1. **a.** $A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

b. $A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 3 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

c. $A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 4 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

d. $A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 5 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

e. $A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ n\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, p elemanlı kaç alt kümesi vardır?

a. 55 **b.** 120 **c.** 126 **d.** 56 **e.** $\binom{n-p+1}{p}$

2. Bir yuvarlak masada 12 kişi oturmaktadır.

a. Yan yana oturmayan 2 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

b. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 3 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

c. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 4 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

d. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 5 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

e. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 6 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

a. 54 **b.** 112 **c.** 105 **d.** 36 **e.** 2

3. 3'ü kadın, 9'u erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

b. Kadınların yalnız ikisinin yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

c. Üç kadının yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

d. Herhangi iki kadın arasına en az 2 erkeğin oturması olasılığı kaçtır?

a. $\frac{28}{55}$ **b.** $\frac{24}{55}$ **c.** $\frac{3}{55}$ **d.** $\frac{2}{11}$

4. 4'ü kadın, 8'i erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

b. Kadınların yalnız ikisinin yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

c. Kadınların ikişer ikişer yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

d. Yalnız üç kadının yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

e. Dört kadının yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

f. Herhangi iki kadın arasına en az 2 erkeğin oturması olasılığı kaçtır?

a. $\frac{7}{33}$ **b.** $\frac{28}{55}$ **c.** $\frac{14}{165}$
d. $\frac{28}{165}$ **e.** $\frac{4}{165}$ **f.** $\frac{1}{165}$

5. 5'i kadın, 7'si erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

b. Kadınların ikisinin yan yana, üçünün yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

a. $\frac{1}{22}$ **b.** $\frac{1}{11}$

6. 6'sı kadın, 6'sı erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

b. Kadınların yalnız ikisinin yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

c. Kadınların ikişer ikişer yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

d. Kadınların üçer üçer yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

e. Kadınlardan birinin iki erkek arasında, 2'sinin yan yana ve 3'ünün yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

a. $\frac{1}{462}$ **b.** $\frac{5}{77}$ **c.** $\frac{10}{231}$ **d.** $\frac{5}{154}$ **e.** $\frac{20}{77}$

Çözümler

1. **a.** $A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

I. yol: (İçerme – Dışlama Prensibi ile)

İki elemanlı alt kümelerin sayısından, elemanları ardışık sayılar olan iki elemanlı alt kümelerin sayısını çıkarırız:

$$C(12,2) - 11 \cdot C(10,0) = 55$$

İkinci terimdeki 11 kat sayısı $\{1,\ 2\}$, $\{2,3\}$, ..., $\{11,12\}$ gibi; elemanları ardışık sayılar olan 2 elemanlı kümelerin sayısıdır. $C(10,0)$ ifadesi de, 2 eleman alındıktan sonra geriye kalan 10 elemandan hiçbirinin alınmayacağını gösterir.

II. yol: (0/1 dizisi yardımı ile)

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin

belli bir seçimde alacağımız elemanlarını "**a**" ile,

bırakacağımız elemanlarını "**b**" ile gösterelim:

b b a b b b b a b b b b

biçiminde bir sıralama elde ederiz.

Bu sıralamada, seçeceğimiz herhangi iki "**a**", "**b**" lerin ayırdığı aynı aralıkta bulunmamalıdır. 10 tane "**b**",

. b . b . b . b . b . b . b . b . b . b .

10+1 tane ayrık yer oluşturur.

Demek ki; bizim seçeceğimiz iki eleman, birer birer, bu 11 ayrık yerin ikisinde bulunmalıdır.

$$C(11,2) = 55$$

Burada, kümelerin sırayla seçilmesi söz konusu değildir. Her kümenin seçilmesinde, "**b**"lerin ayırdığı 11 ayrık yerin tamamı göz önüne alınır.

III. yol: (Doğrudan doğruya sayma gibi.)

Ardışık eleman bulundurmayan, iki elemanlı alt kümelerin sayısı;

küçük elemanı 1 olan ----------→ 10 alt küme,

küçük elemanı 2 olan ----------→ 9 alt küme,

küçük elemanı 3 olan ----------→ 8 alt küme,

...

küçük elemanı 11 olan ---------→ 1 alt küme.

$$1 + 2 + 3 + ... + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55 \quad \text{olur.}$$

1. **b.** $A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 3 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

I. yol: (İçerme – Dışlama Prensibi ile)

Ardışık sayılar içermeyen üç elemanlı alt kümelerin sayısı N_0 olsun.

Üç elemanlı tüm alt kümelerin sayısı $C(12,3)$'dır.

$C(12,3) = N_1$ diyelim.

En az iki elemanı ardışık sayılar olan üç elemanlı alt kümelerin sayısı $11 \cdot C(10,1)$' dır.

$11 \cdot C(10,1) = N_2$ diyelim.

Buradaki 11 kat sayısı $\{1,\ 2\}$, $\{2,3\}$, ..., $\{11,12\}$ gibi; elemanları ardışık sayılar olan 2 elemanlı kümelerin sayısıdır. Bu kümelerden her birine, geriye kalan 10 elemandan biri $C(10,1)$ kadar değişik biçimde seçilerek katılır. Böylece; en az iki elemanı ardışık sayılar olan üç elemanlı alt kümeler elde edilir.

Üç elemanı da ardışık sayılar olan üç elemanlı alt kümelerin sayısı $10 \cdot C(9,0)$'dır.

Buradaki 10 kat sayısı $\{1,2,3\}$, $\{2,3,4\}$, ..., $\{10,11,12\}$ gibi; elemanları ardışık sayılar olan 3 elemanlı kümelerin sayısıdır. $C(9,0)$ ifadesi de, 3 eleman alındıktan sonra geriye kalan 9 elemandan hiçbirinin alınmayacağını gösterir.

$10 \cdot C(9,0) = N_3$ diyelim.

$$N_0 = N_1 - N_2 + N_3$$
$$\Rightarrow N_0 = C(12,3) - 11 \cdot C(10,1) + 10 \cdot C(9,0)$$
$$\Rightarrow N_0 = 120 \quad \text{olur.}$$

II. yol: (0/1 dizisi yardımı ile)

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin

belli bir seçimde alacağımız elemanlarını "**a**" ile,

bırakacağımız elemanlarını "**b**" ile gösterelim:

b b a b a b b b a b b b

biçiminde bir sıralama elde ederiz.

Bu sıralamada, seçeceğimiz herhangi iki "**a**", "**b**" lerin ayırdığı aynı aralıkta bulunmamalıdır.

9 tane "**b**",

. b . b . b . b . b . b . b . b . b .

9+1 tane ayrık yer oluşturur.

Demek ki; bizim seçeceğimiz üç eleman, bu 10 ayrık yerin üçünde bulunmalıdır. $C(10,3) = 120$

1. c. $A=\{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 4 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

I. yol: (İçerme – Dışlama Prensibi ile)

Ardışık sayılar içermeyen dört elemanlı alt kümelerin sayısı N_0 olsun.

Dört elemanlı alt kümelerin sayısı $C(12,4)$ 'dır.

$C(12,4)=N_1$ diyelim.

En az iki elemanı ardışık sayılar olan dört elemanlı alt kümelerin sayısını bulalım:

Bu sayı, ilk bakışta $11\cdot C(10,2)$ gibi görünür. Ancak; burada ikişer ikişer ardışık olan dört elemanın oluşturduğu kümeler ikişer kere sayılmıştır.

1 2 3 4 ile 1 2 **3 4** ve **4 5** 7 8 ile 4 5 **7 8** gibi.

Buradaki fazlalık, daha sonra yapacağımız toplama ve çıkarma işlemleri ile giderilemeyecek türdendir.

İkişer ikişer ardışık, dört elemanın oluşturduğu alt kümelerin sayısı;

küçük elemanları 1,2 olan -----→ 9 alt küme,

küçük elemanları 2,3 olan -----→ 8 alt küme,

küçük elemanları 3,4 olan -----→ 7 alt küme,

…

küçük elemanları 9,10 olan ---→ 1 alt küme.

$$1+2+3+...+9=\frac{9\cdot 10}{2}=45 \quad \text{olur.}$$

Buna göre; en az iki elemanı ardışık sayılar olan dört elemanlı alt kümelerin sayısı,

$11\cdot C(10,2)-45$ olur.

$11\cdot C(10,2)-45=N_2$ diyelim.

Üç elemanı ardışık sayılar olan dört elemanlı alt kümelerin sayısı $10\cdot C(9,1)$ 'dır.

Buradaki 10 kat sayısı $\{1,2,3\}$, $\{2,3,4\}$, …, $\{10,11,12\}$ gibi; elemanları ardışık sayılar olan 3 elemanlı kümelerin sayısıdır. Bu kümelerden her birine, geriye kalan 9 elemandan biri $C(9,1)$ biçimde seçilerek katılır. Böylece; en az üç elemanı ardışık sayılar olan, dört elemanlı alt kümeler elde edilir.

$10\cdot C(9,1)=N_3$ diyelim.

Dört elemanı da ardışık sayılar olan dört elemanlı alt kümelerin sayısı $9\cdot C(8,0)$ 'dır.

Buradaki 9 kat sayısı $\{1,2,3,4\}$, $\{2,3,4,5\}$, …, $\{9,10,11,12\}$ gibi; elemanları ardışık sayılar olan dört elemanlı kümelerin sayısıdır. $C(8,0)$ ifadesi de, 4 eleman alındıktan sonra geriye kalan 8 elemandan hiçbirinin alınmayacağını gösterir.

$9\cdot C(8,0)=N_4$ diyelim.

$$N_0=N_1-N_2+N_3-N_4$$
$$\Rightarrow N_0=C(12,4)-[11\cdot C(10,2)-45]$$
$$+10\cdot C(9,1)-9\cdot C(8,0)$$
$$\Rightarrow N_0=126 \quad \text{olur.}$$

Görüldüğü gibi; içerme – dışlama prensibi, bu sorunun çözümünde işimizi kolaylaştırmamıştır.

II. yol: (0/1 dizisi yardımı ile)

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin

belli bir seçimde alacağımız elemanlarını "**a**" ile,

bırakacağımız elemanlarını "**b**" ile gösterelim:

b b a b a b b b a b b a

biçiminde bir sıralama elde ederiz.

Bu sıralamada, seçeceğimiz herhangi iki "**a**", "**b**" lerin ayırdığı aynı aralıkta bulunmamalıdır.

8 tane "**b**",

. b . b . b . b . b . b . b . b .

8+1 tane ayrık yer oluşturur.

Demek ki; bizim seçeceğimiz dört eleman, birer birer, bu 9 ayrık yerin dördünde bulunmalıdır. $C(9,4)=126$ olur.

Not: (0/1) dizisi, "a" lar yerine "0" ve "b" ler yerine "1" koyulduğunda elde edilen dizidir.

1. d. $A=\{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 12\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, 5 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

Her bir seçimde alacağımız 5 eleman, birer birer, geriye kalan 7 elemanın ayıracağı 8 yerin 5'inden alınmalıdır.

$C(8,5)=56$ bulunur.

1. e. $A=\{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ n\}$ kümesinin, ardışık sayılar içermeyen, p elemanlı kaç alt kümesi vardır?

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ n\}$ kümesinin

belli bir seçimde alacağımız elemanlarını "**a**" ile,

bırakacağımız elemanlarını "**b**" ile gösterelim:

b b a b b b . . . b a b b b b

biçiminde bir sıralama elde ederiz.

Bu sıralamada, seçeceğimiz herhangi iki "**a**", "**b"** lerin ayırdığı aynı aralıkta bulunmamalıdır. "**a**" ların sayısı **p**, "**b**" lerin sayısı **r** olsun.

$p+r=n$ olur.

r tane **b**,

. b . b . b . b ..... b . b . b . b . b .

r+1 tane ayrık yer oluşturur.

Demek ki; bizim seçeceğimiz **p** tane eleman, birer birer, bu **r+1** ayrık yerin **p** tanesinden alınacaktır.

Buna göre; ardışık sayılar içermeyen, **p** elemanlı alt kümelerin sayısı, $C(r+1,p)$ olur.

$$p+r=n$$
$$\Rightarrow r=n-p$$
$$\Rightarrow r+1=n-p+1$$

olduğu düşünülürse,

n elemanlı bir kümenin, ardışık sayılar içermeyen p elemanlı alt kümelerinin sayısı,

$$\binom{n-p+1}{p}$$

olarak bulunur.

2. Bir yuvarlak masada 12 kişi oturmaktadır.

a. Yan yana oturmayan 2 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

I. yol: (İçerme – Dışlama Prensibi ile)

12 kişinin 2'li kombinasyonlarının sayısından, yan yana olanların ikili kombinasyonlarının sayısını çıkarırız:

$$C(12,2)-12\cdot C(10,0)=54$$

İkinci terimdeki 12 kat sayısı, yuvarlak masada oturan 12 kişiden elde edeceğimiz, yan yana oturan çift sayısıdır.

$C(10,0)$ ifadesi de, 2 eleman alındıktan sonra geriye kalan 10 elemandan hiçbirinin alınmayacağını gösterir.

II. yol: (0/1 dizisi yardımı ile)

Yuvarlak masada oturan 12 kişiyi 1'den 12'ye kadar numaralayalım.

12 numaralı kişinin seçildiği ve seçilmediği durumlar vardır.

12 numaralı kişinin seçildiği durumda, ikinci kişi 11, 12, 1 dışında kalan 9 kişiden biri olacaktır.

12'nin seçildiği durum sayısı $C(9,1)=9$ dur.

12 numaralı kişinin seçilmediği durumda; problem, 1'den 11'e kadar sıralanmış sayılardan, ardışık olmayan 2 tanesinin kaç değişik biçimde seçilebileceği problemine dönüşür. Seçilen iki kişi diğer 9'unun ayırdığı 9+1 aralığın ikisinden alınmalıdır. $C(11-2+1,2)=45$

Toplam seçim sayısı,

$$C(9,1)+C(10,2)=54 \quad \text{olur.}$$

Soru: Aşağıdaki yaklaşım hatalıdır. Neden?

"Seçeceğimiz kişileri **a** ile, bırakacağımız kişileri **b** ile gösterelim. 2 tane **a** kişisini, 10 tane **b**'nin ayırdığı 10 ayrık yerin 2'sinden seçmeliyiz. $C(10,2)=45$ seçim mümkündür."

Bu yaklaşım, bir sıradaki 12 kişiden yan yana olmayan 2'sinin seçilmesinde geçerlidir. Alacaklarımızı **a**, bırakacaklarımızı **b** ile göstererek, 2 tane **a**'yı 10 tane **b**'nin ayırdığı 11 yerin ikisinden seçmemiz gerektiğini düşünürüz. 10 tane **b**, yuvarlak masada 10 yer ayırır. Burada, neden "2 tane **a**'yı 10 tane **b**'nin ayırdığı 10 yerin 2'sinden seçmemiz gerekir." diyemiyoruz?

2. Bir yuvarlak masada 12 kişi oturmaktadır.

b. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 3 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

I. yol: (İçerme – Dışlama Prensibi ile)

12'nin 3'lü kombinasyonlarının sayısından, en az 2 kişinin yan yana olduğu durumların sayısını çıkarıp 3'ünün de yan yana olduğu durumların sayısını ekleyeceğiz:

$$C(12,3)-12\cdot C(10,1)+12\cdot C(9,0)=112$$

II. yol: (0/1 dizisi yardımı ile)

12'nin seçildiği durumda, yanındakilerin dışındaki 9 kişiden yan yana olmayan 2'si;

12'nin seçilmediği durumda, geriye kalan 11 kişiden yan yana olmayan 3'ü seçilecektir.

$$\binom{9-2+1}{2}+\binom{11-3+1}{3}=112$$

2. Bir yuvarlak masada 12 kişi oturmaktadır.

c. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 4 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

12'nin seçildiği durumda, yanındakilerin dışındaki 9 kişiden yan yana olmayan 3'ü;

12'nin seçilmediği durumda, geriye kalan 11 kişiden yan yana olmayan 4'ü seçilecektir.

$$\binom{9-3+1}{3}+\binom{11-4+1}{4}=105$$

2. Bir yuvarlak masada 12 kişi oturmaktadır.

d. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 5 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

12'nin seçildiği durumda, yanındakilerin dışındaki 9 kişiden yan yana olmayan 4'ü;

12'nin seçilmediği durumda, geriye kalan 11 kişiden yan yana olmayan 5'i seçilecektir.

$$\binom{9-4+1}{4}+\binom{11-5+1}{5}=36$$

2. Bir yuvarlak masada 12 kişi oturmaktadır.

e. Herhangi ikisi yan yana oturmayan 6 kişi kaç değişik biçimde seçilebilir?

12'nin seçildiği durumda, yanındakilerin dışındaki 9 kişiden yan yana olmayan 5'i;

12'nin seçilmediği durumda, geriye kalan 11 kişiden yan yana olmayan 6'sı seçilecektir.

$$\binom{9-5+1}{5}+\binom{11-6+1}{6}=2$$

3. 3'ü kadın, 9'u erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

9 erkek, yuvarlak masaya (9-1)! biçimde oturur. Bunların ayırdığı 9 aralığın 3'üne, 3 kadın $C(9,3)\cdot 3!$ biçimde oturur. İstenen durumların sayısı, $(9-1)!\cdot C(9,3)\cdot 3!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(9-1)!\cdot C(9,3)\cdot 3!}{(12-1)!}=\frac{28}{55}$$ bulunur.

3. 3'ü kadın, 9'u erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

b. Kadınların yalnız ikisinin yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

9 erkek, yuvarlak masaya (9-1)! biçimde oturur. Bunların ayırdığı 9 aralığın 2'si seçilir. Kadınlardan 2'si bu aralıklardan birine, 1'i diğerine yerleştirilir. İstenen durumların sayısı, $(9-1)!\cdot C(9,2)\cdot C(2,1)\cdot 3!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(9-1)!\cdot C(9,2)\cdot C(2,1)\cdot 3!}{(12-1)!}=\frac{24}{55}$$

bulunur.

Soru: 3-b'nin çözümünde, **a**şağıdaki akıl yürütme hatalıdır. Neden?

"9 erkek, yuvarlak masaya (9-1)! biçimde oturur. Bunların ayırdığı 9 aralığın birine kadınlardan 2'si $C(9,1)\cdot 2!$ biçimde; 1'i kalan 8 aralıktan birine $C(8,1)$ biçimde yerleşir. İstenen durumların sayısı, $(9-1)!\cdot C(9,1)\cdot 2!\cdot C(8,1)$ olur."

3. 3'ü kadın, 9'u erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

c. Üç kadının yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

9 erkek, yuvarlak masaya (9-1)! biçimde oturur. 3 kadın, erkeklerin ayırdığı aralıklardan birine 3! biçimde yerleşir. İstenen durumların sayısı, $(9-1)! \cdot C(9,1) \cdot 3!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(9-1)! \cdot C(9,1) \cdot 3!}{(12-1)!} = \frac{3}{55} \quad \text{bulunur.}$$

3. 3'ü kadın, 9'u erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

d. Herhangi iki kadın arasına en az 2 erkeğin oturması olasılığı kaçtır?

I. yol: (Temel Gökçe'den)

1. kadının iki yanına birer erkeği $C(9,2) \cdot 2!$ biçimde; ($E_xK_1E_y$ gibi.)

2. kadının iki yanına birer erkeği $C(7,2) \cdot 2!$ biçimde;

3. kadının iki yanına birer erkeği $C(5,2) \cdot 2!$ biçimde yerleştiririz.

Böylece elde edilen EKE, EKE, EKE, E, E, E nesnelerinin yuvarlak masaya dizilişlerinin sayısı $(6-1)! \cdot C(9,2) \cdot 2! \cdot C(7,2) \cdot 2! \cdot C(5,2) \cdot 2!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(6-1)! \cdot C(9,2) \cdot 2! \cdot C(7,2) \cdot 2! \cdot C(5,2) \cdot 2!}{(12-1)!} = \frac{2}{11}$$

bulunur.

II. yol

3 kadın yuvarlak masaya (3-1)! biçimde oturur.

9 erkek, kadınların ayırdıkları 3 yere,

2-2-5 ayırımıyla $C(3,1) \cdot 9!$ biçimde;

2-3-4 ayırımıyla $C(3,1) \cdot C(2,1) \cdot 9!$ biçimde;

3-3-3 ayırımıyla 3! biçimde sıralanırlar.

İstenen durumların sayısı,

$(3-1)! \cdot [C(3,1) \cdot 9! + C(3,1) \cdot C(2,1) \cdot 9! + 9!]$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(3-1)! \cdot [C(3,1) \cdot 9! + C(3,1) \cdot C(2,1) \cdot 9! + 9!]}{(12-1)!} = \frac{2}{11}$$

bulunur.

4. 4'ü kadın, 8'i erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

8 erkek yuvarlak masaya (8-1)! biçimde oturur.

Erkeklerin ayırdığı 8 aralığın 4'ü, C(8,4) biçimde seçilir. Seçilen 4 aralığa kadınlar, birer birer 4! biçimde sıralanırlar.

İstenen durumların sayısı, $(8-1)! \cdot C(8,4) \cdot 4!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(8-1)! \cdot C(8,4) \cdot 4!}{(12-1)!} = \frac{7}{33} \quad \text{bulunur.}$$

4. 4'ü kadın, 8'i erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

b. Kadınların yalnız ikisinin yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

8 erkek yuvarlak masaya (8-1)! biçimde oturur.

Erkeklerin ayırdığı 8 aralığın 3'ü, C(8,3) biçimde seçilir. Bu 3 aralıktan biri de, iki kadını koymak üzere C(3,1) biçimde seçilir. Belirlenmiş yerlere kadınlar, 4! biçimde sıralanırlar.

İstenen durumların sayısı,

$(8-1)! \cdot C(8,3) \cdot C(3,1) \cdot 4!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(8-1)! \cdot C(8,4) \cdot C(3,1) \cdot 4!}{(12-1)!} = \frac{28}{55} \quad \text{bulunur.}$$

4. 4'ü kadın, 8'i erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

c. Kadınların ikişer ikişer yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

8 erkek yuvarlak masaya (8-1)! biçimde oturur.

Erkeklerin ayırdığı 8 aralığın 2'si, C(8,2) biçimde seçilir. Kadınların ikişer ikişer oturacakları yerler belirlenmiş olur. Belirlenmiş yerlere kadınlar, 4! biçimde sıralanırlar.

İstenen durumların sayısı, $(8-1)!\cdot C(8,2)\cdot 4!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(8-1)!\cdot C(8,2)\cdot 4!}{(12-1)!}=\frac{14}{165} \quad \text{bulunur.}$$

4. 4'ü kadın, 8'i erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

d. Yalnız üç kadının yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

8 erkek yuvarlak masaya (8-1)! biçimde oturur.

Erkeklerin ayırdığı 8 aralığın 2'si, C(8,2) biçimde seçilir. Bu aralıklardan biri de, 3 kadını koymak için C(2,1) biçimde seçilir. Kadınların oturacakları yerler belirlenmiş olur. Belirlenmiş yerlere kadınlar, 4! biçimde sıralanırlar.

İstenen durumların sayısı,

$(8-1)!\cdot C(8,2)\cdot C(2,1)\cdot 4!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(8-1)!\cdot C(8,2)\cdot C(2,1)\cdot 4!}{(12-1)!}=\frac{28}{165} \quad \text{bulunur.}$$

4. 4'ü kadın, 8'i erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

e. Dört kadının yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

4 kadını bir nesne sayarsak; istenen olasılık,

$$\frac{(9-1)!\cdot 4!}{(12-1)!}=\frac{4}{165} \quad \text{bulunur.}$$

4. 4'ü kadın, 8'i erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

f. Herhangi iki kadın arasına en az 2 erkeğin oturması olasılığı kaçtır?

4 kadın yuvarlak masaya (4-1)! biçimde oturur. 4 kadının ayırdıkları aralıklara erkekler ikişer ikişer oturur. Kadınların her bir sıralaması için, erkeklerin 8! sıralaması vardır.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(4-1)!\cdot 8!}{(12-1)!}=\frac{1}{165} \quad \text{bulunur.}$$

5. 5'i kadın, 7'si erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

7 erkek yuvarlak masaya (7-1)! biçimde oturur.

Erkeklerin ayırdığı 7 aralığın 5'i, C(7,5) biçimde seçilir. Seçilen 5 aralığa kadınlar, birer birer 5! biçimde sıralanırlar.

İstenen durumların sayısı, $(7-1)!\cdot C(7,5)\cdot 5!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(7-1)!\cdot C(7,5)\cdot 5!}{(12-1)!}=\frac{1}{22} \quad \text{bulunur.}$$

5. 5'i kadın, 7'si erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

b. Kadınların ikisinin yan yana, üçünün yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

7 erkek yuvarlak masaya (7-1)! biçimde oturur.

Erkeklerin ayırdığı 7 aralığın 2'si, C(7,2) biçimde seçilir. Bu aralıklardan biri de, 3 kadını koymak için C(2,1) biçimde seçilir. Böylece; kadınların yerleri belirlenmiş olur.

İstenen durumların sayısı,

$(7-1)!\cdot C(7,2)\cdot C(2,1)\cdot 5!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(7-1)!\cdot C(7,2)\cdot C(2,1)\cdot 5!}{(12-1)!}=\frac{1}{11} \quad \text{bulunur.}$$

6. 6'sı kadın, 6'sı erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

a. Kadınların herhangi ikisinin yan yana oturmamaları olasılığı kaçtır?

Açıklama, **4-a** da olduğu gibidir.

İstenen olasılık,

$$\frac{(6-1)!\cdot C(6,6)\cdot 6!}{(12-1)!}=\frac{1}{462}$$ bulunur.

6. 6'sı kadın, 6'sı erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

b. Kadınların yalnız ikisinin yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

Açıklama, **4-b** de olduğu gibidir.

İstenen olasılık,

$$\frac{(6-1)!\cdot C(6,5)\cdot C(5,1)\cdot 6!}{(12-1)!}=\frac{5}{77}$$ bulunur.

6. 6'sı kadın, 6'sı erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

c. Kadınların ikişer ikişer yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

Açıklama, **4-c** de olduğu gibidir.

İstenen olasılık,

$$\frac{(6-1)!\cdot C(6,3)\cdot C(5,1)\cdot 6!}{(12-1)!}=\frac{10}{231}$$ bulunur.

6. 6'sı kadın, 6'sı erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

d. Kadınların üçer üçer yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

Açıklama, **4-c** de olduğu gibidir.

İstenen olasılık,

$$\frac{(6-1)!\cdot C(6,2)\cdot 6!}{(12-1)!}=\frac{5}{154}$$ bulunur.

6. 6'sı kadın, 6'sı erkek olan 12 kişi bir yuvarlak masaya oturacaktır.

e. Kadınlardan birinin iki erkek arasında, 2'sinin yan yana ve 3'ünün yan yana oturmaları olasılığı kaçtır?

6 erkek yuvarlak masaya (6-1)! biçimde oturur.

Erkeklerin ayırdığı 6 aralığın 3'ü C(6,3) biçimde seçilir. Bu üç aralıktan biri 3 kadını oturtmak için C(3,1) biçimde, kalan iki aralıktan biri de 2 kadını oturtmak için C(2,1) biçimde seçilir. Üçüncü yere de 1 kadın oturtulur. Kadınların oturacakları yerler belirlenmiş olur. Belirlenmiş yerlere kadınlar, 6! biçimde sıralanırlar.

İstenen durumların sayısı,

$(6-1)!\cdot C(6,3)\cdot C(3,1)\cdot C(2,1)\cdot 6!$ olur.

Örnek uzayının eleman sayısı $(12-1)!$ dir.

Buna göre; istenen olasılık,

$$\frac{(6-1)!\cdot C(6,3)\cdot C(3,1)\cdot C(2,1)\cdot 6!}{(12-1)!}=\frac{20}{77}$$ bulunur.