği, işaretleri, sıfırları, teklik-çiftlik) dair varsayımlarda bulunur.
- b) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair varsayımlarını geneller.
- c) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- ç) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair genellemelerinden önermeler sunar.
- d) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair önermelerin faydasını gerçek yaşam durumlarında değerlendirir.

MAT.12.1.5. Polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilme

- a) Polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemlerin çözümü için stratejiler oluşturur.
- b) Oluşturduğu stratejiyi işe koşarak problemi çözer.
- c) Problemin çözümünü kontrol eder.
- ç) Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- d) Problemin olası çözüm stratejilerini farklı problem durumlarına geneller.
- e) Genellemelerinin geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Polinom Fonksiyonlar

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Polinom fonksiyonlar gerçek sayılarda tanımlı fonksiyon ailesine aittir.

**Anahtar Kavramlar** artanlık-azalanlık, bire birlik, örtenlik, teklik-çiftlik, fonksiyonun sıfırı, fonksiyonun işareti, polinom fonksiyon, rasyonel fonksiyon, denklem, eşitsizlik, derece, başkatsayı, sabit terim, kök, çözüm kümesi, çözüm aralığı

**ÖĞRENME****KANITLARI****(Ölçme ve****Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi, proje ödevi, açık uçlu sorular ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Üçüncü ve dördüncü dereceden polinom fonksiyonların matematik yazılımları yardımıyla çizilen grafik temsilleri incelenerek fonksiyonların cebirsel ve grafik temsili arasındaki ilişkilerin belirlenmesine yönelik performans görevi verilebilir. Bu görevin değerlendirilebilmesi için analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Polinom fonksiyonların derecesinin, işaretinin, sıfırlarının, tekliliğinin-çiftliliğinin ve sonsuzdaki davranışının incelendiği sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Ortaya konan veriler; bütüncül dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Polinom ve rasyonel fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerinden oluşan, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak proje ödevi verilebilir. Ödevin değerlendirilmesinde projeye hazırlık, içerik oluşturma ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME****YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin fonksiyonlarla dört işlem ve dönüşüm yapabildikleri, doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların nitel özelliklerini belirleyebildikleri, doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlarla ifade edilen denklem ve eşitsizlikleri çözebildikleri ve ikinci derece bir fonksiyonun cebirsel ifadesini, ifadenin tamkare formunu elde ederek çarpanlara ayırdıkları kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Gerçek yaşam durumu örnekleri üzerinden doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik açık uçlu sorular sorularak öğrencilerin kavram yanılgıları ve öğrenme eksiklikleri belirlenir. Öğrencilerin, bu fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilme becerilerinin, bu konudaki kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılır. Öğrencilerin doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlarla ifade edilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilme becerilerini test etmek için açık uçlu sorular sorulur.

**Köprü Kurma**

Gerçek yaşamda karşılaşılan iki nicelik arasındaki doğrusal veya ikinci dereceden olmayan ilişkilerden yararlanılarak farklı fonksiyon temsillerine olan ihtiyacı fark etmeleri sağlanır. Doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların ortak özellikleri ve bu fonksiyonların cebirsel temsilleri incelenerek aynı cebirsel yapıya sahip daha büyük dereceden fonksiyonların nasıl elde edilebileceği tartışılır. Bu tür fonksiyonların dereceleri değiştiğinde matematiksel temsillerinin ve nitel özelliklerinin nasıl değişebileceği matematik yazılımlarından faydalanılarak tartışılır. Ayrıca doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlarla ilgili öğrenme güçlüklerinin ve motivasyon problemlerinin belirlenebilmesi için öğrencilerden yansıtma günlükleri tutmaları istenir. Böylece öğrencilerin konuya ilişkin ilgi ve ihtiyaçları hızlı bir şekilde belirlenebilir ve konuyu anlatırken yaşanabilecek olası sorunlara karşı gerekli önlemler alınır **(SDB1.3)**.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.12.1.3

Öğrencilere 9 ve 10. sınıfta öğrendikleri doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlar ile ilgili hatırlatmalar yapılır. Doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyon örnekleri incelenerek bunların ortak özelliklerinin neler olduğuna dair sorular sorulur. Öğrencilerden “Bu tür fonksiyonlar bağımlı ve bağımsız değişkenleri, bağımsız değişkenin doğal sayı kuvvetlerini ve gerçek katsayıları içermektedir.” şeklinde cevaplar beklenir. Buradan hareketle öğrencilerin bağımsız değişkenin kuvvetinin doğal sayı olduğu fonksiyonlarda en büyük kuvvetin fonksiyonun derecesini verdiği sonucuna ulaşmaları beklenir. Doğrusal fonksiyonlar ve ikinci dereceden fonksiyonların cebirsel temsilindeki gerçek katsayılar ile bu fonksiyonların grafik temsilleri arasındaki ilişkilerin yorumlanması istenir. Bu fonksiyonlarla dört işlem özelliklerinin uygulanabildiği ve toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin yapılabileceği gösterilir. Özellikle fonksiyonlarla çarpma işlemine vurgu yapılarak öğrencilerden gerçek sayılarda tanımlı iki farklı doğrusal fonksiyonu, bir doğrusal bir ikinci dereceden fonksiyonu ve iki farklı ikinci dereceden fonksiyonu birbirleriyle çarpmaları istenir. Bu çarpımın sonucunda ikinci, üçüncü ve dördüncü dereceden fonksiyonların oluştuğu ifade edilir. Elde edilen fonksiyonların birbirleriyle çarpılarak yeni fonksiyonlar elde edilebileceği gösterilir. Bu fonksiyonlar gerçek katsayıları tek değişkenli  $P(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$  formunda genellenir (**MAB3**). Genellenen bu fonksiyonlar n. dereceden tek değişkenli polinom fonksiyonlar olarak ifade edilir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

### MAT.12.1.4

Birinci ve ikinci dereceden polinom fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden nitel özelliklerinin neler olduğuna ve bu özelliklerin nasıl belirlendiğine yönelik açık uçlu sorular sorulur. En fazla dördüncü dereceden polinom fonksiyonların grafik temsilleri matematik yazılımları kullanılarak oluşturulur. Farklı polinom fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden bu fonksiyonların nitel özellikleri incelenir (**OB4**). Polinom fonksiyonların çarpanlarına ayrılmış formda verilen cebirsel temsili üzerinden hangi nitel özelliklerinin belirlenebileceğine yönelik sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışmalar yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek arkadaşlarıyla etkileşim kurmaları beklenir (**SDB2.1, D14**). Tartışmalar sonucunda öğrencilerin polinom fonksiyonun en fazla veya en az kaç farklı gerçek sıfırının olabileceği, sıfırları ile fonksiyonun işaretini arasında hangi ilişkilerin kurulabileceği, bire birliği, örtenliği, sonsuzdaki davranışı ile ilgili varsayımlarda bulunmaları beklenir. Örneğin bütün sıfırları birbirine eşit ve gerçek sayı olan üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonun bire bir ve örten olacağına, buna karşılık dördüncü dereceden polinom fonksiyonların bire bir olmayacağına dair varsayımlar geliştirilir. Öğrencilerin teklik-çiftlik incelemesi yapabilecekleri uygun polinom fonksiyonların ( $P(x)=x^3 + 3x$ ,  $P(x)=x^4+x^2-5$  gibi) matematik yazılımıyla oluşturulan grafik ve cebirsel temsillerini inceleyerek bu fonksiyonların teklik veya çiftlik durumlarına dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır (**OB2, MAB5**). Benzer şekilde bir polinom fonksiyonun grafik temsiline dönüşümler uygulanır. Elde edilen polinom fonksiyonlar ile dönüştürülen polinom fonksiyon karşılaştırılarak nitel özelliklerle ilgili varsayımlarda bulunulur. Ayrıca polinom fonksiyonların cebirsel temsilleri üzerinden fonksiyonun artan veya azalan olduğu aralıkların belirlenemeyeceğinin fark edilmesi sağlanır. Bu varsayımlardan hareketle polinom fonksiyonların bazı nitel özelliklerine ilişkin genellemelere ulaşılır. Örneğin “ $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $P(x)=x^{2n}$  polinom fonksiyonları ve bu fonksiyonların toplam, fark ve çarpımları çifttir.” veya “ $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $P(x)=x^{2n+1}$  polinom fonksiyonları tektir.” önermeleri oluşturulabilir. Benzer şekilde “ $P(x)$  polinom fonksiyonunun sıfırları k, m ise  $P(k)=P(m)=0$  olur.”, “ $P(x)$  polinom fonksiyonunun sıfırları k, m iken  $a > 0$  olmak üzere  $P(x-a)$  polinom fonksiyonunun sıfırları k+a, m+a olur.” gibi önermeler elde edilebilir (**MAB3**). Elde edilen önermeler polinom fonk-

siyonlarla modellenebilen gerçek yaşam durumlarında değerlendirilir. Bu fonksiyonlar fizik ve mühendislik bağlamında hareket, ivme, kuvvet, enerji, sürtünme gibi alanlarda incelenir. Örneğin yer çekimi etkisinde belirli bir hızla belirli bir yükseklikten aşağı bırakılan bir cismin zamana bağlı yerden yüksekliği polinom fonksiyonlarla modellenebilir. Ayrıca ekonomi bağlamında ürün adedine bağlı maliyet ve kâr fonksiyonları, polinom fonksiyonlar kullanılarak oluşturulabilir (OB3). Biyoloji ve tıp bağlamında kandaki glikoz, üre ve oksijen miktarındaki veya kan basıncındaki zamana bağlı değişim polinom fonksiyonlarla modellenerek incelenebilir (D13). Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir performans görevi verilebilir.

Harezmi, Ömer Hayyam, Ali Kuşçu ve Cahit Arf gibi matematikçilerin polinom fonksiyonlarla ilgili çalışmaları ve Kereci'nin bazı algoritmalarını cebirsel ifadelerde (özellikle de polinomlara) uygulamayı hedefleyen projesi incelenir (D6, OB5). Polinom fonksiyonların tarihsel gelişiminin incelendiği araştırma ödevi verilerek öğrencinin sistematik bir şekilde konunun gelişimini incelemesi teşvik edilir (E3.7).

#### MAT.12.1.5

Rasyonel fonksiyonların iki polinom fonksiyonun birbirine bölümünden oluştuğu ifade edilir. Gerçek yaşam durumlarında polinom veya rasyonel fonksiyonlarla modellenebilen problemler incelenir. Problem durumlarında geçen polinom veya rasyonel fonksiyonların  $ax+b$  veya  $ax^2+bx+c$  şeklindeki cebirsel ifadelerin çarpımı veya bölümü biçiminde verilmesine dikkat edilir. Bu fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmek için deneme yanılma, fonksiyonun nitel özellikleri ve grafik temsilinden yararlanma ve tablo oluşturma gibi yöntemler kullanılır (OB4, E3.7). Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji seçilerek denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri elde edilir. Cebirsel yöntemle  $f(x) < g(x)$  gibi polinomiyal veya rasyonel eşitsizliklerin çözümünde  $h(x)=f(x)-g(x)$  fonksiyonunun işaretini birinci dereceden çarpanlarının işaretine göre belirlemeyi sağlayan işaret tablosu adım adım oluşturulur. Elde edilen çözüm kümelerinin doğruluğu sayısal değerlerle deneme yoluyla veya matematik yazılımları kullanılarak kontrol edilir (MAB2). Öğrencilere polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemlere ilişkin çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma sonunda öğrencilerin kendilerini değerlendirebilecekleri öz değerlendirme formu hazırlanabilir (SDB1.2).

Öğrencilerin polinom ve rasyonel fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizlik çözümleri ile ilgili olası farklı çözüm stratejilerini analitik ve sistematik bir şekilde incelemeleri sağlanır (E3.6, E3.7). Problemlerde çözüme ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanabilmesi için fonksiyonda sıfırlarının birbirine eşit olması veya ikinci dereceden çarpanının gerçek kökünün olmaması durumlarında fonksiyonun işaretine ilişkin çıkarımda bulunma gibi genellemeler yapılır. Bu genellemeler matematiksel bir modele dönüştürülür. Örneğin belirli bir fiyata alınan kartondan küp şeklinde bir kutu oluşturulduğu ve bu kutunun belirli bir birim küp fiyatı üzerinden satıldığı durumda satıcının kâr elde edilebilmesi için kutunun ayrıt uzunluğunun en az kaç birim olabileceğine ilişkin matematiksel modelleme yapılabilir (OB3, D17). Elde edilen matematiksel modeller sınırlılık, kullanılabilirlik ve verimlilik açısından değerlendirilir. Bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Öğrencilerden ara değer teoremini kullanarak bir polinom fonksiyonunun nitel özelliklerine veya  $P(x)=Q(x)$  gibi denklemlerin çözümlerine dair çıkarımda bulunmaları istenir. Örneğin öğrencilerin ara değer teoremi kullanarak bir fonksiyonun sıfırının işaretinin ne olacağına veya  $P(x)=Q(x)$  denkleminin çözüm kümesindeki elemanların hangi ardışık tam sayılar arasında olduğuna dair çıkarımda bulunmaları sağlanır.

İnterpolasyon yöntemi kullanılarak bir polinom fonksiyonun cebirsel temsilinin bulunmasına yönelik çalışmalar yapılır. Örneğin bazı noktalarda aldığı değerleri bilinen bir polinom fonksiyonun cebirsel temsili interpolasyon yöntemi ile bulunabilir. Farklı stratejiler kullanılarak ve elde edilen sonuçlardan yararlanılarak belirlenen cebirsel ifadenin doğruluğu kontrol edilir.

Öğrencilere  $n$ . dereceden gerçek katsayılı bir  $P$  polinom fonksiyonunun katsayıları ile  $P(x)=0$  denkleminin kökleri arasındaki bağıntıları veren Vieta formüllerine yönelik araştırma ödevi verilir. Öğrencilerden araştırma sonucunda ulaşılan verileri kullanarak gerçek katsayılı polinom fonksiyonların sıfırlarının bulunmasına yönelik elde edilen cebirsel formüllerin ispatlanması beklenir. Polinomlarda bölme algoritmasına ve Horner yöntemine yer verilir.

**Destekleme** Üçüncü veya dördüncü dereceden polinom fonksiyonlara  $P(x)=x^3$  ve  $P(x)=x$  fonksiyonların cebirsel ve grafiksel temsillerinin incelenmesi ve ilişkilendirilmesi ile başlanır. Rasyonel fonksiyonlara payı ve paydası birinci veya ikinci dereceden polinomlardan oluşan uygun koşullarda tanımlı  $P(x)=\frac{x-1}{x+1}$ ,  $P(x)=\frac{3x}{x^2+1}$  gibi fonksiyonlar incelenerek başlanır.

Polinom fonksiyonların nitel özelliklerinin incelenmesine yönelik çözülen örneklerin sayısı artırılır ve incelemeler yapılırken matematik yazılımlarından yararlanır. Polinom fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili genellemelere ulaşamadığı durumlarda sayısal örnekler kullanılarak öğrencilerden sınırlı genellemeler yapmaları istenir.

Polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemlerin çözümlerinde hesap makinesi, çevrim içi araçlar veya matematik yazılımlarından yararlanır.

Polinom fonksiyonlar ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam araçları (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır. Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur ve polinom fonksiyonlar ile ilgili öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



**DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ-1 TEMASI**

Bu temada öğrencilerin, fonksiyonların belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitine ilişkin muhakemeler yapabilmesi, limiti kullanarak fonksiyonların belirli bir noktadaki sürekliliğini yorumlayabilmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 34

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.7. Karşılaştırma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistemati Olma, E3.11. Özgün Düşünme

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D5. Dostluk, D8. Estetik, D14. Saygı, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER**

Felsefe, Fizik, Ekonomi, Mühendislik

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER**

MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil  
MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.2.1. Fonksiyonların bir noktadaki ve sonsuzdaki davranışını limit kavramını kullanarak grafikler üzerinden yorumlayabilme

- Bir fonksiyonun belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki davranışını grafiği üzerinden inceler.
- Bir fonksiyonun belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki davranışını limit tanımına dönüştürür.
- Bir fonksiyonun belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitini sözel olarak yeniden ifade eder.

MAT.12.2.2. Cebirsel temsili verilen bir fonksiyonun belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limiti hakkında muhakeme yapabilme

- Bir fonksiyonun tablo, grafik ve cebirsel temsili üzerinde belirli bir nokta civarında veya sonsuzda aldığı değerleri belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir noktada veya sonsuzda aldığı değerler arasındaki ilişkileri tablo, grafik ve cebirsel temsil üzerinde belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarında veya sonsuzda aldığı değerler arasındaki ilişkileri limit tanımını kullanarak dönüştürür.
- Bir fonksiyonun belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitini matematiksel temsillerle yeniden ifade eder.
- Farklı fonksiyonların ve bu fonksiyonlarla yapılan işlemlerin belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitlerine yönelik varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı genellemeler elde eder.
- Genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerini önerme olarak ifade eder.
- Önergelerini farklı problem durumlarında değerlendirir.

MAT.12.2.3. Bir fonksiyonun belirsizlik durumundaki limitini yorumlayabilme

- Bir fonksiyonun belirsizlik durumunu grafik veya tablo kullanarak inceler.
- İncelediği fonksiyonun cebirsel ifadesini belirsizlik durumunu ortadan kaldıracak şekilde dönüştürür.
- Hesapladığı limit değerini, dönüştürdüğü fonksiyon ile başlangıç fonksiyonunun grafiklerini karşılaştırarak yeniden ifade eder.

MAT.12.2.4. Bir fonksiyonun tanımlı olduğu noktalardaki sürekliliğini yorumlayabilme

- Fonksiyonların tanımlı olduğu bir noktadaki değeri ile o noktadaki limitini inceler.
- Fonksiyonların tanımlı olduğu bir noktadaki değeri ile o noktadaki limitini sürekliliğin cebirsel ifadesine dönüştürür.
- Fonksiyonların tanımlı olduğu bir noktadaki sürekliliğini o noktadaki değerinin limitine eşitliği olarak ifade eder.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Limit ve Süreklilik

**Genellemeler** • Limit ve süreklilik, fonksiyonların belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki değişimlerini inceleme araçlarıdır .

**Anahtar Kavramlar** limit, sonsuzluk, belirsizlik, tanımsızlık, yatay asimptot, dikey-düşey asimptot, süreklilik, parçalı fonksiyon, fonksiyonun işareti



**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi yoluyla değerlendirilebilir.

Fonksiyonların limit özelliklerini yorumlamaya ve belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitini bulmaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir. Öğrencilerin kendilerini öz değerlendirme formuyla değerlendirmeleri sağlanabilir.

Belirli bir  $x=a$  noktasındaki limiti  $0/0$  belirsizliğine sahip fonksiyonların gerçek yaşam problemlerinde kullanımına yönelik verilen araştırma ödevi araştırmanın hazırlık, planlama ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeğiyle değerlendirilebilir.

$f+g$ ,  $f-g$ ,  $f \cdot g$ ,  $f/g$ ,  $f \circ g$  ve  $g \circ f$  fonksiyonlarının sürekliliğinin incelenmesine yönelik verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller** Öğrencilerin fonksiyon kavramını yorumlayabildiği, fonksiyonlarla işlemler yapabildiği,  $f(x)=\sqrt{x}$ ,  $f(x)=\frac{1}{x}$  referans fonksiyonları ve bunlardan türetilen fonksiyonlar ile polinom fonksiyonların matematiksel temsillerini oluşturabildiği, bu fonksiyonların cebirsel gösterimindeki katsayıları ile nitel özellikleri arasında ilişki kurabildiği, birinci ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözebildiği, rasyonel fonksiyonları çarpanlara ayırabildiği ve sadeleştirebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin 9 ve 10. sınıfta öğrendiği referans fonksiyonlar, parçalı fonksiyonlar ve polinom fonksiyonlar hakkındaki ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanılgılarını tespit etmek için öğrencilere hazır bulunuşluk testi yapılır. Fonksiyonların grafik temsiline ve nitel özelliklerine ilişkin açık uçlu sorular sorulur. Birinci ve ikinci dereceden denklem çözme bilgisine yönelik kısa cevaplı sorular sorulabilir. İkinci dereceden fonksiyonlarda çarpanlara ayırma bilgisini belirlemek için açık uçlu sorular sorulabilir.

**Köprü Kurma** Referans fonksiyonlar ve polinom fonksiyonlar özelinde fonksiyonların grafik temsillerinin ne gibi özelliklere sahip olduğu kavram haritasıyla belirlenebilir. Arşimet'in  $2\pi$  sayısına ulaştığına yakın bir sayı elde etmek için yapmış olduğu çalışmalar hakkında tartışmalar yapılır (**E1.1**). Öğrencilere grafik temsilleri verilen gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlarda fonksiyonun belirli bir nokta civarında aldığı değerleri belirlemeye neden ihtiyaç duyulabileceğine dair sorular sorulur. Gündelik dilde limit kelimesinin ne anlama geldiği hakkında tartışmalar yapılır. 0,9 gibi devirli ondalık gösterimler incelenerek öğrencilerin bir sayıya yaklaşma hakkındaki düşünceleri geliştirilebilir. Bu bağlamda farklı disiplinlerden örnekler (felsefede Zennon'un paradoksları, mühendislikte bir tahta köprünün üzerindeki yükün sınır değeri olması gibi) üzerinden limit fikrine duyulan ihtiyaç vurgulanır (**E3.11**). Bu sayede ilk defa limit kavramını göreceğ olan öğrencilerin konuyla ilgili ön fikirler oluşturmaları desteklenir.

Fibonacci dizisinin terimleri yazılarak ardışık iki terim arasındaki oranlar, elektronik tablo, hesap makinesi gibi uygulamalarla belirlenir. Terimler büyüdükçe bu oranın altın orana yaklaştığının fark edilmesi sağlanır (**D8**).

Geometrik dizilerin sonlu toplamını veren cebirsel ifade hatırlatılarak, bu dizinin sonsuz elemanlı olması durumunda toplamın cebirsel ifadesiyle ilgili ne gibi değişimler olabileceği tartışılır. Tüm bu tartışmalar yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve birbirleriyle etkileşim sağlamaları beklenir (**SDB2.1**).

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.12.2.1

Gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek bilinen tüm nitel özelliklerin dışında başka ne gibi özelliklerin olabileceği ile ilgili sınıf içi tartışma yapılır. Öğrencilere farklı grafik temsiller verilerek bu temsilleri yorumlayabilmek için hangi bilgilere ihtiyaçları olduğu sorgulanır (SDB1.2). Bu ihtiyaçları karşılamaya yönelik olarak yaklaşma kavramından söz edilir. Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=a^x$ ,  $f(x)=\log_a x$  ve  $f(x)=\frac{1}{x}$  referans fonksiyonlarının grafik temsilleri incelenir. İnceleme sonucunda bu fonksiyonların bir noktadaki ve sonsuzdaki davranışı gözlemlenir. Gözlemler neticesinde sonsuzdaki davranışı için yatay asimptot ve dikey-düşey asimptot kavramları tanımlanır. Ayrıca parçalı fonksiyonların cebirsel ifadesinin değişim noktasına grafik temsili üzerinden sağdan ve soldan yaklaşıldığında fonksiyonun alacağı değerler incelenir (OB4). Tüm bu gözlemler neticesinde bir fonksiyonun belirli bir noktasının sağdan ve soldan yaklaşım değerlerini incelemek bağlamında limit kavramı tanımlanır. Ayrıca fonksiyonların sonsuzdaki davranışı asimptotlardan ve limit fikrinden yararlanılarak incelenir. Örneğin gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=\frac{1}{x}$  fonksiyonunun grafik temsiliinde  $y=0$  doğrusunun, bu fonksiyonun yatay asimptotu olduğu belirlenir. Bu bilgiden hareketle fonksiyonun tanım aralığındaki değerler sonsuza giderken fonksiyon değerlerinin sıfıra yaklaştığı sözel olarak ifade edilir. Bu fonksiyonların belirli noktalardaki limit değeri o noktaya sağdan ve soldan yaklaşım fikriyle belirlenir ve limit değeri sözel olarak ifade edilir.

### MAT.12.2.2

Cebirsel temsili verilen fonksiyonlarda, limit değeri öncelikle tablo ve grafik temsillerden yararlanılarak belirlenir. Bu noktada limit değerine olan ihtiyacı vurgulamak için gerçek yaşam örnekleri verilmesi tercih edilir. Örneğin fizikte bir hareketlinin  $t$  zamanında aldığı yolu modelleyen uygun koşullarda tanımlı  $f(t)=t^2$  fonksiyonunun tablo ve grafik temsili incelenerek belirli bir  $t$  zamanı civarında aldığı değerler belirlenir ve eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirilir (D4). Cebirsel ifadesi verilen parçalı fonksiyonların cebirsel ifadesinin değişim noktasına grafik temsili üzerinden sağdan ve soldan yaklaşıldığında fonksiyonun alacağı değerler incelenir. Ayrıca bir kasabanın  $x$  yıl sonraki nüfusunu modelleyen uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=5000-1000 \cdot e^{-0,1x}$  fonksiyonu, dijital araç ile iş görme becerilerini geliştirmek için matematik yazılımlarıyla incelenerek çok uzun yıllar sonra nüfusun en fazla ne kadar olabileceği tartışılır (OB2, MAB5). Bu şekilde öğrencilerin fonksiyonun sonsuzdaki davranışını anlamlandırması sağlanır. Cebirsel temsili verilen fonksiyonlar, tablo ve grafik temsillerle incelenerek fonksiyonun belirli bir noktasında veya sonsuzda limitinin var olup olmadığı belirlenir. Fonksiyonun  $x=a$  noktasındaki limiti  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  şeklinde gösterilir ve eğer  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$  ise bu fonksiyonun  $x=a$  noktasında limitli olduğu ifade edilir (E3.6, E3.7, MAB3). Fonksiyonların belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitleri matematiksel temsiller kullanılarak incelenir. Eğer fonksiyonun o noktada veya sonsuzda limiti varsa  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  veya  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = L$  şeklinde yeniden ifade edilir (MAB3). Öğrencilere grafik temsili verilen parçalı fonksiyonlarda belirli bir noktadaki ve sonsuzdaki limitin belirlenmesine yönelik olarak çalışma kâğıdı verilebilir. Bu noktada limitin tarihsel gelişimi açıklanarak limiti matematiksel temellere dayandıran Jean le Rond d'Alembert, Augustin Louis Cauchy ve Karl Weierstrass gibi matematikçilerin çalışmaları incelenir.

Polinom, trigonometrik, üstel ve logaritmik fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek fonksiyonların tanımlı olduğu her noktada limitli olabileceğine dair varsayımlar geliştirilir. Fonksiyonlarda dört işlem ve bileşke işlemin limit özelliklerine yönelik varsayımlar, fonksiyonların matematiksel temsilleri incelenerek elde edilir. Örneğin  $f(x)=\frac{1}{x}$  ve  $g(x)=x$  fonksiyonları incelenerek  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x)) \neq \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  sonucuna ulaşılır fakat  $x=0$  dışındaki noktalarda bu eşitliğin sağlandığı görülür. Buradan hareketle, çarpım fonksiyonlarının belirli bir noktada limit altında ayrılabilmesi için çarpımı oluşturan fonksiyonların ayrı ayrı o noktada limitli olması gerektiği varsayımına ulaşılır. Bu varsayımlardan hareketle farklı fonksiyonların ve bu

fonksiyonlarla yapılan işlemlerin belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitlerine ilişkin genellemeler elde edilir. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Genellemelerden elde edilen önermeler,  $f+g$ ,  $f-g$ ,  $f \cdot g$ ,  $f/g$ ,  $f \circ g$  ve  $g \circ f$  fonksiyonlarının belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitlerini bulmayı gerektiren problemlerde değerlendirilir. Öğrencilere fonksiyonların limit özelliklerini yorumlamaya ve belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitini bulmaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir (D16).

### MAT.12.2.3

Fonksiyonlarla dört işlem özelliklerinden elde edilen limitin bölüm kuralı  $f/g$  fonksiyonlarında incelenir. Buradaki  $g$  bölen fonksiyonunun belirli bir  $x=a$  noktasındaki limitinin sıfır olduğu durumların nasıl yorumlanabileceğine ilişkin sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışma yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve birbirleriyle etkileşim sağlamaları beklenir (SDB2.1, D14). Öncelikle  $f$  fonksiyonunun  $x=a$  noktasındaki limit değerinin sıfırdan farklı bir gerçek sayı olduğu durumlar incelenir. Bu durumda  $f/g$  fonksiyonunun sonsuzdaki davranışı önceden bilinenlerle yorumlanır.  $f$  fonksiyonunun  $x=a$  noktasındaki limitinin sıfıra eşit olduğu durum ayrı bir şekilde değerlendirilir. Burada öncelikle tanımsızlık ve belirsizlik kavramları incelenir. Limitin yaklaşma anlamı yorumlanarak belirsizlik kavramıyla tanımsızlık kavramı arasındaki fark belirlenir.  $f/g$  şeklindeki rasyonel fonksiyonların, grafik ve tablo temsilleri incelenerek belirsizlik yaratan  $x=a$  noktaları belirlenir.  $x=a$  noktasındaki limiti sıfıra eşit olan  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarından elde edilen  $f/g$  fonksiyonunun  $x=a$  noktasındaki limitinin  $0/0$  belirsizliği oluşturduğu kabul edilir. Bu noktada  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının polinom fonksiyon veya köklü fonksiyon olmasına dikkat edilir.  $f$  veya  $g$  fonksiyonlarının trigonometrik, üstel veya logaritmik fonksiyon olduğu durumlar incelenmez. Çarpanlara ayırma kuralları kullanılarak, incelenen fonksiyonun cebirsel ifadesi, belirsizlik durumu ortadan kaldırılacak şekilde dönüştürülür. Dönüşümle beraber yeni fonksiyonun  $x=a$  noktasındaki limit değeri elde edilir (MAB2). Böylece belirsizliğin giderilebilmesi için alternatif bir çözüm üretilmiş olur. Dönüştürülen yeni fonksiyon ile başlangıç fonksiyonunun grafikleri karşılaştırılır. Bu şekilde fonksiyonların  $x=a$  noktasındaki limit değerlerinin değişmediği vurgulanır. Limitteki  $0/0$  belirsizliğinin çarpanlara ayırma yöntemleriyle en hızlı ve doğru şekilde çözülebilmesini içeren, iş birliği ve grup içi çalışma gerektiren etkinlikler düzenlenir (SDB2.2, D5). Öğrencilere belirli bir  $x=a$  noktasındaki limiti  $0/0$  belirsizliğine sahip fonksiyonların gerçek yaşam problemlerinde kullanımına yönelik araştırma ödevi verilebilir.

### MAT.12.2.4

Limitin tarihsel gelişiminden kısaca söz edilerek Salih Zeki Bey'in *Asar-ı Bakiye* ve *Kamus-u Riyaziyat* adlı eserlerindeki limit ve süreklilik ile ilgili çalışmalarından bahsedilir (D6). Buradaki çalışmalardan hareketle limit ve süreklilik arasındaki ilişkiye dair sınıf içi tartışma yapılır. Cebirsel temsili verilen fonksiyonların tablo ve grafik temsili incelenir.  $x=a$  noktasının fonksiyonun tanım aralığı içerisinde olmasına dikkat edilerek, bu fonksiyonların bu noktadaki limiti ve değeri karşılaştırılır. Bu karşılaştırma neticesinde limit değerinin o noktadaki fonksiyon değerine eşit olmadığı durumlarda fonksiyonların grafik temsiline  $x=a$  noktasında sürekli olmadığı yorumu yapılır. Böylece  $f$  fonksiyonunun  $x=a$  noktasındaki sürekliliğinin cebirsel ifadesi olarak  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  verilir (MAB3). Bu cebirsel ifadeden hareketle fonksiyonların belirli bir  $x=a$  noktasında sürekli olabilmesi için o noktadaki limit değeriyle fonksiyon değerinin birbirine eşit olması gerektiği ifade edilir. Referans fonksiyonlar, polinom ve rasyonel fonksiyonlar incelenerek bu fonksiyonların tanımlı olduğu aralıklardaki sürekliliği yorumlanır. Bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

## Zenginleştirme

Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$  gibi salınım durumu içeren fonksiyon grafikleri matematik yazılım programları kullanılarak çizilir. Fonksiyonun grafiğinin salınım yaptığı bölge incelenerek limit ve sürekliliğe ilişkin sınıf içi tartışma yapılır. Örneğin uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$  fonksiyonunun  $x=0$  noktasında limitinin olup olmadığı tartışılır. Gerçek sayıların sıralama ve tamlık özelliklerinin limit alma işlemi için önemi üzerine araştırma ödevi verilir. Sıkıştırma teoreminin ispatı yapılır. Bu teoremin işe koşulduğu sorular çözülür. Ara değer teoremi, Bolzano teoremi ve uç değer teoremleri hakkında değerlendirmeler yapılarak bu teoremlere ilişkin açık uçlu sorular çözülür.  $0/0$  belirsizliği içeren limitlerde trigonometrik, logaritmik ve üstel fonksiyonlarla işlem yapılır.  $f(x)=\frac{\sin x}{x}$  fonksiyonunun  $x=0$  noktasındaki limitinin 1 olduğu sıkıştırma teoremi kullanılarak ispatlanır. Buradan hareketle uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\frac{\sin kx}{mx}$ ,  $f(x)=\frac{\tan kx}{mx}$  ve  $f(x)=\frac{\sin kx}{\tan mx}$  fonksiyonlarının  $x=0$  noktasındaki limitlerinin  $k/m$  olduğu gösterilir.  $0/0$  belirsizliğinin yanı sıra  $\infty/\infty$ ,  $\infty-\infty$  gibi farklı belirsizlikler limit alma kuralları yorumlanarak çözülür. Euler sayısının (e) elde edilmesini sağlayan  $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$  fonksiyonunun sonsuzdaki davranışı incelenir. Bu fonksiyon ile modellenen, ekonomide bileşik faiz ve olasılıkta şapka problemi gibi gerçek yaşam problemleri incelenir. Weierstrass'ın limit tanımı (epsilon-delta tanımı) olarak bilinen,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)=L \Leftrightarrow (\forall \epsilon > 0)(\exists \delta > 0)(0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x)-L| < \epsilon)$  ifadesiyle ilgili araştırma ödevi verilebilir. Uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\tan x$ ,  $f(x)=\cot x$ ,  $f(x)=\sec x$  ve  $f(x)=\csc x$  fonksiyonlarının sürekli olduğu aralıkları bulmaya yönelik çalışmalar yapılır.

## Destekleme

Limitin kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri (kredi kartları, hız sınırı gibi), öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılabilir.

Öğrencilere bir fonksiyonun belirli bir noktadaki limitini cebirsel olarak ifade edebilmeye ve grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır.

Limit ve süreklilik ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilebilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam araçları (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılabilir.

Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulabilir ve limit ve süreklilik ile ilgili öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenebilir.

## ÖĞRETMEN

## YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ-2 TEMASI

Bu temada öğrencilerin, değişim oranı ve limit kavramlarını kullanarak bir fonksiyonun belirli bir noktadaki anlık değişimini veren türeve ve iki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı, bölümü ve bileşkesinin türevine ilişkin muhakeme yapabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 34

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistematik Olma, E3.11. Özgün Düşünme

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Öz Farkındalık/Kendini Tanıma, SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB1.3 Öz Yansıtma/Kendine Uyarlama, SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D16. Sorumluluk D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil  
MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.12.2.5. Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranına ilişkin muhakeme yapabilme

- Gerçek yaşam durumunda karşılaştığı bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranı ile ilgili bileşenleri (ortalama değişim, anlık değişim, eğim, kesen, teğet) belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranı ile ilgili bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranını tablo, grafik ve limit gösteriminden yararlanarak fonksiyonun o noktadaki anlık değişimi olarak ifade eder.
- Bir fonksiyonun belirli bir noktadaki anlık değişimini fonksiyonun o noktadaki türevi olarak ifade eder.
- Uygun koşullarda tanımlı farklı fonksiyonların  $[f(x)=x^n, f(x)=\sqrt{x}$  ve  $f(x)=\frac{1}{x}]$  belirli bir noktadaki anlık değişimlerini inceleyerek fonksiyonun o noktadaki türevine yönelik varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı genellemeler elde eder.
- Genellemelerinin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerini önerme olarak ifade eder.
- Önermelerini anlık değişim oranını yorumlamayı gerektiren problem durumlarında değerlendirir.
- Fonksiyonun bir noktadaki türevini limit gösteriminden faydalanarak ispatlar.
- İspatını kullanılabilirlik açısından değerlendirir.

MAT.12.2.6. Fonksiyonların türevlenemeyen noktaları hakkında çıkarım yapabilme

- Fonksiyonlar ve türevin limit tanımı ile ilgili önceki bilgilerinden yararlanarak bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlara ilgili örüntüleri listeleyerek bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığı ile ilgili genellemeler yapar.
- Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin elde ettiği genellemelerden önermeler sunar.
- Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin önermeleri türev-süreklilik ilişkisi bağlamında değerlendirir.

MAT.12.2.7. Türevin limit gösteriminden faydalanarak iki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı, bölümü ve bileşkesinin türevine ilişkin muhakeme yapabilme

- Fonksiyonların toplamı, farkı, çarpımı, bölümü ve bileşkesinin türevine ilişkin varsayımlar geliştirir.
- Varsayımlarına dayalı genellemeler elde eder.
- Genellemelerinin, varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerini önerme olarak ifade eder.
- Önermelerini farklı problem durumlarında değerlendirir.
- İki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı ve bölümünün bir noktadaki türevine dair kuralları limit gösteriminden faydalanarak ispatlar.
- İspatını kullanılabilirlik açısından değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Türev

- Genellemeler** • Türev, niceliklerdeki değişimleri modellemek için kullanılan matematiksel bir araçtır.

**Anahtar Kavramlar** değişim oranı, ortalama değişim oranı, limit, süreklilik, belirsizlik, anlık değişim oranı, türev, operatör, eğim, teğet doğrusu, kesen doğrusu

**ÖĞRENME****KANITLARI****(Ölçme ve****Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi yoluyla değerlendirilebilir.

Türevin kullanıldığı farklı disiplinlerin incelenmesini içeren araştırma ödevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam problemlerini türevi kullanarak çözmeye ilişkin verilen çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilir. Öğrencilerin kendilerini öz değerlendirme formuyla değerlendirmeleri sağlanabilir.

Türevin limit tanımı kullanılarak fonksiyonların türev alma kuralını belirlemeye yönelik verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Parçalı fonksiyonların kritik noktalarında türev incelemeyi gerektiren sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevini almayı gerektiren gerçek yaşam problemlerine ilişkin verilen çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Öğrencilerin kendilerini öz değerlendirme formuyla değerlendirmeleri sağlanabilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME****YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller** Öğrencilerin 9, 10 ve 11. sınıflarda edindikleri bilgilerden gerçek sayılarda tanımlı fonksiyon kavramını tanımlayabildikleri, fonksiyonlarda işlemler yapabildikleri, uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\sqrt{x}$ ,  $f(x)=\frac{1}{x}$  referans fonksiyonları ve bunlardan türetilen fonksiyonlar ile polinom fonksiyonların matematiksel temsillerini kullanabildikleri, bu fonksiyonların cebirsel gösterimindeki katsayılar ile nitel özellikleri arasında ilişki kurabildikleri, doğrunun eğimini bildikleri, doğru denklemi oluşturabildikleri, bir açının tanjant oranını doğrunun eğimiyle ilişkilendirebildikleri, fonksiyon grafiklerinde kesen doğru ve teğet doğrusu kavramlarını yorumlayabildikleri, cebirsel özdeşlikleri ve tamkareye tamamlamayı kullanarak çarpanlara ayırma yapabildikleri, birinci ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözebildikleri, 12. sınıfta öğrendikleri ile ise limitte 0/0 belirsizliğini değerlendirebildikleri ve süreklilik kavramını yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin 9 ve 10. sınıfta öğrendikleri referans fonksiyonlar, parçalı fonksiyonlar ve polinom fonksiyonlar hakkındaki ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanlışlarını tespit etmek için hazır bulunuşluk testi yapılır. Fonksiyonların grafik temsiline ve nitel özelliklerine ilişkin açık uçlu sorular sorulur. Birinci ve ikinci dereceden denklem ve eşitsizlikleri içeren problemlerde kullanılan farklı çözüm stratejilerinin bilgisini ölçebilmek için kısa cevaplı sorular sorulabilir. Polinom fonksiyonları çarpanlara ayırabilmesini belirlemek için açık uçlu sorular sorulur. Fonksiyonlarda limit ve süreklilik konularına ilişkin ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanlışlarını tespit etmek için hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Doğrusal fonksiyonların eğimi, fonksiyonlarda değişim oranı kavramı ile ilişkilendirilir. Gerçek hayatta bir hareketlinin ortalama hızının ne anlama geldiği sorularak değişim oranı kavramı somutlaştırılır.

Ayrıca bir hareketlinin t saniyede metre cinsinden aldığı yolu veren bir fonksiyonun grafik temsili çizilerek öğrencilerden bu fonksiyonda belirli saniyeler arasındaki ortalama hızın belirlenmesi istenir. Bir kentin nüfusunun artış hızı, bir bankadaki mevduatın büyüme hızı, kimyada hacmi küçülen bir gazın basıncının artış hızı gibi ifadelerin ne anlama geldiği ile ilgili tartışmalar yapılır **(E1.1)**. Limitte öğrenilen ve türevde etkin bir şekilde kullanılacak olan 0/0 belirsizliği ve süreklilik ile ilgili soruların çözülebilmeye yönelik grup çalışması yapılır **(SDB2.2)**. Limit ve süreklilik ile ilgili öğrendikleriyle ilgili geri bildirimler verilerek öğrencilerin kendi seviyelerini, eksikliklerini ve ihtiyaçlarını belirlemesi sağlanır. Öğrencilerle bire bir görüşmeler yapılarak veya öğrencilerin yansıtma günlükleri tutması istenerek limit konusu ile ilgili yaşadıkları duyguları fark etmeleri ve olumsuz duygularını gidermeleri desteklenir **(SDB1.1, SDB1.3)**.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

#### MAT.12.2.5

Gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemler incelenerek belirli bir aralıktaki veya bir noktadaki değişim oranı ile ilgili olan ortalama değişim, anlık değişim, eğim, kesen doğrusu, kiriş, teğet doğrusu gibi kavramlar belirlenir. Örneğin bir şirketin yıllık kazancı, önceki yıl ile şu anki yıl karşılaştırılarak elde edilir ve ardından bu şirketin aylık ortalama kazancının ne kadar olduğu sorgulanır **(D17)**. Yıllık kazançtaki değişimin 12 aya bölünmesi ile aylık ortalama kazanç elde edilir **(OB3)**. Bu tarz gerçek yaşam örnekleri üzerinden ortalama değişim oranı kavramı cebirsel olarak ifade edilir. Bir şirketin gelirinin zamana bağlı olarak verildiği bir grafik temsili üzerinden 12 ay önceki ve şimdiki noktalar bir kesen doğrusu ile birleştirilir. Bu kesen doğrusunun eğimi aylık ortalama kazanç ile ilişkilendirilir. Benzer örnekler cebirsel ifadesi verilen fonksiyonlarda incelenir. Örneğin bir şehrin belirli bir gündeki sıcaklık değişimi zamana bağlı bir fonksiyonla modellenerek verilir. Fonksiyon incelenerek saat 7 ile 12 arasındaki ortalama sıcaklık değişimi, ortalama değişim oranının cebirsel ifadesi kullanılarak bulunur **(MAB2)**.

Bir hareketlinin t zamanında aldığı yolu modelleyen fonksiyonlar öncelikle ortalama hızı bulmak için incelenir. Bu modellemelerin grafik temsillerinde herhangi iki zaman aralığındaki noktaları birbirine bağlayan kesen doğrusunun eğimi yorumlanır. Buradan bir hareketlinin belirli bir saniyedeki anlık hızının nasıl bulunabileceği tartışılır. Grafik temsiller incelenerek kesen doğrusuna benzer bir şekilde fonksiyonun sadece tek bir noktasından geçen teğet doğrusu çizilir. Grafik temsil üzerindeki iki noktayı birbirine bağlayan kesen doğrusunun, teğet doğrusuna yaklaştırıldıkça bu doğruların eğim değerlerinin birbirine çok yaklaştığı tablo veya matematik yazılımları kullanılarak gösterilir **(MAB3, MAB5)**. Böylelikle öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerileri geliştirilmesi desteklenir **(OB2)**. Benzer şekilde belirli bir noktadan çizilen teğet doğrusunun eğiminin, o noktadaki anlık değişim oranına çok yakın olduğu limit kullanmadan ifade edilir. Bir hareketlinin t zamanındaki konumunu veren bir fonksiyon modellemesi üzerinden anlık değişim oranı, yoldaki çok küçük değişim/zamandaki çok küçük değişim olarak  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  şeklinde gösterilir. Bu fikirden yola çıkılarak operatör kavramı tanıtılır ve  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d(x(t))}{dt} \Big|_{t=a} = x'(a)$ ,  $x(t)$  fonksiyonunun  $t=a$  noktasındaki anlık değişim oranı olarak verilir.  $f(x)=y$  olmak üzere  $\frac{dy}{dx} = f'(x)$  eşitliği kullanılarak elde edilen  $dy=f'(x)dx$  diferansiyel olarak tanımlanır **(MAB3)**. Grafik temsil üzerinden anlık değişim oranı kullanılarak diferansiyelin geometrik yorumu yapılır.

Öğrencilerin anlık değişim ve ortalama değişimi anlamlandırmak için gerçek yaşam durumları üzerinde çalışmaları sağlanır. Örneğin diyete başlayan bir öğrencinin düzenli spor yap-



maya başladıktan t hafta sonra verdiği kiloyu modelleyen uygun koşullarda tanımlı  $f(t)$  fonksiyonu incelenir (D13). Bu fonksiyonda  $f(0)=127$  ve  $f(10)=97$ ,  $f'(1)=-2$  ve  $f'(9)=-1$  gibi durumlar verilebilir. Öğrencilerin anlık ve ortalama değişimi işe koşarak bu verileri fonksiyonun grafik temsilinde yorumlaması istenir. Düzgün (köşeli olmayan) ve sürekli fonksiyonların herhangi bir noktasından çizilen teğet doğrusunun eğiminin o noktadaki anlık değişime hemen hemen eşit olduğunu göstermek için limit kavramı kullanılır. Fonksiyonun herhangi bir noktasındaki türevi  $\frac{d(f(x))}{dx} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  şeklinde ifade edilir (MAB3). Ayrıca elde edilen ilk limitte  $h=x-a$  dönüşümü yapılarak  $\frac{d(f(x))}{dx} \Big|_{x=a} = f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$  şeklinde türevin ikinci limit tanımı elde edilir (E3.7). Bu limitlerin sağdan ve soldan yaklaşımları sağdan türev ve soldan türev olarak ifade edilir. Özellikle cebirsel ifadesi verilen parçalı fonksiyonların kritik noktalarında türevlenebilirlik incelenirken o noktadaki sağdan türev ile soldan türevin eşit olması gerektiği vurgulanır (E3.6). Öğrencilere parçalı fonksiyonların kritik noktalarında türev incelemeyi gerektiren sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Fonksiyonun ikinci türevi ise  $\frac{d^2y}{dx^2} = f''(x)$  şeklinde tanımlanır.

$f(x)=x^n$ ,  $f(x)=\sqrt{x}$  ve  $f(x)=\frac{1}{x}$  fonksiyonlarının herhangi bir noktasındaki anlık değişim oranı tablo, grafik ve cebirsel temsiller kullanılarak incelenir. Örneğin  $f(x)=x^2$  fonksiyonunun tablo veya grafik temsilinde (1,1) noktasına çok yakın noktalar alınarak bu fonksiyonun  $x=1$  noktasındaki anlık değişim oranı tahmin edilir. Fonksiyonun cebirsel temsilinin işe koşulduğu türevin limit tanımı kullanılarak  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 2$  sonucu elde edilir ve yapılan tahminle bu sonuç karşılaştırılır. Bu şekilde polinom, köklü ve rasyonel fonksiyonların türev alma kurallarına yönelik varsayımlar geliştirilir. Bu varsayımlardan hareketle, farklı fonksiyonların türev alma kurallarına ilişkin genellemeler elde edilir. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak, önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Elde edilen önermeler fizik, kimya, biyoloji ve ekonomi bağlamlarında türevi kullanmayı gerektiren gerçek yaşam problemlerinde değerlendirilir. Örneğin biyolojide kandaki ilaç konsantrasyonu, bir canlı popülasyonunun artış veya azalış hızı, ekonomide bankada biriktirilen tasarruflar, bir şirketin kârı, coğrafyada bir ülke nüfusunun veya petrol miktarının artış veya azalış hızı, kimyada kimyasal reaksiyon, gaz basıncı ve fizikte anlık hız, anlık ivme gibi bağlamlarda önermeler etkin bir şekilde kullanılır (OB3, D6, D13). Yine fizikte, ısıtılarak genleşen küre şeklindeki bir maddenin yarıçapının, yüzey alanının veya hacminin zamana bağlı değişim oranı bu önermeler kullanılarak yorumlanır (MAB2). Bu şekilde türevin fen bilimleri ve sosyal bilimler için önemi uygulamalı bir şekilde gösterilir ve önemli bir ihtiyacı karşıladığından bahsedilir (SDB1.2). Öğrencilere türevin kullanıldığı farklı disiplinlerin incelenmesini içeren araştırma ödevi ve gerçek yaşam problemlerini türevi kullanarak çözmeye ilişkin çalışma kâğıdı verilebilir (D16). Ayrıca türev kavramının tarihsel gelişimi incelenerek fizik ve matematik alanında çalışan Leibniz ve Newton gibi bilim insanlarının türev ile ilgili çalışmalarından bahsedilir.

Fonksiyonların herhangi bir noktadaki türevini almaya ilişkin önermeler, türevin limit tanımı kullanılarak ispatlanır. Örneğin uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=\sqrt{x}$  fonksiyonunun herhangi bir  $x=a$  noktasındaki türevinin,  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  olduğu gösterilir. Buradan hareketle  $f(x)=\sqrt{x}$  ise  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  önermesi ispatlanır. Ayrıca her  $n \in \mathbf{R}$  için uygun koşullarda tanımlı  $f(x)=x^n$  ise  $f'(x)=n \cdot x^{n-1}$  kuralı kullanılarak  $f(x)=\frac{1}{x}$  fonksiyonunun belirli bir noktadaki türev fonksiyonu elde edilir. Yapılan ispatlar farklı önermelerin ispatı için kullanışlılığı açısından değerlendirilir.

### MAT.12.2.6

Türevin limite dayalı cebirsel tanımı yorumlanarak fonksiyonların hangi durumlarda türevlenebilir olmayacağına yönelik sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışma yapılırken öğrencilerin

birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve etkileşim sağlamaları beklenir (**SDB2.1, D14**). Referans fonksiyonlar, polinom fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan elde edilen parçalı fonksiyonların grafik temsilleri incelenir. Bu grafik temsillerden hareketle, fonksiyonların hangi durumlarda türevlenebilir olamayacağına ilişkin varsayımlar geliştirilir. Türevin limit tanımından hareketle bu limitin var olabilmesi için fonksiyonun herhangi bir  $x=a$  noktasında soldan türev ( $f'(a^-)$ ) ile sağdan türevinin ( $f'(a^+)$ ) eşit olması gerektiği ifade edilir. Parçalı fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek, süreksizlik noktalarında soldan ve sağdan türevin eşit olamayacağına ilişkin varsayım elde edilir. Ayrıca gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x)=|x|$  fonksiyonunun grafik temsili incelenerek bu fonksiyonun  $x=0$  noktasında sürekli olmasına rağmen bu noktada türevli olmayacağına ilişkin akıl yürütülür (**OB4**). Böylece parçalı fonksiyon ve mutlak değerli fonksiyonların sürekli olduğu hâlde türevsiz olabileceği noktalara dair varsayımlar geliştirilir. Bu varsayımlardan hareketle, farklı fonksiyonların türevlenemeyen noktalarına ilişkin genellemeler elde edilir. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak, önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Elde edilen önermelerden yararlanılarak fonksiyonlarda türev-süreklilik ilişkisi ortaya konur. Ayrıca cebirsel temsili verilen parçalı fonksiyonlarda, kritik noktada türev incelenirken bu önermeler kullanılır.

#### MAT 12.2.7

f ve g fonksiyonlarının toplama ve fark işlemlerinde türev almaya yönelik olarak polinom fonksiyonların cebirsel temsilleri incelenir. Gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x)=x^2$  ve  $g(x)=x$  fonksiyonları kullanılarak elde edilen  $(f+g)(x)=x^2+x$  ve  $(f-g)(x)=x^2-x$  fonksiyonlarının türevi, türevin limit tanımıyla bulunur. Buradan hareketle fonksiyonların toplam ve fark işlemlerinde türev alma kuralları ile ilgili varsayımlar geliştirilir. Çarpma, bölme ve bileşke işlemlerinde ise f ve g fonksiyonlarının yapısının yeni fonksiyonda değiştiği matematik yazılımlarından yararlanılarak gözlemlenir (**MAB5**). Böylelikle öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerinin geliştirilmesi desteklenir (**OB2**). Aynı zamanda gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x)=1$ ,  $g(x)=x$  fonksiyonları ile elde edilen  $f/g$  referans fonksiyonunun türevine ilişkin olarak f ve g fonksiyonlarına bağlı yeni bir kural elde edilmesi gerekliliği ifade edilir. Bileşke fonksiyonların referans fonksiyonlardan türetilebileceği fikri ile bu fonksiyonların türev alma kuralı örnekler üzerinden incelenir. Örneğin gerçekte sayılarda tanımlı  $f(x)=(3x+1)^2$  fonksiyonu,  $h(x)=3x+1$ ,  $g(x)=x^2$  fonksiyonlarının bileşkesi şeklinde yazılır. Türevin limit tanımı kullanılarak bu fonksiyonun türev kuralı belirlenir ve bileşke fonksiyonların türevine ilişkin bir varsayım elde edilir. Bu varsayımlardan hareketle fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevine ilişkin genellemeler elde edilir. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak, önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Elde edilen önermeler fizik, kimya, biyoloji ve ekonomi bağlamlarında türevi kullanmayı gerektiren gerçekte yaşam problemlerinde değerlendirilir. Örneğin t saatte bir evin içerisinde iki ayrı musluktan akan su miktarları f ve g fonksiyonları ile modellenir. Belirli bir saatte bu musluklardan akan toplam su miktarındaki değişim toplamın türevi yardımıyla bulunur. Buna göre hangi saatlerde en çok su tüketimi olduğu belirlenir (**D17**). Ayrıca bileşke fonksiyonun türev kuralı kullanılarak uygun koşullarda tanımlı  $g(x)=[f(x)]^n$  fonksiyonlarının türevi ile ilgili önermelere ulaşılır. Bu şekilde farklı görünen durumlara ilişkin bileşke fonksiyonun türev kuralı kullanılarak alternatif çözümler üretilir. Öğrencilere fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevini kullanmayı gerektiren gerçekte yaşam problemlerine ilişkin çalışma kâğıdı verilebilir.

Türevin limit tanımı kullanılarak fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevi cebirsel olarak farklı yöntemlerle ispatlanır. Bu ispatlar yapılırken öğrencilerin ispatlara ilişkin bilimsel ve özgün yaklaşımlar sunmaları beklenir (**E3.11, D4**). Yapılan ispatların kullanışlılığı değerlendirilir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Trigonometrik, üstel ve logaritmik fonksiyonların türevi, limit tanımından yararlanılarak bulunur. Yüksek mertebeden türev alma yaklaşımları incelenir ve bunlara ilişkin n. dereceden türevi veren matematiksel modellemeler yapılır. Trigonometrik, logaritmik ve üstel fonksiyonlar kullanılarak yüksek mertebeden türeve ilişkin örüntüler ve genellemeler elde edilir. Bir fonksiyonun kendisiyle ters fonksiyonu arasında türeve dayalı ilişkiler kurulur. Kapalı fonksiyonların türev alma kuralı ispatı yapılarak incelenir. Kısmi türev kavramı örnekler üzerinden incelenir. Ters trigonometrik fonksiyonların türev kuralını bulmaya yönelik cebirsel ispatlar yapılır. Fonksiyonların çarpım ve bölümünün türevine yönelik ispatlar e tabanında logaritma kullanılarak elde edilir. Diferansiyel kavramı kullanılarak ters türeve yönelik incelemeler yapılır. Basit düzeydeki türevli denklemler ters türev fikri kullanılarak çözülür. Türev kullanılarak yapılabilecek STEM uygulamalarına daha fazla yer verilir. Örneğin ısıtılarak genleşen küre şeklinde bir maddenin yarıçapının ve hacminin büyüme hızı hesaplanır. Bir bakteri popülasyonu fonksiyonlar ile modellenerek bu popülasyonun belirli bir t anındaki büyüme hızı belirlenir.

**Destekleme** Anlık değişim oranı kavramının doğru bir şekilde anlaşılabilmesi için ortalama değişim ile ilgili gerektiği kadar gerçek yaşam durumu örneği matematiksel yazılımlar kullanılarak incelenir. Türevin kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri (traktörün anlık hızı, kasabadaki nüfusun büyüme hızı gibi) öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya ilgi ve motivasyonları artırılabilir.

Anlık değişim oranı ve türev kavramının temsil edilebileceği somut materyaller (animasyonlar) kullanılır.

Öğrencilere bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türevini cebirsel olarak ifade edebilme, grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır.

Türev kavramı ve türev alma kuralları ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilebilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılabilir.

Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulabilir, türev kavramı ve türev alma kuralları ile ilgili öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenebilir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ-3 TEMASI

Bu temada öğrencilerin türevin geometrik yorumuna ilişkin çıkarımlar yapabilmeleri ve bu çıkarımları kullanarak problem çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 34

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitiklik, E3.7. Sistemati Olma, E3.11. Özgün Düşünme

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D1. Adalet, D4. Çalışkanlık, D6. Duyarlılık, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Mühendislik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.2.8. Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsillerine ve bunlar arasındaki ilişkilere dair çıkarımlar yapabilme

- Referans fonksiyonlar, türevin limit tanımı ve fonksiyonlarda türev alma kuralları ile ilgili önceki bilgilerinden faydalanarak bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye dair varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleterek bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye yönelik genellemeler yapar.
- Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye dair genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye dair elde ettiği genellemelerden önermeler sunar.
- Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye dair önermeleri polinom fonksiyonların grafik temsilini incelemede ve elde etmede değerlendirir.

MAT.12.2.9. Gerçek yaşam durumlarında türevi kullanarak problemler çözebilme

- Maksimum-minimum değer hesaplamayı içeren gerçek yaşam problemlerinde matematiksel bileşenleri belirler.
- Problemlerdeki matematiksel bileşenler arasındaki ilişkileri belirler.
- Problemlerdeki değişim bağlamını fonksiyon, denklem ve türev temsillerine dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi işe koşarak problemi çözer.
- Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri işe koşarak doğrular.
- Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Problemin olası çözüm stratejilerini maksimum-minimum değer hesaplamayı içeren farklı problem durumlarına geneller.
- Genellemelerinin geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Türevin Geometrik Yorumu, Türev Uygulamaları

- Genellemeler**
- Türev, gerçek yaşam problemlerinde karşılaşılan niceliklerdeki (eğim, hız, alan, hacim gibi) değişimleri modellemek için kullanılabilen matematiksel bir araçtır.

**Anahtar Kavramlar** türev, eğim, teğet doğrusu, kesen doğrusu, fonksiyonun sıfırı, fonksiyonun işareti, artanlık, azalanlık, polinom fonksiyon, derece, denklem, eşitsizlik, kök, yerel ekstremum nokta, ekstremum değer, mutlak maksimum-minimum nokta, mutlak maksimum-minimum değer

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi yoluyla değerlendirilebilir.

Aynı analitik düzlemde çizilen iki fonksiyonun grafiğini incelemeyi içeren çalışma kâğıdı verilebilir. İnceleme sonucunda bu fonksiyon ikililerinden hangilerinin  $f$  ve  $f'$  şeklinde iki fonksiyona ait olabileceğinin değerlendirilmesi istenebilir. Çalışma sonunda öğrenciler öz değerlendirme formuyla kendilerini değerlendirebilir.

Gerçek yaşam problemlerinde matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak ekstremum değer hesaplamayı gerektiren performans görevi verilebilir. Görevin değerlendirilmesinde dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Şerafettin el-Tusi'nin polinom fonksiyonların yerel ekstremum değerlerini bulma bağlamında yapmış olduğu çalışmalara yönelik araştırma ödevi, dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Fizik, kimya, biyoloji, ekonomi ya da mühendislik alanlarına ilişkin ekstremum değer hesaplamayı gerektiren problemler performans görevi olarak verilebilir. Problem çözümleri dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Türevdeki maksimum–minimum yaklaşımının kullanımına ilişkin farklı disiplinlerin incelendiği araştırma ödevi; hazırlık, planlama ve sunum süreçlerini içeren derecelendirme ölçeği ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME  
YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller** Öğrencilerin ortalama değişim, anlık değişim kavramlarını bildiği; fonksiyonun belirli bir noktasındaki türev değeri ile fonksiyon grafiğine bu noktada çizilen teğet doğrusunun eğimini ilişkilendirebildiği; temel türev alma kurallarını bildiği; bu kuralları kullanarak bir fonksiyonun belirli bir noktasındaki türev değerini bulabildiği; bir fonksiyonun süreksiz veya türevsiz olduğu noktalarda türevini farklı matematiksel temsiller kullanarak inceleyebildiği; yaptığı incelemeler sonucunda türevsizliğe sebep olan durumları açıklayabildiği; iki fonksiyonun toplamının, farkının, çarpımının, bölümünün veya bileşkesinin türevini alabildiği; birinci ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikleri çözebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Türev kavramının gerçek yaşam durumlarındaki anlamı incelenir. Türev kavramı hakkında ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanılgılarını tespit etmek için açık uçlu ya da kısa cevaplı sorulardan oluşan hazır bulunuşluk testi yapılabilir. Öğrencilerin temel türev alma kurallarına ilişkin öğrenme eksikleri açık uçlu sorular sorularak belirlenir.

Bir fonksiyonun limitsiz olduğu, süreksiz olduğu noktalarda veya köşe noktalarında türevini inceleyebilme durumları açık uçlu sorularla değerlendirilir. İki fonksiyonun toplamının, farkının, çarpımının, bölümünün veya bileşkesinin türevini almaya dair becerilerinin, kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla açık uçlu ya da kısa cevaplı sorulardan oluşan hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafik temsillerinden yararlanılarak öğrencilerin bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türevinin işaretine ilişkin çıkarımda bulunmaları sağlanır. Bu kapsamda, doğrunun eğim açısının dar veya geniş olması durumu veya doğrunun eğim değerinin işareti ile bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türevinin işareti ilişkilendirilir. Özel olarak gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=k$  doğrusunun eğim değerinin sıfır olması ile bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türev değerinin sıfır olması ilişkilendirilir. Böylece öğrencilerin merak duygusu harekete geçirilir (E1.1). Ayrıca, öğrencilerin yeni konuyu öğrenebilmesi için türev kavramı ve türev alma kuralları ile ön bilgilerinin ve duygularının farkında olması gerekmektedir. Ön değerlendirme sürecinden elde edilen bilişsel yetkinlikler, yansıtma günlüklerinden elde edilen türev konusu ile ilgili öğrencinin yaşadığı zorluklar ve motivasyon problemleri gibi duyuşsal durumlar değerlendirilir. Bu noktada öğrencilerin yeni konuyu nasıl öğrenebileceğine yönelik çalışmalar yapılır. Öğrencilerin yaşadığı duyguları fark etmesi sağlanarak türev konusunda olumsuz tutuma sahip öğrencilerle bireysel görüşmeler gerçekleştirilir.

### Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

#### MAT.12.2.8

Keyfi bir fonksiyon grafiği üzerinden fonksiyonun nitel özelliklerine ilişkin sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışma yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve birbirleriyle etkileşim sağlamaları beklenir (SDB2.1). Bu kapsamda ilk olarak grafiği çizilen fonksiyonun nitel özellikleri belirlenir. Bu aşamada fonksiyonların ekstremum noktaları ile ilgili bilgilendirme yapılır. Sonrasında grafiğe teğet doğruları çizilir ve öğrencilerden çizilen teğet doğrularının eğimi ile ilgili varsayımda bulunmaları beklenir. Bu kapsamda, fonksiyon grafiğine artan veya azalan olduğu farklı aralıklarda teğet doğruları çizilir. Ardından öğrencilerin fonksiyonun artanlığı veya azalanlığı ile teğet doğrularının eğim değerleri arasındaki ilişkilere dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır (E3.6, E3.7). Örneğin öğrencilerden fonksiyona azalan olduğu aralıkta veya fonksiyonun ekstremum noktasında çizilecek teğet doğrusunun eğiminin işaretine dair varsayımlar geliştirmeleri beklenir.

Polinom fonksiyonların nitel özellikleri ile bunların türev fonksiyonlarının cebirsel temsilleri arasındaki ilişkilere dair genellemeler yapılır. Örneğin  $k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=k \cdot (x-a)^2$  polinom fonksiyonunun türevi alınarak  $f'(x)=2 \cdot k \cdot (x-a)$  fonksiyonu elde edilir. Türev fonksiyonundan hareketle  $x>a$  için  $f'$  değerlerinin pozitif olacağı ve buna bağlı olarak  $f$  fonksiyonunun  $(a, \infty)$  aralığında artan olacağına dair genelleme yapılabilir. Burada istisnai durum olarak türev fonksiyonunun birbirine eşit sıfırlarının olması durumu da (gerçek sayılarda tanımlı  $f(x)=x^3$  fonksiyonunun türev fonksiyonu gibi) incelenir. Yapılan genellemeler, polinom fonksiyonun grafik temsilleri ile ilişkilendirilerek karşılaştırılır.

Öğrencilerden polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair elde ettikleri genellemelerden hareketle önermeler sunması sağlanır. Örneğin  $x \in (a, b)$  olduğunda  $f$  polinom fonksiyonu için  $f'(x)<0$  oluyor ise  $g(x)=-f(x)+3$  fonksiyonunun  $(a, b)$  aralığında artanlığına veya azalanlığına dair önerme sunması beklenir (MAB3).

Öğrencilerin türev kavramı ile ilgili edindiği bilgileri kullanarak Rolle ve ortalama değer teoremlerine dair önermeler sunması beklenir. Bu süreçte  $[a, b]$  aralığının her noktasında sürekli olan ve  $(a, b)$  aralığının her noktasında türevlenebilen keyfi bir  $f$  fonksiyon grafiği çizilir. Sonrasında  $A(a, f(a))$  ve  $B(b, f(b))$  noktalarından geçen eğimi  $m$  olan kiriş doğrusu çizilir. Çizilen grafik yardımıyla öğrencilerin  $c \in [a, b]$  olmak üzere  $f'(c)=m$  eşitliğini sağlayan en az bir gerçek sayının bulunacağına dair önerme sunmaları (ortalama değer teoremi) sağlanır. Ayrıca aynı tanım aralığında, süreklilik ve türevlenebilirlik özelliklerine sahip fonksiyonda  $f(a)=f(b)$  eşitliğinin sağlanması durumunda, öğrencilerden  $d \in [a, b]$  olmak üzere  $f'(d)=0$  olacak şekilde en

az bir  $c$  sayısının bulunacağına (Rolle teoremi) dair önerme sunmaları beklenir. Önermeler Rolle ve ortalama değer teoremlerini işe koşmayı gerektiren gerçek yaşam problemleri ve açık uçlu sorular ile birlikte polinom fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden öğrencilerin çalışkanlıklarını ve yaratıcılıklarını destekleyecek şekilde değerlendirilir (**D4**). Örneğin ortalama hız tespitinin yapıldığı otoyolda bir aracın hız-zaman fonksiyonunun grafiği modellenilebilir. Grafik temsilinden yararlanılarak aracın hareketi boyunca hız göstergesinin belirli bir değeri kesin olarak gösterip göstermediği, seçilen zaman aralığında belirli bir hızı en az kaç defa göstermiş olabileceği gibi sorulara yer verilebilir. Bu fikirden yararlanılarak otoyollarda hız tespiti yapılabilir. Bu tür problemlerin en hızlı ve doğru şekilde çözülebilmesini içeren, iş birliği ve grup içi çalışma gerektiren etkinlikler düzenlenir (**SDB2.2**).

Ayrıca, cebirsel temsili verilen en fazla 4. dereceden polinom fonksiyonların grafik temsilini belirlemek için fonksiyonun artan veya azalan olduğu aralıklar türev kullanılarak belirlenir (**E3.11**). Bu noktada çizilen grafik temsillerin doğruluğu öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerini geliştirmek için matematik yazılımları ile kontrol edilir (**OB2, MAB5**). Öğrencilere aynı analitik düzlemde çizilen iki fonksiyonun grafiğini incelemeyi içeren çalışma kâğıdı verilebilir.

#### **MAT.12.2.9.**

Maksimum-minimum değer hesaplamayı içeren gerçek yaşam durumları incelenirken türev fonksiyonu, artan-azalan aralık, eşitsizlik, maksimum-minimum nokta, maksimum-minimum değer gibi bileşenler belirlenir. Bu bileşenler arasındaki ilişkiler belirlenerek maksimum-minimum değer hesaplamayı içeren gerçek yaşam durumlarının fonksiyon olarak modellenmesi sağlanır. Fonksiyonun grafik temsili incelenerek teğet-eğim ilişkisinden hareketle türev fonksiyonu elde edilir. Elde edilen türev fonksiyonunun tablo temsiliyle hangi aralıkta hangi işareti aldığı belirlenir. Türevin geometrik yorumundan hareketle işaretler arası geçiş noktalarının, fonksiyonun maksimum ve minimum noktalarını verdiği ifade edilir. Böylelikle maksimum-minimum problemlerinin çözümüne ilişkin strateji geliştirilir. Çözüm stratejisini elde ettiği türev fonksiyonu ile birlikte işe koşarak öğrencilerin maksimum-minimum probleminin çözümüne ulaşmaları sağlanır. Maksimum-minimum değer hesaplamayı içeren gerçek yaşam problemleri mümkün olduğunca geniş bir çerçevede ele alınır. Bu bağlamda üretim-tüketim, kâr-zarar, alan, hacim hesabı gibi temel en iyileme (optimizasyon) problemleri incelenir (**OB3**). Örneğin belirli bir hacme sahip dikdörtgenler prizması şeklinde bir kolinin mümkün olabilecek en küçük yüzey alanı hesaplanabilir. Böylelikle ambalaj kullanımı konusunda öğrencilerin daha duyarlı olmaları sağlanabilir ve öğrencilerde çevreyi koruma bilinci geliştirilebilir (**D6**). Bir ürünün fiyatındaki artış ile o ürünü satın almak isteyen müşteri sayısındaki ilişki incelenerek bir gelir fonksiyonu modellenir. Gelir fonksiyonunda maksimum gelirin elde edilmesini sağlayan zam miktarı türev yardımıyla belirlenebilir (**OB3**). Mühendislikte, köy yollarının otoyola bağlanmasında en kısa sürede ve en hızlı şekilde ulaşımın sağlanabilmesi için bir kente varış süresi fonksiyonlarla modellenilebilir. Bu sayede yolun nereden geçmesi gerektiği türev yardımı ile bulunabilir ve toplumsal bir menfaate veya liyakate vurgu yapılabilir (**D1, D16**).

Ayrıca, belirli bir çevre uzunluğuna sahip dikdörtgen şeklindeki evinin bahçesinde sebze yetiştirmek isteyen birinin bahçesinin alanının en fazla kaç  $m^2$  olabileceği ve buna göre bu bahçeye belirli sıra ve aralıklarla en fazla ne kadar sebze ekilebileceği, belirli bir hacme sahip silindirik biçimdeki kabın en küçük yüzey alanına sahip olabilmesi için yarıçapının ne olacağı gibi gerçek yaşam durumları incelenebilir (**OB3, D17**).

Türev fonksiyonu üzerinden geliştirilen çözüm stratejisinin doğruluğu, türevi alınan fonksiyonun farklı temsilleri üzerinden geliştirilen çözüm stratejileri işe koşularak kontrol edilebilir. Örneğin gerçek sayılarda tanımlı ikinci dereceden bir  $f$  fonksiyonu ile modellenen ve bu fonksiyonun alabileceği en küçük değeri belirlemeyi gerektiren bir gerçek yaşam probleminde türev fonksiyonu üzerinden belirlenen çözüm stratejisi,  $f$  fonksiyonunun cebirsel temsili tamkare forma dönüştürülerek bulunan en küçük değer ile kontrol edilir. Bu şekilde problemin çözümüne yönelik alternatif çözüm yolları değerlendirilir. Bu aşamada öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerini geliştirmek için matematik yazılımlardan yararlanılabilir (**OB2**).



Ayrıca, belirli bir çevre uzunluğuna sahip dikdörtgen şeklindeki evinin bahçesinde sebze yetiştirmek isteyen birinin bahçesinin alanının en fazla kaç  $m^2$  olabileceği ve buna göre bu bahçeye belirli sıra ve aralıklarla en fazla ne kadar sebze ekilebileceği, belirli bir hacme sahip silindirik biçimdeki kabin en küçük yüzey alanına sahip olabilmesi için yarıçapının ne olacağı gibi gerçek yaşam durumları incelenebilir **(OB3, D17)**.

Türev fonksiyonu üzerinden geliştirilen çözüm stratejisinin doğruluğu, türevi alınan fonksiyonun farklı temsilleri üzerinden geliştirilen çözüm stratejileri işe koşularak kontrol edilebilir. Örneğin gerçek sayılarda tanımlı ikinci dereceden bir  $f$  fonksiyonu ile modellenen ve bu fonksiyonun alabileceği en küçük değeri belirlemeyi gerektiren bir gerçek yaşam probleminde türev fonksiyonu üzerinden belirlenen çözüm stratejisi,  $f$  fonksiyonunun cebirsel temsili tamkare forma dönüştürülerek bulunan en küçük değer ile kontrol edilir. Bu şekilde problemin çözümüne yönelik alternatif çözüm yolları değerlendirilir. Bu aşamada öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerini geliştirmek için matematik yazılımlardan yararlanılabilir **(OB2)**.

Şerafettin el-Tusi'nin polinom fonksiyonların yerel ekstremum değerlerini bulma bağlamında yapmış olduğu çalışmalara yönelik araştırma görevi verilebilir. Öğrencilerden verilen araştırma görevini titizlikle yerine getirmeleri beklenir **(D6, D16)**.

Türev fonksiyonu üzerinden maksimum-minimum değeri belirleme stratejisinin her zaman uygulanabilen bir strateji olmadığı örnek problem durumları üzerinden gösterilir. Örneğin bir parçalı fonksiyonun mutlak maksimum noktası için türevsiz olduğu bilinen bir problem incelenir. Bu fonksiyonun alabileceği en büyük değeri belirlemeyi gerektiren bir gerçek yaşam problemi üzerinden türev fonksiyonu ile çözümün elde edilemeyeceği görülür. Bu durumda fonksiyonun grafik temsili üzerinden çözüm stratejisi geliştirilir **(OB4)**.

Problemlerin çözüm stratejileri değerlendirilerek çözümde elde edilen fonksiyonların farklı temsilleri üzerinden bazı genellemelere ulaşılır. Örneğin belirli bir çevre uzunluğuna sahip dikdörtgensel bölgenin alanının alabileceği en büyük değerin, bu bölgenin kenar uzunlukları birbirine eşit olduğunda elde edilebileceği genellemesine ulaşılır. Benzer şekilde gerçek sayılarda tanımlı bir  $y=f(x)$  fonksiyonun alabileceği en büyük değer  $a$  olarak belirlenir. Bu durumda  $g(x)=-\frac{1}{2} \cdot f(x-2)$  fonksiyonunun alabileceği en küçük değerin  $-\frac{1}{2} a$  olacağı genellemesine ulaşılır. Problemlerin çözümüne yönelik genellemeler; sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirilir. Örneğin ikinci dereceden fonksiyon şeklinde modellenebilen gerçek yaşam durumlarında, maksimum veya minimum değeri veren nokta yada noktalar hakkında elde edilen cebirsel argümanlar sözel argümanlarla desteklenir.

Farklı disiplinlerde türevdeki maksimum-minimum belirleme yaklaşımının işe koşulduğu problemlere yönelik araştırma görevi verilebilir. Öğrencilerden araştırma görevini zamanında ve eksiksiz yerine getirmeleri beklenir **(D16)**.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Polinom fonksiyonların farklı nitel özelliklerinin bir arada işe koşulduğu ve bunların türev fonksiyonlarının cebirsel temsilleri arasındaki ilişkilere dair genellemelere ulaşıldığı örneklerle yer verilebilir. Örneğin gerçek sayılarda tanımlı 3. dereceden  $f(x)$  ve  $g(x)=f(x)+2$  polinom fonksiyonları için  $x_2 > x_1$  olmak üzere  $f(x_2)=g(x_1)$  ve  $f'(x_2)=g'(x_1)=0$  olması durumunda bu fonksiyonların baş katsayılarının işaretine dair genellemelere ulaşılabilir. İkinci türevin geometrik yorumu üzerine örnekler verilir ve konvekslik, konkavlık ve büküm noktaları incelenir. İşaret tablosu ile fonksiyonun grafiğinin çizilmesi çalışmaları yapılır ve dinamik matematik yazılımları ile doğrulaması yapılır. Maksimum-minimum problemlerinin çözümü için türev kullanmadan algoritma oluşturulması ve bilinen bir programda yazılarak çözümünün bulunması ile türev kullanarak yapılan çözümlerin karşılaştırılmasına yönelik görevler verilir.

Ekonomide marjinal maliyet, marjinal gelir hesaplama; biyolojide bir canlının baskın ve çekinik genlerinin sıklığına göre o canlı türünün genetiğinde gelecekte meydana gelebilecek değişimleri (down sendromu, DMD kas hastalıkları gibi) yorumlama; fizikte serbest düşüşteki bir cismin belirli bir andaki hızını, süratini veya ivmesini belirleme gibi farklı disiplinlerde karşılaşılabilen problemler farklı çözüm stratejileri kullanılarak çözülür.

Problemler çözüldükten sonra farklı genellemelere ulaşılabilir. Örneğin Mendel'in melezleme yöntemine göre  $p$  ( $0,1$ ) olmak üzere  $p$  bir kültürde bulunan bezelyelerden düzgün yüzeyli bezelye genlerinin sıklığı,  $1-p$  ise buruşuk yüzeyli genlerin sıklığını vermektedir. Buna göre gelecek nesilde düzgün yüzeyli bezelye oranı uygun koşullarda tanımlı  $f(p)=2.p.(1-p)$  fonksiyonu olarak belirlenir.

$f'$  fonksiyonunun grafiği yorumlanarak buruşuk bezelye oranının yüksek olduğu bir popülasyona az sayıda düzgün yüzeyli bezelye katılmasının sonraki nesiller için oluşturacağı etkinin, tam tersi duruma göre daha fazla olacağı genellemesine ulaşılabilir.

**Destekleme** Bir fonksiyonun artanlığı veya azalanlığı, yerel ve mutlak ekstremum noktalarının neler olduğuna dair açıklamalar yapılırken gerçek yaşam örneklerinden yararlanılabilir.

Örneğin doğrusal bir yol üzerinde başlangıç noktasından hareket eden, sonrasında başlangıç noktasına tekrar geri dönen bir cismin hareketi çizilen konum-zaman grafiği ile birlikte değerlendirilebilir. Bu aşamada cismin başlangıç noktasına uzaklığının hangi zaman diliminde giderek arttığı, cismin hangi anda başlangıç noktasına en uzak konumda olduğu gibi sorular sorularak öğrencilerin çıkarımlara ulaşmaları desteklenebilir.

Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsillerine ve bunlar arasındaki ilişkilere dair çıkarımlar, ilk olarak 2. dereceden polinom fonksiyon ve bunun türev fonksiyonu üzerinden yapılır. Çıkarımlara veya ilişkilere dair genellemelerin yapılamadığı durumlarda sayısal örneklerden, tablo temsilinden yararlanır. Elde edilen sayısal değerler, matematik yazılımları ile çizilen grafikler üzerinde eş zamanlı olarak gösterilir.

Öğrencilerden problemlerin çözüm stratejileri değerlendirilerek, çözümlerle ilgili genellemelere ulaşamadığı durumlarda sayısal örnekler kullanılarak sınırlı genellemeler yapmaları istenir.

## ÖĞRETMEN

## YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## GEOMETRİK ŞEKİLLER TEMASI

Bu temada öğrencilerin çemberin elemanlarını (kesen, kiriş, teğet, çap ve yay) çözümlenebilmesi; çemberde açı, kiriş ve teğetin özelliklerine ilişkin çıkarım yapabilmesi; bu özellikleri ve dairenin alanını farklı problem durumlarında kullanabilmesi amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 34

**ALAN BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.4. Çözümleme, KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E2.1. Empati, E2.2. Sorumluluk, E3.6. Analitiklik, E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.3. Öz Yansıtma/Kendine Uyarlama SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D4. Çalışkanlık, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı OB2. Dijital Okuryazarlık, OB8. Sürdürülebilirlik Okuryazarlığı

### DİSİPLİNLER ARASI

**İLİŞKİLER** Fizik, Sağlık, Ziraat

### BECERİLER ARASI

**İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

**ÖĞRENME ÇIKTILARI  
VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ**

MAT.12.3.1. Çemberle ilişkili elemanları (kesen, kiriş, teğet, çap, yay) çözümlenebilme  
 a) Kesen, kiriş, teğet, çap ve yayı çemberin elemanları olarak belirler.  
 b) Çemberde kesen, kiriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkileri belirler.

MAT.12.3.2. Çemberin açı, kiriş ve teğet özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme  
 a) Çemberde açı, kiriş ve teğetin özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.  
 b) Varsayımlarından yararlanarak çemberde açı, kiriş ve teğetin özelliklerine ilişkin genellemeler yapar.  
 c) Genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.  
 d) Elde ettiği genellemelerden önermeler sunar.  
 e) Önermelerinin farklı problem durumlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.12.3.3. Çemberin açı, kiriş, teğet özelliklerini ve dairenin alanını kullanarak problem çözme  
 a) Çemberde açı, kiriş, teğetin özelliklerini ve dairenin alanını içeren problemlerin bileşenlerini (nicelik, şekil gibi) belirler.  
 b) Problemlerde verilen bileşenler arasındaki ilişkileri belirler.  
 c) Problemin bileşenlerini ve bileşenlerin aralarındaki ilişkileri uygun matematiksel temsillere dönüştürür.  
 d) Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemin öncüllerini ve problemde ulaşmak istediği sonucu kendi ifadeleri ile açıklar.  
 e) Problemlerin çözümü için stratejiler geliştirir.  
 f) Geliştirdiği stratejileri işe koşarak problemi çözer.  
 g) Çözümünü kontrol eder ve çözüme ulaştırmayan stratejiyi değiştirir.  
 h) Problemin olası farklı çözüm stratejilerini inceler.  
 i) Çözüme ulaştıran stratejinin/stratejilerin hangi problemlere uyarlanabileceğini geneller ve sınıflar.  
 j) Genellemenin geçerliliğini matematiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Çember ve Özellikleri

- Genellemeler**
- Yarıçap, teğet doğrusuna teğet noktasında diktir.
  - Çapı gören çevre açısı  $90^\circ$  dir.
  - Merkezden kirişe inilen dikme, kirişi iki eş parçaya ayırır.
  - Teğet çemberlerin teğet noktası ve merkezleri doğrusaldır.

**Anahtar Kavramlar** çember, daire, kesen, teğet, çap, yay, kiriş, merkez açısı, çevre açısı, teğet-kiriş açısı, çemberde iç ve dış açı, kirişler dörtgeni, teğet parçası, teğetler dörtgeni, yay uzunluğu, daire, daire dilimi, dairenin alanı, daire

**ÖĞRENME****KANITLARI****(Ölçme ve Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, doğru-yanlış soruları, tanılayıcı dallanmış ağaç ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere çemberde kesen, kiriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkilere yönelik çalışma kâğıdı verilebilir. Yapılan çalışmalar, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerin çemberde açı, kiriş ve teğetin özelliklerini içeren gerçek yaşam durumları üzerinden problemler çözmelerini gerektiren performans görevi verilebilir. Performans görevinde çözülen problemler; öz değerlendirme, akran değerlendirme formları ve analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Çemberde açı, kiriş ve teğetin özellikleri ile bunların problem durumlarında kullanımlarını gerektiren açık uçlu sorulardan oluşan sınavlar yapılabilir. Yapılan sınavlar, analitik ya da bütüncül dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

**ÖĞRETME-ÖĞRENME****YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin ortaokul düzeyinde çemberin uzunluğu ile çapı arasındaki ilişkilere yönelik çıkarımlar yapabildiği, çapı veya yarıçapı verilen bir çemberin uzunluğuyla ilgili problemler çözebildiği, çemberde açılar ve yay uzunlukları arasındaki ilişkilere, daire ve daire diliminin alanına dair çıkarım yapabildiği ve çıkarımını yaptığı bu ilişkilere dair bilgilerini farklı problem durumlarında kullanabildiği kabul edilmektedir.

Bunun yanı sıra öğrencilerin 9 ve 10. sınıfta çokgene, üçgenin temel ve yardımcı elemanlarına ilişkin özellikler ile üçgende eşlik ve benzerliğe dair çıkarımlarda bulunabildiği; çıkarımlarına dair sonuçları farklı problem durumlarında kullanabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğretmen öğrencinin temel kabullerde bahsedilen çember, merkez, çap, yarıçap, çemberin uzunluğu, yay uzunluğu, dairenin alanı ve daire diliminin alanı gibi konularla ilgili bilgilerine ilişkin hazır bulunuşluklarını gözlemler. Bu süreçte soru cevap tekniği kullanılarak öğrencilerin çember ve çemberin özelliklerine ilişkin bilgileri değerlendirilir. Benzer şekilde üçgen ve dörtgenin temel özellikleri ile üçgende eşlik ve benzerliğe dair bilgileri de öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar değerlendirilerek kontrol edilir. Tüm ön değerlendirme süreci boyunca yapılan değerlendirmelerle öğrencilerin eksik veya hatalı öğrenmelerinin giderilmesi için gerekli çalışmalar yapılır. Çember ve çemberle ilgili kavramlara yönelik çalışmalarda öğrencilere çizimler yaptırarak, matematik yazılımları kullanarak ve öğrencilerin sürece aktif katılımlarını sağlayarak öz güvenlerini geliştirmelerine yardımcı olunur. Kendine güveni az olan öğrencilere yönelik de çemberle ilgili işlemleri yapabildiklerini görmelerini sağlayacak bazı temel çember soruları sorulabilir. Bu bağlamda öğrencilerin konuya ilişkin olumlu tutum geliştirmesi sağlanmaya çalışılır.

**Köprü Kurma**

Üçgen ve dörtgende temel ve yardımcı elemanlara ilişkin özellikler ile üçgende eşlik ve benzerliğe dair çıkarım yapabilen öğrencilerin bu bilgileriyle çemberde çap, teğet, kiriş özelliklerine ilişkin edinilmesi beklenen bilgiler arasında ilişki kurmaları sağlanır. Ortaokulda öğrendikleri çap kavramından hareketle öğrencilere kiriş kavramı hatırlatılır ve doğruların çemberi iki noktada değil, bir noktada kesme durumu incelenir. Böylece teğet kavramını ve bu kavramın bazı özelliklerini fark etmeleri sağlanır.

## Öğretme-Öğrenme Uygulamaları

### MAT.12.3.1

Öğrencilerin ortaokulda öğrendiği çember, merkez, çap, yarıçap, çemberin uzunluğu, yay uzunluğu, dairenin alanı ve daire diliminin alanı gibi konular üzerinde tekrar düşünmeleri sağlanır. Hastalıklardan korunmak için insanlar arasında 1,5 metre sosyal mesafenin korunması durumu, sürdürülebilirlik ve sağlıklı yaşam için motorlu taşıt kullanımının azaltılması, bisikletin aldığı yol ile tekerleğin uzunluğu arasındaki ilişki, sudan tasarruf için bahçe ve tarla gibi ziraat yapılan bölgelerde dairesel sulama sistemlerinin kullanılması gibi gerçek yaşam durumlarıyla çember ilişkilendirilir (**OB8, D13, D16, D17, E2.1, E2.2**). Öğrenciler gruplar hâlinde çalışarak matematik yazılımları, pergel, ölçüsüz cetvel (çizgeç) veya kâğıt katlama gibi matematiksel araç ve teknolojiler yardımıyla (**MAB5**) düzlemde çember ile doğrunun birbirlerine göre durumlarını değerlendirir. Çemberi farklı şekillerde kesen doğrular oluşturulup teğet, giriş, çap ve yay kavramları belirlenir.

Çemberi kesen bir doğrunun çemberi kestiği noktalardan yararlanılarak giriş, yay kavramları ile çembere bir noktada değen doğrudan yararlanılarak teğet kavramının tanımları yapılır. Sınıf içi tartışmalarla öğrencilerin grup iletişimine katılma, etkin dinleme ve düşüncelerini ifade etme süreçleri de dikkate alınarak çemberde kesen, giriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkilerin belirlenmesi sağlanır (**SDB2.1, SDB2.2, D14**). Öğrencilere çemberde kesen, giriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkilere yönelik çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.12.3.2

Öğrencilerin matematik yazılımları veya pergel, ölçüsüz cetvel gibi matematiksel araç ve teknolojiler kullanarak (**MAB5**) çember ve çemberde açı, teğet ve giriş özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Bu varsayımlardan yararlanarak öğrencilerin çevre açı ve merkez açı arasındaki ilişkiye, teğet ve girişler arasındaki özelliklere dair bazı genellemelere varmaları istenir. Öğrencilerin varsayımlar oluşturma ve genellemelere ulaşma sürecinde dijital uygulamalar kullanmaları durumunda dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimi de sağlanır (**OB2**). Bu genellemeler ile varsayımlarını bilimsel bir bakış açısıyla karşılaştırmaları beklenir (**D4**). Elde ettikleri genellemeleri kullanarak “Merkez açının ölçüsü, aynı yayı gören çevre açının ölçüsünün iki katıdır.”, “Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılarının ölçüleri toplamı eşittir.” gibi önermelerde bulunmaları; bu önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmeleri öğrencilerden beklenir.

Teğetler dörtgeninin özellikleri ile ilgili de benzer şekilde çıkarımda bulunulur. Öğrenciler teğetler dörtgeninin alanının nasıl hesaplanacağına ilişkin dijital araçlar kullanarak bir bilgi notu hazırlayabilir ve bunu arkadaşlarıyla dijital ortamda paylaşabilir (**OB2**). Öğrenciler ayrıca çemberlerin birbirine göre durumlarından elde edilen uzunluk özelliklerine dair benzer bir süreç işleterek önermelerde bulunur.

Çemberde açı, giriş ve teğetin özellikleri ile bunların problem durumlarında kullanımlarını gerektiren açık uçlu sorulardan oluşan sınavlar yapılabilir.

### MAT.12.3.3

Öğrencilere çemberde açı, giriş ve teğetle ilgili çıkarımlarını kullanmayı gerektiren problem durumları sunulur. Bu problemler fizik dersinde yer alan dairesel hareketle ilişkilendirilebilir. Öğrencilerin sunulan problem durumlarına ilişkin olarak öncelikle problemin parçaları (alan, çevre açı, teğet noktası, çap, giriş, yay uzunluğu gibi) ve bu parçalar arasındaki ilişkileri belirlemeleri beklenir. Bu tür problemlerdeki parçalar ile bunlar arasındaki ilişkiler, öğrencilerin bilgiyi çözümlenme, yorumlama ve sentezleme becerilerinin de gelişimini sağlar (**OB1**). Öğrencilerin özellikle gerçek yaşam durumlarını içeren problemleri analitik bir yaklaşımla ve görsel bir temsili kullanarak dönüştürmesi ve problemin bileşenlerini ifade etmesi beklenir (**E3.6, MAB3**). Öğrencilerin problemin çözümü için geliştirdikleri stratejileri uygulayarak problemi çözmeleri ve çözümlerini kontrol etmeleri sağlanır. Bu tür problemlerin çözümünde çemberle birlikte üçgen ve çokgenin özellikleri (ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen, benzer-

lik, alan gibi), kâğıt katlama stratejileri, matematik yazılımlarının kullanımını içeren stratejiler kullanılır. Daha sonra öğrencilerin farklı çözüm yollarını ve stratejilerini eleştirel bir yaklaşımla incelemeleri beklenir (E3.10). Bunun için çözümleri tartışma ortamında ele almaları sağlanabilir. Tartışılan çözüm stratejileri üzerinden problemin çözümünü sağlayan stratejilerin benzer tüm durumlara genellenip genellenemeyeceği değerlendirilir. Çözüm stratejilerinden hangilerinin hangi tür problemlerde kullanılabileceğine ilişkin (pergel, cetvel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımları ile çokgenlerin özelliklerinin kullanımı gibi) genellemelerin matematiksel örneklerle desteklenerek değerlendirilmesi yapılır. Öğrenciler kendi uyguladıkları stratejilerin doğruluğu ya da yanlışlığı ile ilgili ayrıca bir değerlendirme yaparak belirledikleri stratejileri farklı problem durumlarına uyarlamaları sağlar (SDB1.3). Bu değerlendirmeler sonucunda öğrencilerin elde ettikleri genellemeleri farklı problem durumlarına yansıtılmaları beklenir. Bu süreçte çemberin uzunluğu, yayın uzunluğu, dairenin alanı, daire diliminin alanı kavramlarını farklı çokgenlerle ilişkilendirmelerini gerektiren problemlere yer verilir. Öğrencilerin çember ve özelliklerine dair bilgi ve çıkarımlarının değerlendirilmesi tanılayıcı dallanmış ağaç ya da doğru-yanlış soruları kullanılarak yapılabilir. Bu çıktıyı ölçmeye yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Öğrencilerin çemberin çevresi ve dairenin alanı için yapacakları görsel ispatları açıklayan bir video ve benzeri dijital materyal oluşturmaları ve oluşturdukları materyalleri dijital ortamda paylaşmaları beklenir.

Dairenin alanı ve pi sayısı üzerine Arşimet'in yaptığı çalışmaların araştırılması istenir.

**Destekleme** Konunun görsel ve işitsel materyaller kullanılarak, oyunlaştırarak öğrencilere sunulmasına dikkat edilir. Böylece çıkarım yapma sürecinde kavramlar, öğrencilere ilişkilerin somutlaştırılması yoluyla verilir. Etkileşimli çevrim içi öğrenme uygulamaları kullanılarak öğrencilerin hedeflenen becerileri kazanmalarına yardımcı olunur.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## HAZIR VERİLER ÜZERİNDE ÇALIŞMA TEMASI

Bu temada öğrencilerden 12. sınıf seviyesine kadar öğrendiği istatistik ve olasılık bilgilerini kullanabileceği hazır verilere dayalı istatistiksel araştırma tasarımı yapabilmeleri, istatistiksel araştırma sürecini yürütebilmeleri ve sonuçları paylaşabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.7. Sistematik Olma E3.8. Merak Ettiği Soruları Sorma  
E3.10. Eleştirel bakma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Öz Düzenleme/Kendini Düzeltme, SDB1.3. Öz Yansıtma/Kendine Uyarlama,  
SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB2.3. Sosyal Farkındalık, SDB3.1. Uyum,  
SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D4. Çalışkanlık D6. Duyarlılık D14. Saygı, D20. Yardımseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı OB2. Dijital Okuryazarlık OB3. Finansal Okuryazarlık  
OB6. Vatandaşlık Okuryazarlığı, OB8. Sürdürülebilirlik Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Coğrafya, Ekonomi, Sosyoloji

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

- MAT.12.4.1. Toplumsal ve bilimsel durumlara ilişkin hazır veri ile çalışabilme ve hazır veriye dayalı karar verebilme
- İstatistiksel araştırma tasarlamayı gerektiren toplumsal ve/veya bilimsel durumları belirler.
  - Bağlam içerisinde ve tasarladığı istatistiksel araştırmaya yönelik veri dağılımlarını betimleyen, karşılaştıran ve/veya değişkenler arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma soruları oluşturur.
  - Verilerin nasıl elde edileceğine ilişkin plan yapar.
  - Verileri elde ederek analize hazırlar.
  - Araştırma sorusu bağlamında verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme araçlarından uygun olanları seçer.
  - Araştırma sorusu bağlamındaki verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
  - Tasarladığı istatistiksel araştırmadan elde ettiği çıktılardan hareketle sonuçları yorumlar.
  - Tasarladığı istatistiksel araştırmadan elde edilen sonuçların araştırma sorusuna ne derece cevap verdiğini değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

İstatistiksel Araştırma Tasarımları

### Genellemeler

- Veri dağılımları, verilerin değişebilirliği hakkında bilgi verir.
- Örneklemin dağılımı evrenin dağılımına ilişkin fikir verir.
- Tek değişkenli verilerin dağılımlarını tanımlamada kullanılacak görsel ve özetler, ilgili dağılımın merkezinin nereye eğilim gösterdiğini ve nasıl yayıldığını belirlemede kullanılır.
- Aynı gözlem birimlerinden elde edilen verilerden elde edilen iki değişkenli (kategorik-kategorik, nicel-nicel) dağılımlar, verilerin birlikte değişebilirliğindeki eğilime ilişkin bilgi verir.
- İki değişkenin ilişkili olması, bu iki değişken arasında bir neden-sonuç ilişkisi olduğu anlamına gelmez.

### Anahtar Kavramlar

istatistiksel araştırma tasarımları, değişebilirlik, dağılım, örneklem, evren

### ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; kontrol listesi ve proje ödevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere hazırladıkları istatistiksel araştırma tasarımlarının bütünü değerlendirme-yönelik bir proje ödevi verilebilir. Proje ödevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bu proje ödevinin sonunda elde ettikleri sonuçların benzerlik/farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Öğrenciler, ürünlerini akran değerlendirme ve grup değerlendirme formu ile değerlendirebilir.

### ÖĞRETME-ÖĞRENME YAŞANTILARI

#### Temel Kabuller

Öğrencilerin 9, 10 ve 11. sınıf boyunca öğrendikleri tek değişkenli (kategorik-nicel) ve iki değişkenli veri setleri ile çalışarak istatistiksel araştırma sürecini yürütebildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütününe ilişkin bilgilerini değerlendirmek amacıyla beyin fırtınası tekniği kullanılabilir. Öğrencilerin önceki sınıflarda edindikleri istatistiksel araştırma sürecine ilişkin deneyimleri paylaşımları istenerek istatistiksel araştırma sürecine yönelik ilgi ve merakları gözlemlenir. Bununla birlikte öğrencilerin bu zamana kadar öğrendiklerine ilişkin kavram haritası oluşturmaları istenerek ön bilgileri ortaya çıkarılır. Hazırlanan kavram haritaları paylaşılarak tartışılır.

**Köprü Kurma** Öğrencilere çok değişken içeren bir veri seti sunulur. Bu veri seti üzerinden öğrencilere önceki öğrendiklerini hatırlamaya yönelik incelemeler yapmaları istenir. Öğrencilerin önceki yıllarda öğrendiği tek değişkenli nicel veri dağılımlarını betimlemeyi ve karşılaştırmayı; iki değişkenli kategorik ya da nicel verilerdeki ilişkililiği ele almayı tek bir araştırmada kullanabileceğine yönelik tartışmalar yapılır.

## Öğretme-Öğrenme

### Uygulamaları

#### MAT. 12.4.1

İstatistiksel araştırma tasarımına kaynaklık edecek bağlamlar, öğrencilerin ilgi duyduğu veya merak ettiği (E1.1) toplumsal ve bilimsel durumlar; bireysel çalışmalar ya da iş birliğiyle grup çalışması yapılarak belirlenir. Grup çalışmaları sürecinde fikirlerini arkadaşlarıyla paylaşarak uygunluğu üzerine öğrencilerin tartışmaları ve aktif rol almaları desteklenebilir (SDB2.2, D4). Öğrencilerin bu tartışmalarla istatistiksel araştırma gerektirebilecek toplumsal ve bilimsel durumlara ilişkin bilgilere ihtiyaçları olduğunu keşfetmelerine yönelik düzenlemeler yapılmalıdır (OB1). Toplumsal veya bilimsel konulara yer verilmesi öğrencilerin kendi çevresinde olup bitenleri merak etmesini sağlayabilir ve bu meraktan hareketle sorular sormasını teşvik etmesinin yanı sıra daha duyarlı olmasına yardım edebilir (D6, E3.8).

Belirlenen bağlamlardan yola çıkarak öğrenciler merak ettikleri soruları (E3.8) ifade eder. Bu aşamada öğrencilerle çok değişkenli veri setlerinden en fazla iki değişken içeren problemlerin neler olabileceği üzerine sınıf içi tartışma başlatılır. Bu tartışmalarda uygun değişkenlerin nasıl belirleneceği üzerine öğrenciler, fikirlerini arkadaşlarıyla paylaşır. Öğrenciler, birbirlerinin fikirlerini saygı çerçevesinde dinleyerek değişkenleri belirler (SDB2.2, D14). Bu tartışmanın sonunda öğrenciler farklı bağlamlardan hareketle betimsel, karşılaştırma veya ilişkililiğe odaklanan, istatistiksel araştırma sorularına ulaşır (SDB2.1). Öğrencilerden bu süreçte dünyaya ve topluma duyarlılığını, ekosistemin sürdürülebilirliğini yansıtabileceği farklı disiplinlere yönelik araştırma soruları hazırlamaları beklenir (SDB2.3, SDB3.3 OB8, D6). Örneğin hava kirliliği ve iklim değişikliğine odaklanan (coğrafya), gelir dağılımı ve yaşam koşullarını (sosyoloji) veya yatırım ve tasarrufları inceleyen (ekonomi) (OB3) araştırma soruları oluşturulabilir.

Hazırlanan araştırma sorularına cevap bulabilmek amacıyla veri elde etme sürecine geçilir. Bu süreçte öğrencilerin hazır veriye hangi kaynaklardan nasıl ulaşabileceği üzerine sınıf içi tartışma yapılır (SDB2.1). Örneğin öğrenciler belirledikleri soruların bağlamı ile ilişkili olan kamu kurumlarının genel ağ adreslerini ziyaret ederek ihtiyaç duydukları hazır verilere ulaşabilir (OB1, OB6). Ayrıca belirledikleri sorular bağlamında dijital ortamlarda bu tür verileri nasıl elde edebilecekleri ile ilgili tartışmalar yapılır. Bu sayede öğrenciler, ulusal veya uluslararası resmî kanallar üzerinde dijital kaynaklardan hazır verileri elde edebilir (OB2). Sınıf ortamına ve imkânlarla bağlı olarak gerektiğinde hazır veriler öğrencilere sağlanabilir. Öğrenciler; hazır veri setlerindeki verilerin nasıl toplandığı, değişkenlerin nasıl tanımlandığı gibi kriterlerle veri toplama sürecini sorgular. Hazır veriye ait örneklemin genellemeyi hedeflediği evrene uygunluğunu olasılık bilgilerini kullanarak ve eleştirel bakarak (E3.10) tartışır. Elde edilen hazır verilerin belirlenen araştırma sorusuna cevap verebilecek değişkenleri içerip içermediği incelenir. Öğrencilerden çalıştıkları hazır veriye göre araştırma sorularında gerekiyorsa uyarılama yapmaları beklenir (SDB1.2).

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma soruları ve veri toplama planları, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı kriterleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Araştırma soruları bağlamında öğrencilerden betimsel, karşılaştırma ve ilişkililik içeren veri dağılımlarını analiz edebilmek için görselleştirme araçlarından ve/veya özetleme araçlarından uygun olanlarını seçmeleri istenir (**SDB1.2, MAB3**). Uygun olan aracın/araçların belirlenmesinde araştırma sorularına yeniden dönülerek hangi aracın/araçların uygun olduğuna dair sınıf içi tartışma (**SDB2.1**) yapılır. Bu süreçte öğrenciler birbirlerinin fikirlerini nezaketle dinler, arkadaşlarıyla empati yapar (**SDB2.3, D14**). Seçilecek araç/araçlar, araştırma sorularına cevap verecek ve verileri analiz edecek nitelikte olmalıdır. Öğrencilerin istatistik yazılımlarını kullanarak (**MAB5**) ve görselleştirme ve/veya özetleme araçlarıyla verileri analiz etmeleri istenir (**OB2**). Bu süreçte her öğrencinin betimsel, karşılaştırma ve ilişkililik içeren araştırma tasarımlarını deneyimlemeleri sağlanır.

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen araştırma sonuçlarına ilişkin sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.1, D14**). Öğrencilerden elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri beklenir (**SDB3.3**). Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütün bileşenlerini sistematik (**E3.7**) bir şekilde gözden geçirmeleri sağlanır. Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel bir dil içermesi önemlidir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin seçilen örneklem dağılımından hareketle evren dağılımı hakkında çıkarımlar yapması ve elde edilen sonuçları belirsizliği dikkate alan bir dille ifade etmesi beklenir. Araştırma tasarımının bütününe ilişkin poster, rapor, sunum ve dijital araçlar yardımıyla hazırlanan ürünler (**OB2**) sınıf ortamında sunulur. Ayrıca öğrenciler; dijital hikâye, poster, sunum ya da infografik gibi ürünler hazırlayarak çeşitli platformlarda (EBA, kongre, bilim olimpiyatları, çalıştay gibi) istatistiksel araştırma tasarımını ve elde ettiği sonuçları paylaşabilir (**OB2**). Öğrenciler, elde ettikleri istatistiksel sonuç ve çıkarımlara dayalı olarak veri temelli argümanlar ve veriye dayalı çözüm önerileri geliştirebilir. İstatistiksel araştırma süreci kapsamında belirlemiş olduğu toplumsal veya bilimsel durumlarla (küresel ısınma, orman yangınları, iş gücüne katılımında cinsiyet eşitsizliği, nesli tükenmekte olan türler gibi) ilgili veri temelli argümanlar ve yeni çözüm önerileri üretebilir, ilgili kamu kurumları ile iletişime geçebilir ya da ilgili sivil toplum kuruluşlarında çözüm önerilerini eyleme dönüştürebileceği gönüllü faaliyetlere katılabilir (**OB6, OB8, D20**). Elde ettiği sonuçlardan hareketle ileride oluşabilecek durumlar için ne tür yeni araştırmalar tasarlanabileceğine ilişkin öğrencilerden öneriler sunmaları beklenir (**SDB3.1**). Öğrencilerden istatistiksel araştırma tasarlama, yürütme ve sonuçlarını paylaşma süreçlerinde bireysel deneyimlerini ve varsa yaşamış oldukları zorlukları günlük gibi araçlarla kayıt altına almaları istenebilir. Süreç boyunca kendi duygu, düşünce ve davranışlarını nasıl yönettiklerini ve bu zorluklarla nasıl başa çıktıklarını değerlendirmeleri istenebilir (**SDB1.2, SDB1.3**). Öğrencilere bu çıktıya yönelik bir proje ödevi verilebilir.

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** Öğrencilerden toplumsal planda kritik olduğunu düşündükleri bağlamları (iklim değişikliği, sosyal medya bağımlılığı gibi) kullanarak oluşturdukları istatistiksel araştırma tasarımlarını ve sonuçlarını bilimsel bir rapor, makale veya bildiri şeklinde düzenlemeleri istenerek akademik ortamlarda (çalıştay, kongre gibi) paylaşımları istenebilir.

Öğrencilerden yürüttükleri istatistiksel araştırmaların sonuçlarına ilişkin çözüm önerilerini ilgili kuruma sunacak şekilde projelendirmesi istenir.

Öğrencilere çok değişken içeren veri seti sunulup öğretmen tarafından seçilen bir değişkenin o veri setinde yer alan diğer değişkenlerden hangisi ile en ilişkili olduğu incelenir; seçilen değişkenlere yönelik istatistiksel araştırma tasarımları yapmaları öğrencilerden beklenir. Öğrencilerden elde ettiği sonuçları dijital araçlar yardımıyla paylaşımları ve deneyimlerini ifade etmeleri istenir.

**Destekleme** Hazır veri setlerinde daha az sayıda değişken olmasına ve bu değişkenlere ait veri sayısının daha az olmasına dikkat edilerek istatistiksel araştırma sürecinin yürütülmesi istenir. Elde edilen sonuçlar çeşitli görsel araçlar (sunum, infografik gibi) yardımıyla sınıf ortamında paylaşılır.

İstatistiksel araştırma süreci grup çalışması ile yürütülür. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir, öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçlarına uygun görevler verilmesi sağlanır. Akran öğrenmesi ve görev paylaşımları ile öğrencilerin istatistiksel araştırma tasarımlarını anlamlandırması desteklenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



