

**Problem - 1**

Bir torbada 6 kırmızı, 8 mavi, 11 yeşil top vardır. Torbadan, geri atılmamak koşulu ile, toplar birer birer çekilecektir. Aynı renkli toplar özdeş sayılmaktadır.

- a.** 4. çekişte bir kırmızı topun geldiği bilindiğine göre, bir mavi topun yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.
- b.** 4. çekişte bir mavi topun geldiği bilindiğine göre, ilk üç çekişte mavi ve yeşil toplardan en az birinin çekilmiş olması olasılığını bulunuz.
- c.** 4. çekişte bir mavi topun geldiği bilindiğine göre, bir mavi topun yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.
- d.** 4. çekişte bir yeşil topun geldiği bilindiğine göre, bir mavi topun yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.

**Problem - 2**

A takımından 1, B takımından 3, C takımından 6 atlet olmak üzere; 10 atlet 100 m. finali koşacaklardır. Beraberlik durumunun olması olasılığının sıfır olduğu ve her sıralamanın eş olumlu olduğu varsayılmaktadır.

- a.** B takımından en az birinin C takımındaki tüm atletleri geçmesi olasılığı kaçtır?
- b.** A takımındaki atletin 3. olduğu bilindiğine göre, B takımından en az birinin C takımındaki tüm atletleri geçmesi olasılığı kaçtır?
- c.** A takımındaki atletin 3. olduğu bilindiğine göre, B takımındaki tüm atletleri geçmesi olasılığı kaçtır?
- d.** C takımındaki atletlerden birinin 3. olduğu bilindiğine göre, B takımından en az birinin C takımındaki tüm atletleri geçmesi olasılığı kaçtır?
- e.** B takımındaki Hasan Ilgaz'ın C takımındaki tüm atletleri geçmesi olasılığı kaçtır?

**Problem - 3**

Bir torbada 1 kırmızı, 1 mavi, 3 yeşil ve 5 sarı olmak üzere, 10 top vardır. Torbadan, geri atılmamak koşulu ile, toplar birer birer çekilecektir. Aynı renkli toplar özdeş sayılmaktadır.

- a.** 3. çekişte kırmızı topun geldiği bilindiğine göre, mavi topun yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.
- b.** 3. çekişte bir yeşil topun geldiği bilindiğine göre, mavi topun yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.
- c.** 3. çekişte mavi topun geldiği bilindiğine göre, mavi topun yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.
- d.** 3. çekişte bir yeşil topun gelmesi olasılığını bulunuz.
- e.** 3. çekişte mavi topun ve 5. çekişte bir yeşil topun gelmesi olasılığını bulunuz.

## Çözümler

## 1 - a

## 1. yol

4. çekişte bir kırmızı topun gelmiş olması; mavi toplarla yeşil toplar arasındaki sıralamayı etkilemez. 5 kırmızı, 8 mavi, 11 yeşil top arasından, topların birer birer çekildiği düşünülür. Mavi ya da yeşil bir topun çekildiği durumda bunun bir mavi top olması olasılığı,

$$\frac{P(M)}{P(M \cup Y)} = \frac{\frac{8}{24}}{\frac{8}{24} + \frac{11}{24}} = \frac{8}{19} \text{ olur.}$$

## 2. yol (Doğrudan Doğruya Hesaplama)

İlk çekişte bir mavi top gelebilir.  $P(M)$   
Ya da bir mavi topun geldiği çekışten önceki çekişlerde kırmızı toplar gelir.  $P(K...KM)$

$$\begin{aligned} & P(M) + P(KM) + P(KKM) \\ & + P(KKKM) + P(KKKKM) + P(KKKKKM) \\ & = \frac{8}{24} + \frac{5}{24} \cdot \frac{8}{23} + \frac{5}{24} \cdot \frac{4}{23} \cdot \frac{8}{22} + \frac{5}{24} \cdot \frac{4}{23} \cdot \frac{3}{22} \cdot \frac{8}{21} \\ & \quad + \frac{5}{24} \cdot \frac{4}{23} \cdot \frac{3}{22} \cdot \frac{2}{21} \cdot \frac{8}{20} \\ & \quad + \frac{5}{24} \cdot \frac{4}{23} \cdot \frac{3}{22} \cdot \frac{2}{21} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{8}{19} \\ & = \frac{8}{19} \end{aligned}$$

## 3. yol

Verilen problem,  
"6 kırmızı formalı, 8 mavi formalı, 11 yeşil formalı 25 atletin yarıştığı bir koşuda, 4.nün bir kırmızı formalı olduğu bilinmektedir. Buna göre; mavi formalılardan en az birinin yeşil formalı atletlerin tümünü geçmiş olması olasılığı kaçtır?" problemi ile aynıdır. Bu problemin de,  
"8 mavi formalı, 11 yeşil formalı 19 atletin yarıştığı bir koşuda, mavi formalı bir atletin 1. olması olasılığı kaçtır?" problemi ile aynı olduğu kolayca görülür. İstenen olasılık,

$$\frac{C(8,1)}{C(19,1)} = \frac{8}{19}$$

olarak bulunur.

## 1 - b

İlk üç çekışte, bir mavi ya da bir yeşil top gelebilir, ya da hep kırmızı toplar gelebilir.

1'den, ilk üç çekışin üçünde de bir kırmızı topun gelmesi olasılığını çıkarırsak geriye, ilk üç çekışte mavi ya da yeşil toplardan en az birinin gelmesi olasılığı kalır.

4. çekışte gelen maviyi yok sayarak; 6 kırmızı, 7 mavi, 11 yeşil top arasından, topları birer birer çektiğimizi düşünürüz.

$$\begin{aligned} P(M \cup Y) &= 1 - P(KKK) \\ &= 1 - \frac{6}{24} \cdot \frac{5}{23} \cdot \frac{4}{22} \\ &= \frac{501}{506} \end{aligned}$$

## 1 - c

4. çekışte bir mavi topun geldiği bilindiğine göre; bir mavi topun yeşil toplardan önce gelmiş olması için,

ya ilk üç çekışte bir mavi topun gelmiş ve bir yeşil topun gelmemiş olması

ya da ilk üç çekışte kırmızı topların gelmiş olması gerekir.

4. çekışte gelen maviyi yok sayarak; 6 kırmızı, 7 mavi, 11 yeşil top arasından, topları birer birer çektiğimizi düşünürüz.

$$\begin{aligned} & P(\text{Önce mavi}) \\ &= P(M) + P(KM) + P(KKM) + P(KKK) \\ &= \frac{7}{24} + \frac{6}{24} \cdot \frac{7}{23} + \frac{6}{24} \cdot \frac{5}{23} \cdot \frac{7}{22} + \frac{6}{24} \cdot \frac{5}{23} \cdot \frac{4}{22} \\ &= \frac{109}{276} \end{aligned}$$

## 1 - d

## 1. yol

4. çekışte bir yeşil topun geldiği bilindiğine göre; bir mavi topun yeşil toplardan önce gelmiş olması için, ilk üç çekışte mavi ya da yeşil bir topun gelmiş olması ve bunun mavi olması gerekir.

4. çekışte gelen yeşil topu yok sayarak; 6 kırmızı, 8 mavi, 10 yeşil top arasından, topları birer birer çektiğimizi düşünürüz.

$$\begin{aligned} P(\text{Önce mavi}) &= P(M) + P(KM) + P(KKM) \\ &= \frac{8}{24} + \frac{6}{24} \cdot \frac{8}{23} + \frac{6}{24} \cdot \frac{5}{23} \cdot \frac{8}{22} \\ &= \frac{334}{759} \end{aligned}$$

**2. yol**

İlk üç çekişte mavi ya da yeşil toplardan birinin gelmesi olasılığı 501/506 dır.

Mavi ya da yeşil toplardan en az birinin geldiği durumlarda, bunun mavi olması olasılığı 8/18 dir.

$$P(\text{Önce mavi}) = \frac{501}{506} \cdot \frac{8}{18} \\ = \frac{334}{759}$$

**2 - a**

3 atletten oluşan B takımı ile 6 atletten oluşan C takımının yarıştığı düşünülebilir. Bu yarışta 1.nin B takımından olması istenmektedir.

İstenen olasılık,  $P(B) = \frac{C(3,1)}{C(9,1)} = \frac{1}{3}$  olarak bulunur.

**2 - b**

Yarışın, yine, 3 atletten oluşan B takımı ile 6 atletten oluşan C takımı arasında geçtiği düşünülebilir. Bu yarışta da 1.nin B takımından olması istenmektedir.

İstenen olasılık,  $P(B) = \frac{C(3,1)}{C(9,1)} = \frac{1}{3}$  olarak bulunur.

**2 - c**

1. ve 2.nin C takımından olması, istenen koşulun sağlanması için yeterlidir.

A takımı dışındaki 9 atletin ikililerinden C takımındaki 6 atletin ikilileri seçilip 1. ve 2. sıraya yerleştirilir.

İstenen olasılık,  $P(A) = \frac{C(6,2)}{C(9,2)} = \frac{5}{12}$  olarak bulunur.

**2 - d**

İstenen koşulun sağlanması için, ya 1. B takımından olmalı ya da 1. A takımından, 2. B takımından olmalıdır.

$$P(\text{Önce B}) = P(B) + P(AB) \\ = \frac{C(3,1)}{C(9,1)} + \frac{C(1,1)}{C(9,1)} \cdot \frac{C(3,1)}{C(8,1)} \\ = \frac{3}{8}$$

**2 - e**

Yarışın, 6 atletten oluşan C takımı ile Hasan Ilgaz arasında geçtiği düşünülebilir. Bu yarışta da Hasan Ilgaz'ın 1. olması yeterlidir.

$$P(\text{Hasan Ilgaz}) = \frac{C(1,1)}{C(7,1)} \\ = \frac{1}{7}$$

**3 - a****1. yol**

3. çekişte bir kırmızı topun gelmiş olması; mavi toplarla yeşil toplar arasındaki sıralamayı etkilemez. 1 mavi, 3 yeşil, 5 sarı top arasından, topların birer birer çekildiği düşünülür. Mavi ya da yeşil bir topun çekildiği durumda bunun bir mavi top olması olasılığı,

$$\frac{P(M)}{P(M \cup Y)} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{9} + \frac{3}{9}} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

**2. yol**

Verilen problem,

"1 kırmızı formalı, 1 mavi formalı, 3 yeşil formalı, 5 sarı formalı 10 atletin yarıştığı bir koşuda, 3.nün bir kırmızı formalı olduğu bilinmektedir. Buna göre; mavi formalı atletin yeşil formalı atletlerin tümünü geçmiş olması olasılığı kaçtır?"

problemi ile aynıdır. Bu problemin de,

"1 mavi formalı, 3 yeşil formalı 4 atletin yarıştığı bir koşuda, mavi formalı bir atletin 1. olması olasılığı kaçtır?"

problemi ile aynı olduğu kolayca görülür.

İstenen olasılık,

$$\frac{C(1,1)}{C(4,1)} = \frac{1}{4}$$

olarak bulunur.

**3 - b**

Ya ilk çekilen mavi olmalı ya da ilk çekilen kırmızı veya sarı, 2. çekilen mavi olmalıdır. 1 kırmızı, 1 mavi, 2 yeşil, 5 sarı top arasından, topların birer birer çekildiği düşünülür.

$$P(\text{Önce Mavi}) = P(M) + P[(K \text{ veya } S) \text{ ve } M] \\ = \frac{C(1,1)}{C(9,1)} + \frac{C(6,1)}{C(9,1)} \cdot \frac{C(1,1)}{C(8,1)} \\ = \frac{5}{36}$$

**3 - c**

İlk çekilen ve 2. çekilen kırmızı veya sarı olmalıdır. 1 kırmızı, 1 mavi, 2 yeşil, 5 sarı top arasından, topların birer birer çekildiği düşünülür.

$$\begin{aligned} P(\text{Önce Mavi}) &= P[(K \vee S) \wedge (K \vee S)] \\ &= \frac{C(6,1) \cdot C(5,1)}{C(9,1) \cdot C(8,1)} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

**3 - d**

Her sıranın yeşil olması olasılığı aynı olup 3/10 dur. Buna göre; 3. çekilenin yeşil olması olasılığı da 3/10 olur.

**3 - e**

3. çekişte mavi ve 5. çekişte yeşil gelmesi olasılığı,

$$P(3_M \wedge 5_Y) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{30} \text{ bulunur.}$$