Örnek Problem

Bir torbada 6 kırmızı, 8 mavi, 11 yeşil top vardır. Torbadan, geri atılmamak koşulu ile, toplar birer birer çekilecektir.

a. Mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce çekilmesi olasılığını bulunuz.

b. 5. çekişte bir kırmızı topun geldiği bilindiğine göre, mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.

c. 7. çekişte bir kırmızı topun gelmediği bilindiğine göre, mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce çekilmesi olasılığını bulunuz.

d. 23. çekişte bir mavi topun geldiği bilindiğine göre, mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.

e. 10. çekişte bir yeşil topun geldiği bilindiğine göre, mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce çekilmiş olması olasılığını bulunuz.

Çözümler

a. İlk çekişte bir mavi topun gelmesi olasılığı 8/25;
ilk çekişte bir yeşil topun gelmesi olasılığı 11/25'tir.
İlk çekişte bir mavi ya da bir yeşil top gelmişse; bunun bir mavi top olması olasılığı,

$$\frac{P(M)}{P(M \cup Y)} = \frac{\frac{8}{25}}{\frac{8}{25}+\frac{11}{25}} = \frac{8}{19} \quad \text{olur.}$$

İlk iki çekişte, bir mavi topun gelmesi ve bir yeşil topun gelmemesi olasılığı

$$P(M) + P(KM) = \frac{8}{25} + \frac{6}{25}\cdot\frac{8}{24} = \frac{10}{25} \;;$$

İlk iki çekişte, bir yeşil topun gelmesi ve bir mavi topun gelmemesi olasılığı

$$P(Y) + P(KY) = \frac{11}{25} + \frac{6}{25}\cdot\frac{11}{24} = \frac{55}{100} \;;$$

İlk iki çekişte bir mavi ya da bir yeşil top gelmişse; bunun mavi olması olasılığı,

$$\frac{P(M)}{P(M \cup Y)} = \frac{\frac{10}{25}}{\frac{10}{25}+\frac{55}{100}} = \frac{8}{19} \quad \text{olur.}$$

Böylece; kaç çekiş yapılırsa yapılsın, mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce gelmesi olasılığının değişmeyeceği;
ilk çekişte bir mavi ya da bir yeşil topun geldiği bilindiğine göre, bunun bir mavi top olması olasılığına eşit kalacağı görülür.
Öyleyse; mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce gelmesi olasılığı 8/19'dur.

b. 5. çekişte gelen kırmızı topu yok sayalım.
5 kırmızı, 8 mavi ve 11 yeşil top içinden çekiş yaptığımızı düşünelim.
"a" daki sorunun çözümündeki düşüncelerle

$$\frac{P(M)}{P(M \cup Y)} = \frac{\frac{8}{24}}{\frac{8}{24}+\frac{11}{24}} = \frac{8}{19} \quad \text{bulunur.}$$

Demek ki; herhangi bir çekişte gelenin kırmızı bir top olması, mavi toplarla yeşil toplar arasındaki sıralamayı etkilemeyecektir.

c. 7. çekişte bir kırmızı topun gelmesi ya da gelmemesi, mavi toplar ile yeşil toplar arasındaki sıralamayı etkilemeyecektir.
Mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce gelmesi olasılığı yine 8/19 olur.

d. 23. çekişte gelen mavi topu yok sayalım
6 kırmızı, 7 mavi ve 11 yeşil top içinden çekiş yaptığımızı düşünelim.
Top sayılarına dikkat edilirse; ilk 7 çekişte, mavi ya da yeşilden en az biri çekilecektir.
Öyleyse; istenen olasılık,
ilk 7 çekişte mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce gelmesi olasılığına;
bu da, ilk çekişte bir mavi ya da bir yeşil topun geldiği bilindiğine göre bunun bir mavi top olması olasılığına eşit olacaktır.

$$\frac{P(M)}{P(M \cup Y)} = \frac{\frac{7}{24}}{\frac{7}{24}+\frac{11}{24}} = \frac{7}{18} \quad \text{bulunur.}$$

e. 10. çekişte gelen yeşil topu yok sayalım.
6 kırmızı, 8 mavi ve 10 yeşil top içinden çekiş yaptığımızı düşünelim.
Top sayılarına dikkat edilirse; ilk 7 çekişte, mavi ya da yeşil toplardan en az biri çekilecektir.
Öyleyse; istenen olasılık,
ilk 7 çekişte mavi toplardan birinin yeşil toplardan önce gelmesi olasılığına;
bu da, ilk çekişte bir mavi ya da bir yeşil topun geldiği bilindiğine göre bunun bir mavi top olması olasılığına eşit olacaktır.

$$\frac{P(M)}{P(M \cup Y)} = \frac{\frac{8}{24}}{\frac{8}{24}+\frac{10}{24}} = \frac{4}{9}$$ bulunur.