Alıştırmalar ve Problemler – 1.1

1. **a.** Önermedir. **b.** Önerme değildir.
c. Önermedir. **d.** Önermedir.
e. Önerme değildir. **f.** Önermedir.
g. Önerme değildir. **h.** Önerme değildir.
i. Önermedir. **j.** Önermedir.

2. **a.** Güneş bir yıldızdır ve Dünya Güneş'in etrafında döner. (1)
b. Güneş bir yıldızdır ve Ay Güneş'in etrafında dönmez. (0)
c. Güneş bir yıldızdır ve Dünya veya Ay Güneş'in etrafında döner. (1)
d. Dünya Güneş'in etrafında dönmez veya Ay Güneş'in etrafında döner. (1)
e. Güneş bir yıldız değildir ve Dünya O'nun etrafında döner veya Ay Güneş'in etrafında dönmez. (0)
f. Güneş'in bir yıldız olduğu veya Dünya'nın O'nun etrafında döndüğü doğru değildir veya Ay Güneş'in etrafında döner. (1)

3. **a.** Hakan çalışmayacak ve sınıfını geçecek.
b. Akın veya Ferit okula gitmedi.
c. 23 sayısı asal değildir ve çifttir. (0)
d. $3^3 \neq 9$ veya $2^4 \leq 8$ (1)
e. $8 \geq 5$ tir ve Okan uzun boylu değildir.
f. Gülse bisiklet ve bilgisayar aldı.

4. **a.** 0 **b.** 1 **c.** 1 **d.** 1 **e.** 1 **f.** 0

5. **a.** $p' \vee (q' \wedge r)$ **b.** $(p' \vee q) \wedge r$
c. $p \wedge q' \wedge r$ **d.** $p' \vee q \vee r$
e. $(p' \vee r) \wedge (q' \vee r)$ **f.** $\left[(q \wedge r)' \wedge p\right] \vee r'$

6. **a.** p **b.** 0 **c.** 1 **d.** p **e.** 0 **f.** 1

7. **a.** $p \wedge (p' \vee q) \equiv (p \wedge p') \vee (p \wedge q) \equiv \mathbf{p \wedge q}$

b. $q \vee (p \wedge q') \equiv (q \vee p) \wedge (q \vee q') \equiv \mathbf{p \vee q}$

c. $(p \wedge q)' \vee (p \vee r) \equiv p' \vee q' \vee p \vee r$
$\equiv p' \vee p \vee q' \vee r \equiv \mathbf{1}$

d. $(p \wedge q)' \wedge (p' \vee q) \equiv (p' \vee q') \wedge (p' \vee q)$
$\equiv p' \vee (q' \wedge q) \equiv p' \vee 0 \equiv \mathbf{p'}$

e. $(p \wedge q') \vee \left[(p \wedge q)' \vee q'\right]$
$\equiv (p \wedge q') \vee p' \vee q' \vee q'$
$\equiv \left[(p \vee p') \wedge (q' \vee p')\right] \vee q' \equiv q' \vee p' \vee q'$
$\equiv \mathbf{p' \vee q'}$

f. $p \vee \left[(p \wedge q)' \wedge (p \vee q)'\right]$
$\equiv p \vee \left[(p' \vee q') \wedge (p' \wedge q')\right]$
$\equiv (\underbrace{p \vee p'}_{1} \vee q') \wedge (\underbrace{p \vee p'}_{1}) \wedge (p \vee q') \equiv \mathbf{p \vee q'}$

8. **a.** $\mathbf{p} \vee (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \equiv (p \wedge 1) \vee (p \wedge q)$
$\equiv p \wedge (1 \vee q) \equiv p \wedge 1 \equiv \mathbf{p}$

b. $(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \wedge \mathbf{q} \equiv (p \vee q) \wedge (0 \vee q) \equiv (p \wedge 0) \vee q$
$\equiv 0 \vee q \equiv \mathbf{q}$

c. $\left[(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}') \wedge \mathbf{p}'\right] \vee \mathbf{q} \equiv \left[(p \wedge p') \vee (q' \wedge p')\right] \vee q$
$\equiv (q' \wedge p') \vee q \equiv (q' \vee q) \wedge (p' \vee q) \equiv \mathbf{p' \vee q}$

d. $\left[\mathbf{p} \vee (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}')\right] \wedge (\mathbf{p} \vee \mathbf{q}')$
$\equiv (p \vee p) \wedge (p \vee q') \wedge (p \vee q')$
$\equiv p \wedge (p \vee q') \equiv (p \vee 0) \wedge (p \vee q')$
$\equiv p \vee (0 \wedge q') \equiv \mathbf{p}$

e. $(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \wedge \left[(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \vee (\mathbf{p}' \wedge \mathbf{q}')\right]$
$\equiv \left[(p \vee q) \wedge (p \wedge q)\right] \vee \left[\underbrace{(p \vee q) \wedge (p \vee q)'}_{0}\right]$
$\equiv (p \vee q) \wedge p \wedge q \equiv \left[\underbrace{(p \vee q) \wedge p}_{p}\right] \wedge q \equiv \mathbf{p \wedge q}$

f. $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \vee (\mathbf{p}' \wedge \mathbf{q}) \vee (\mathbf{p}' \wedge \mathbf{q}')$
$\equiv \left[(\underbrace{p \vee p'}_{1}) \wedge q\right] \vee (p' \wedge q')$
$\equiv q \vee (p' \wedge q') \equiv (q \vee p') \wedge (q \vee q') \equiv \mathbf{p' \vee q}$

9. $(p \wedge q')' \vee r' \equiv 0$ ise $(p \wedge q')' \equiv 0$ ve $r' \equiv 0$
$\Rightarrow p \wedge q' \equiv 1$ ve $r \equiv 1 \Rightarrow p \equiv 1,\ q \equiv 0$ ve $r \equiv 1$
olur.

a. 1 **b.** 1 **c.** 1 **d.** 0

10. $(p \vee q')' \wedge r \equiv 1 \Rightarrow (p \vee q')' \equiv 1$ ve $r \equiv 1$
$\Rightarrow p \vee q' \equiv 0$ ve $r \equiv 1 \Rightarrow p \equiv 0,\ q \equiv 1,\ r \equiv 1$
olur.

a. 0 **b.** 0 **c.** 1 **d.** 0

11. $(p \vee q) \wedge (q \wedge r) \equiv 1 \Rightarrow p \vee q \equiv 1$ ve $q \wedge r \equiv 1$
$\Rightarrow q \equiv 1$ ve $r \equiv 1$ olur. p belirsizdir. $q \equiv 1$ ve $r \equiv 1$ için, 9. alıştırmada verilen önermeleri sadeleştireceğiz.

a. $\left[(p \vee r')' \wedge (q \vee r')'\right] \vee (q' \vee p)$
$\equiv \left[(p \vee 0) \wedge (1 \wedge 0)'\right] \vee (0 \vee p) \equiv (p \wedge 1) \vee p$
$\equiv p \vee p \equiv \mathbf{p}$

b. $\left[(p \vee r)' \vee q\right]' \wedge (q' \vee r)$
$\equiv \left[(p \vee 1)' \vee 1\right]' \wedge (0 \vee 1) \equiv (p' \vee 1)' \wedge 1$
$\equiv p \wedge 1 \equiv \mathbf{p}$

c. $\left[r \wedge (q \vee p)'\right] \vee \left[(q' \vee p') \wedge (p \vee r)\right]$
$\equiv \left[1 \wedge (1 \vee p)'\right] \vee \left[(1' \vee p') \wedge (p \vee 1)\right]$
$\equiv (1 \wedge 1') \vee (p' \wedge 1) \equiv 0 \vee p' \equiv \mathbf{p'}$

d. $\left[(p' \wedge q) \wedge (q \vee r')'\right] \wedge \left[(q' \vee r') \wedge p\right]$
$\equiv \left[(p' \wedge 1) \wedge (1 \vee 1')'\right] \wedge \left[(1' \vee 1') \wedge p\right]$
$\equiv (p' \wedge 0) \wedge (0 \wedge p) \equiv \mathbf{0}$

12. $p \vee (p \wedge q' \wedge r) \equiv 0$ ise $p \equiv 0$ dır.
9. alıştırmada verilen önermelerde p yerine 0 koyacağız.

a. $\left[(p \vee r') \wedge (q \vee r')'\right] \vee (q' \vee p)$
$\equiv \left[(0 \vee r') \wedge (q' \wedge r)\right] \vee (q' \vee 0)$
$\equiv \left[r' \wedge (q' \vee r)\right] \vee q'$
$\equiv (r' \wedge q') \vee (\underbrace{r' \wedge r}_{0}) \vee q' \equiv (r' \wedge q') \vee q'$
$\equiv (r' \wedge q') \vee (1 \wedge q') \equiv (r' \vee 1) \wedge q' \equiv \mathbf{q'}$

b. $\left[(p \vee r)' \vee q\right]' \wedge (q' \vee r)$
$\equiv \left[(0 \vee r)' \vee q\right]' \wedge (q' \vee r) \equiv (r' \vee q)' \wedge (q' \vee r)$
$\equiv (q' \wedge r) \wedge (q' \vee r) \equiv q' \wedge \underbrace{r \wedge (q' \vee r)}_{r} \equiv \mathbf{q' \wedge r}$

c. $\left[r \wedge (q \vee p)'\right] \vee \left[(q' \vee p') \wedge (p \vee r)\right]$
$\equiv \left[r \wedge (q \vee 0)'\right] \vee \left[(q' \vee 1) \wedge (0 \vee r)\right]$
$\equiv r \vee (1 \wedge r) \equiv r \vee r \equiv \mathbf{r}$

d. $\left[(p' \wedge q) \wedge (q \vee r')'\right] \wedge \left[(q' \vee r') \wedge p\right]$
$\equiv (1 \wedge q) \wedge (q' \wedge r) \wedge (q' \vee r') \wedge 0 \equiv \mathbf{0}$

13. a. $p \vee (p \wedge q)' \equiv p \vee (p' \vee q') \equiv \underbrace{p \vee p'} \vee q' \equiv \mathbf{1}$

b. $\underbrace{(p \wedge q) \vee (p' \wedge q)} \vee q' \equiv \left[(p \vee p') \wedge q\right] \vee q'$
$\equiv q \vee q' \equiv \mathbf{1}$

c. $\left[(p \vee q) \wedge p'\right]' \vee q \equiv \left[(p \wedge p') \vee (q \wedge p')\right]' \vee q$
$\equiv (q \wedge p')' \vee q \equiv q' \vee p \vee q \equiv q' \vee q \vee p \equiv \mathbf{1}$

d. $p \vee \left[(p' \vee q) \wedge (p \wedge q)'\right]$
$\equiv p \vee \left[(p' \vee q) \wedge (p' \vee q')\right]$
$\equiv p \vee \left[p' \vee (\underbrace{q \wedge q'}_{0})\right] \equiv p \vee p' \equiv \mathbf{1}$

14. a. $(p \wedge q') \wedge (p \vee q)' \equiv (p \vee q') \wedge (p' \wedge q')$
$\equiv p \wedge p' \wedge q' \equiv \mathbf{0}$

b. $p \wedge (p' \vee q) \wedge (p \wedge q)' \equiv p \wedge \underbrace{(p' \vee q) \wedge (p' \vee q')}$
$\equiv p \wedge \left[p' \vee (q \wedge q')\right] \equiv p \wedge p' \equiv \mathbf{0}$

c. $p \wedge q' \wedge (p' \vee q) \equiv (p \wedge q') \wedge (p \wedge q')' \equiv \mathbf{0}$

d. $(p' \vee q) \wedge (q' \vee r) \wedge (p \wedge r')$
$\equiv \left[(p' \vee q) \wedge p\right] \wedge \left[(q' \vee r) \wedge r'\right]$
$\equiv \left[(p' \wedge p) \vee (q \wedge p)\right] \wedge \left[(q' \wedge r') \vee (r \wedge r')\right]$
$\equiv q \wedge p \wedge q' \wedge r' \equiv q \wedge q' \wedge p \wedge r' \equiv \mathbf{0}$

15. $(p \wedge q) \Rightarrow (q' \vee r) \equiv 0$ ise $p \wedge q \equiv 1$ ve $q' \vee r \equiv 0$ dır. $p \equiv 1,\ q \equiv 1$ ve $r \equiv 0$ olur.

a. 1 **b.** 1 **c.** 0 **d.** 0

16. $(p' \Rightarrow q) \Rightarrow (q' \Rightarrow r') \equiv 0$ ise $p' \Rightarrow q \equiv 1$ ve $q' \Rightarrow r' \equiv 0$ dır. $q \equiv 0,\ r \equiv 1,\ p \equiv 1$ olur.

a. 1 **b.** 1 **c.** 0 **d.** 1

17. $(p \vee q') \Rightarrow (q \vee r') \equiv 0$ ise $p \vee q' \equiv 1$ ve $q \vee r' \equiv 0$ dır. $q \equiv 0$ ve $r \equiv 1$ olur. p belirsizdir. $q \equiv 0$ ve $r \equiv 1$ değerlerini 15. alıştırmada yerlerine koyacağız.

a. $(p' \vee q) \Rightarrow (q \vee r) \equiv (p' \vee 0) \Rightarrow 1 \equiv \mathbf{1}$

b. $(p \wedge q') \Rightarrow \left[(q \vee r') \Rightarrow p'\right]$
$\equiv (p \wedge 1) \Rightarrow (0 \Rightarrow p') \equiv p \Rightarrow 1 \equiv \mathbf{1}$

c. $(p \wedge r) \Leftrightarrow \left[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q)\right]$
$\equiv (p \wedge 1) \Leftrightarrow \left[(p \Rightarrow 0) \wedge 0\right] \equiv p \Leftrightarrow 0 \equiv \mathbf{p'}$

d. $(p \Leftrightarrow r') \Rightarrow \left[(p \vee q) \wedge (q \Rightarrow r)\right]$
$\equiv (p \Leftrightarrow 0) \Rightarrow \left[(p \vee 0) \wedge (0 \Rightarrow 1)\right]$
$\equiv p' \Rightarrow (p \wedge 1) \equiv p' \Rightarrow p \equiv \mathbf{p}$

18. $\left[p \vee (q \wedge r)\right] \Rightarrow p' \equiv 0$ ise $p \vee (q \wedge r) \equiv 1$ ve $p' \equiv 0$ dır. $p \equiv 1$ olur. q ile r belirsizdir. $p \equiv 1$ değerini 15. alıştırmadaki önermelerde yerine koyacağız.

a. $(p' \vee q) \Rightarrow (q \vee r) \equiv (0 \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$
$\equiv q \Rightarrow (q \vee r) \equiv q' \vee q \vee r \equiv \mathbf{1}$

b. $(p \wedge q') \Rightarrow \left[(q \vee r') \Rightarrow p'\right]$
$\equiv (1 \wedge q') \Rightarrow \left[(q \vee r') \Rightarrow 0\right]$
$\equiv q' \Rightarrow (q \vee r')' \equiv q \vee (q' \wedge r)$
$\equiv (q \vee q') \wedge (q \vee r) \equiv \mathbf{q \vee r}$

c. $(p \wedge r) \Leftrightarrow \left[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q)\right]$
$\equiv (1 \wedge r) \Leftrightarrow \left[(1 \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q)\right]$
$\equiv r \Leftrightarrow \left[q \wedge (r \Rightarrow q)\right]$
$\equiv r \Leftrightarrow \left[q \wedge (r' \vee q)\right] \equiv \mathbf{r \Leftrightarrow q}$

d. $(p \Leftrightarrow r') \Rightarrow \left[(p \vee q) \wedge (q \Rightarrow r)\right]$
$\equiv (1 \Leftrightarrow r') \Rightarrow \left[(1 \vee q) \wedge (q \Rightarrow r)\right]$
$\equiv r' \Rightarrow \left[1 \wedge (q \Rightarrow r)\right] \equiv r' \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
$\equiv r \vee q' \vee r \equiv \mathbf{q' \vee r}$

19. **a.** 1 **b.** p' **c.** 1 **d.** p'
e. p **f.** 1 **g.** 1 **h.** 0
i. p' **j.** p **k.** p' **l.** p'

20. **a.** $q \Rightarrow p$: "Kalın giyineceksen hava soğuktur."

b. $p' \Rightarrow q'$: "Hava soğuk değilse, kalın giyinmezsin."

c. $q' \Rightarrow p'$: "Kalın giyinmezsen hava soğuk değildir."

d. $p \wedge q'$: "Hava soğuktur ve kalın giyinmeyeceksin."

21. **a.** Doğruluk değeri 0'dır. Olumsuzu,
"$3 < 5 \wedge -3 \geq -5$"

b. Doğruluk değeri 1'dir. Olumsuzu,
"Ankara Türkiye'dedir ve Roma İtalya'da değildir."

c. Doğruluk değeri 1'dir. Olumsuzu,
"$-2^4 = 16 \wedge -3^3 \neq -27$"

d. Doğruluk değeri 1'dir. Olumsuzu,
"$2 < 5 \wedge 4 \geq 25$"

22. **a.** $(p \wedge q)' \wedge q' \Rightarrow p \equiv \underbrace{(p \wedge q) \vee q}_{q} \vee p \equiv \mathbf{p \vee q}$

b. $(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p \equiv \underbrace{(p' \vee q) \wedge q}_{q} \Rightarrow p$
$\equiv q \Rightarrow p \equiv \mathbf{p \vee q'}$

c. $p \vee q \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$
$\equiv (p \vee q)' \vee \left[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)\right]$
$\equiv (p' \wedge q') \vee \left[(p' \vee q) \wedge (q' \vee p)\right]$
$\equiv (p' \wedge q') \vee \left\{\left[(p' \vee q) \wedge q'\right] \vee \left[(p' \vee q) \wedge p\right]\right\}$
$\equiv (p' \wedge q') \vee$
$\left[(p' \wedge q') \vee \underbrace{(q \wedge q')}_{0} \vee \underbrace{(p' \wedge p)}_{0} \vee (q \wedge p)\right]$
$\equiv (p' \wedge q') \vee (p' \wedge q') \vee (p \wedge q)$
$\equiv (p' \wedge q') \vee (p \wedge q)$
$\equiv \left[(p' \wedge q') \vee p\right] \wedge \left[(p' \wedge q') \vee q\right]$
$\equiv (p' \vee p) \wedge (q' \vee p) \wedge (p' \vee q) \wedge (q' \vee q)$
$\equiv (q' \vee p) \wedge (p' \vee q) \equiv (q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$
$\equiv \mathbf{p \Leftrightarrow q}$

d. $\left[(p \wedge q') \Rightarrow p\right] \Rightarrow \left[(p \Rightarrow q) \vee q\right]$

$\equiv (p' \vee q \vee p) \Rightarrow \left[(p' \vee q) \vee q\right]$

$\equiv 0 \Rightarrow \left[(p' \vee q) \wedge q\right] \equiv \mathbf{1}$

23. a. $p \Rightarrow (p \vee q) \equiv p' \vee p \vee q \equiv \mathbf{1}$

b. $(p \wedge q)' \wedge q \Rightarrow p' \equiv (p \wedge q) \vee q' \vee p'$

$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge q)' \equiv \mathbf{1}$

c. $(p' \Rightarrow q') \wedge q \Rightarrow p \equiv (p \vee q') \wedge q \Rightarrow p$

$\equiv (p' \wedge q) \vee q' \vee p \equiv (p' \wedge q) \vee (p' \wedge q)' \equiv \mathbf{1}$

d. $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$ önermesi ancak $p \wedge q \equiv 1$ ve $p \Leftrightarrow q \equiv 0$ iken yanlış olur. $p \wedge q \equiv 1$ iken $p \equiv q \equiv 1$ ve $p \Leftrightarrow q \equiv 1$ olacağından, $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv \mathbf{1}$ dir.

e. $A \equiv \left[(p \vee q) \Rightarrow r\right] \vee \left[(p \wedge q) \Rightarrow r'\right]$ önermesinde $r \equiv 1$ iken,

$A \equiv \left[\underbrace{(p \vee q) \Rightarrow 1}_{1}\right] \vee \left[(p \wedge q) \Rightarrow 0\right] \equiv \mathbf{1}$;

$r \equiv 0$ iken,

$A \equiv \left[(p \vee q) \Rightarrow 0\right] \vee \left[\underbrace{(p \wedge q) \Rightarrow 1}_{1}\right] \equiv \mathbf{1}$

olduğundan, $A \equiv 1$ olup totolojidir.

f. $A \equiv \left[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)\right] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

önermesinin yanlış olması, ancak $p \Rightarrow r \equiv 0$ $(p \equiv 1$ ve $r \equiv 0)$ iken söz konusudur. $p \equiv 1$ ve $r \equiv 0$ iken

$A \equiv \left[(1 \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow 0)\right] \Rightarrow (1 \Rightarrow 0)$

$\Rightarrow A \equiv (q \wedge q') \Rightarrow 0$

$\Rightarrow A = 0 \Rightarrow 0 \Rightarrow A \equiv 1$ dir.

O hâlde, A totolojidir.

24. a. $(p \vee q) \Rightarrow (p' \wedge q') \equiv (p \vee q)' \vee (p' \wedge q')$

$\equiv (p' \wedge q') \vee (p' \wedge q') \equiv p' \wedge q'$ çelişme değil.

b. $(p \Rightarrow q) \wedge p' \Rightarrow q' \equiv (p' \vee q) \wedge p' \Rightarrow q'$

$\equiv p' \Rightarrow q' \equiv p \vee q'$ çelişme değil.

c.

p	q	q′	p∧q′	$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge q') \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$
1	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0

Tabloda görüldüğü gibi, verilen önerme çelişme değildir.

d. $\left[p \Rightarrow (p \vee q)\right] \Rightarrow \left[(p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow q')\right]$

$\equiv (p' \vee p \vee q) \Rightarrow \left[(p \wedge q) \wedge (p' \vee q')\right]$

$\equiv 1 \Rightarrow \left[(p \wedge q) \wedge (p \wedge q)'\right]$

$\equiv 1 \Rightarrow 0 \equiv \mathbf{0}$

Verilen önerme bir çelişmedir.

25. a. $P \Rightarrow Q$

$\equiv \left[(p \vee q) \Rightarrow q\right] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$;

$p \Rightarrow q \equiv 0$ iken $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ dır.

Bu durumda,

$p \vee q \Rightarrow q \equiv 1 \vee 0 \Rightarrow 0 \equiv 0$ olacağından

$P \Rightarrow Q \equiv 0 \Rightarrow 0 \equiv 1$ olur.

$p \Rightarrow q \equiv 1$ iken zaten $P \Rightarrow Q \equiv 1$ olacağından, $P \Rightarrow Q$ önermesi totolojidir.

O hâlde; P, Q'yu gerektirir.

b. $P \Rightarrow Q$

$\equiv \left[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)\right] \Rightarrow \left[p \Rightarrow (q \wedge r)\right]$

$\equiv \left[p \Rightarrow (q \wedge r)\right] \Rightarrow \left[p \Rightarrow (q \wedge r)\right]$

($\Rightarrow$'nin $\wedge$ üzerine soldan dağılma öz.)

$P \Rightarrow Q$ totolojidir. P, Q'yu gerektirir.

c ve **d**'yi siz yapınız**.**

26. Siz yapınız. **27.** Siz yapınız

28. $A \wedge B \Rightarrow C$

$\equiv \underbrace{(p \wedge q \Rightarrow r) \wedge (p \wedge q')}_{?} \Rightarrow \underbrace{r'}_{0}$

$r' \equiv 0$ iken $r \equiv 1$ ve

$(p \wedge q \Rightarrow r) \wedge (p \wedge q') \equiv (p \wedge q \Rightarrow 1) \wedge (p \wedge q')$

$\equiv 1 \wedge (p \wedge q') \equiv p \wedge q'$ olur.

$p \wedge q' \equiv 1$ olabileceğinden, $A \wedge B \Rightarrow C$ önermesi bir totoloji değildir.

$A \wedge B$, C'yi gerektirmez.

A ve B önermelerinden, "*Erdem sağlıklı değildir.*" sonucu çıkarılamaz.

29. A : Gürbüz spor yapmazsa kilo veremez.

B : Gürbüz spor yapıyor.

C : Gürbüz kilo vereces.

$\left.\begin{array}{l}p: \text{Gürbüz spor yapıyor.}\\ q: \text{Gürbüz kilo verecek.}\end{array}\right\}$ ise

$\left.\begin{array}{l}A: p' \Rightarrow q'\\ B: p\\ C: q\end{array}\right\}$ olur.

$A \wedge B \Rightarrow C$

$\equiv (p' \Rightarrow q') \wedge p \Rightarrow q \equiv (p \vee q') \wedge p \Rightarrow q \equiv p \Rightarrow q$

olup $A \wedge B \Rightarrow C$ totoloji değildir.

A ve B önermelerinden "*Gürbüz kilo verecek.*" sonucu çıkarılamaz.

30. p : B. Russell iyi bir mantıkçıdır.

q : B Russell iyi bir filozoftur.

dersek,

$\left.\begin{array}{l}A: p \Rightarrow q\\ B: q\\ C: p\end{array}\right\}$ olur.

$A \wedge B \Rightarrow C$

$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p \equiv (p' \vee q) \wedge q \Rightarrow p \equiv q \Rightarrow p$

olup $A \wedge B \Rightarrow C$ totoloji değildir.

A ve B önermelerinden "*B. Russell iyi bir mantıkçıdır.*" sonucu çıkarılamaz.

31. p : Ali iyi bir öğrencidir.

q : Ali derslerine çalışır.

r : Ali çok televizyon seyreder.

diyelim.

a. $A: p \Rightarrow q$

$B: r \Rightarrow q'$

$C: p \Rightarrow r'$

$A \wedge B \Rightarrow C$

$\equiv \underbrace{(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q')}_{?} \Rightarrow \underbrace{(p \Rightarrow r')}_{0}$

$p \Rightarrow r' \equiv 0$ iken $p \equiv 1$, $r \equiv 1$ ve

$(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q') \equiv (1 \Rightarrow q) \wedge (1 \Rightarrow q')$

$\equiv q' \wedge q \equiv 0$ olacağından $A \wedge B \Rightarrow C$ totolojidir.

A ve B önermelerinden, "*Ali iyi bir öğrenci ise çok televizyon seyretmez.*" sonucu çıkarılır.

b. $A: p \Rightarrow q$

$B: r \Rightarrow q'$

$C: p' \Rightarrow r$

$A \wedge B \Rightarrow D$

$\equiv \underbrace{(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q')}_{?} \Rightarrow \underbrace{(p' \Rightarrow r)}_{0}$

$p' \Rightarrow r \equiv 0$ iken $p \equiv 0$, $r \equiv 0$ ve

$(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q') \equiv (0 \Rightarrow q) \wedge (0 \Rightarrow q') \equiv 1$

olacağından $A \wedge B \Rightarrow D$ önermesi yanlış olur.

$A \wedge B \Rightarrow D$ totoloji olmadığından $A \wedge B$, D'yi gerektirmez.

A ve B önermelerinden, "*Ali iyi bir öğrenci değilse çok televizyon seyrediyordur*." sonucu çıkarılamaz.

Çıkarılırsa da çıkarım geçersiz olur.

c. $A: p \Rightarrow q$

$B: r \Rightarrow q'$

$E: r \Rightarrow p'$

$A \wedge B \Rightarrow E$

$\equiv \underbrace{(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q')}_{?} \Rightarrow \underbrace{(r \Rightarrow p')}_{0}$

$r \Rightarrow p' \equiv 0$ iken $r \equiv 1$, $p \equiv 1$ ve

$(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q') \equiv (1 \Rightarrow q) \wedge (1 \Rightarrow q')$

$\equiv q \wedge q' \equiv 0$ olup $A \wedge B \Rightarrow E \equiv 0 \Rightarrow 0 \equiv 1$ olur.

Buna göre, $A \wedge B \Rightarrow E$ önermesi her durumda doğru olup totolojidir.

A ve B önermelerinden, "*Ali çok televizyon seyrediyorsa, iyi bir öğrenci değildir.*" sonucu çıkarılır.

d. $A: p \Rightarrow q$

$B: r \Rightarrow q'$

$F: r' \Rightarrow p$

$A \wedge B \Rightarrow F$

$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q') \Rightarrow (r' \Rightarrow p)$

Bu son önermenin totoloji olmadığını görünüz.

A ve B önermeleri, "*Ali çok televizyon seyretmiyorsa iyi bir öğrencidir.*" önermesini gerektirmez.

32. p : Yağmur yağmıştır.

q : Çamaşırlar ıslanmıştır.

a. $A: p \Rightarrow q$

B : p
C : q
$A \wedge B \Rightarrow C$
$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ önermesi totolojidir.
$A \wedge B$, C'yi gerektirir.

b. A : $p \Rightarrow q$
C : q
B : p
$A \wedge C \Rightarrow B$
$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$ önermesi totoloji değildir. $A \wedge C$, B'yi gerektirmez.

c. A : $p \Rightarrow q$
D : q′
E : p′
$A \wedge D \Rightarrow E$
$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge q' \Rightarrow p'$ önermesi totolojidir. $A \wedge D$, E'yi gerektirir.

d. A : $p \Rightarrow q$
E : p′
D : q′
$A \wedge E \Rightarrow D$
$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge p' \Rightarrow q'$ önermesi totoloji değildir. $A \wedge E$, D'yi gerektirmez.

Alıştırmalar ve Problemler – 1.2

1. **a.** 1 **b.** 0 **c.** 0 **d.** 0

2. **a.** 1 **b.** 1 **c.** 0 **d.** 0

3. **a.** $Ç = \varnothing$ **b.** $Ç = \{3\}$ **c.** $Ç = \{3, 4, 5, ...\}$

d. $Ç = \{(-1,-3), (-3,-1), (-1,3), (1,-3), (1,3), (3,1), (-3,1), (3,-1)\}$

e. $Ç = \{(-2,-2), (-1,-2), (0,-2), (1,-2), (2,-2), (-2,2), (-1,2), (0,2), (1,2), (2,2)\}$

f. $Ç = \left\{\frac{5}{2}, -5\right\}$

4. **a.** $E = \{x \mid x \text{ bir hayvandır.}\}$
p(x) : x iki ayaklıdır.
$\exists x$, p(x)

b. $E = \{x \mid x \text{ bir taşıttır.}\}$
p(x) : x tekerleklidir.
$\forall x$, p(x)

c. $E = \{x \mid x \text{ bir öğrencidir.}\}$
p(x) : x tembeldir.
$\forall x$, p′(x)

d. $E = \{x \mid x \text{ bir insandır.}\}$
p(x) : x karanlıktan korkar.
$[\forall x, p(x)]'$

e. $E = \{x \mid x \text{ bir horozdur.}\}$
p(x) : x öter.
$[\forall x, p(x)]'$

f. $E = \{x \mid x \text{ bir öğrencidir.}\}$
p(x) : x dikkatlidir.
$\forall x$, p′(x)

g. $E = \{x \mid x \text{ bir dikdörtgendir.}\}$
p(x) : x karedir.
$\exists x$, p′(x)

h. $E = \{x \mid x \text{ bir köpektir.}\}$
p(x) : x ısırır.
$\exists x$, p′(x)

5. **a.** Hiçbir hayvan iki ayaklı değildir.
b. Bazı taşıtlar tekerlekli değildir.
c. Bazı öğrenciler tembeldir.
d. Her insan karanlıktan korkar.
e. Her horoz öter.
f. Bazı öğrenciler dikkatlidir.
g. Her dikdörtgen karedir.
h. Her köpek ısırır.

6. **a.** 1 **b.** 0 **c.** 1 **d.** 0 **e.** 1
f. 0 **g.** 1 **h.** 1 **i.** 0 **k.** 1

7. **a.** $\forall x \in R,\ x - 2 \geq x + 1$
b. $\exists x \in R,\ x^2 < x$

c. $\exists x \in N, \ \dfrac{x+2}{x+2} \neq 1$

d. $\exists x \in R, \ \dfrac{2x-1}{2x-1} \neq 1$

e. $\left(\forall x \in N, \ x^2 = x\right) \wedge \left(\exists x \in R, \ x^2 = 3\right)$

f. $\left(\forall x \in R, \ x^2 \geq 1\right) \vee \left(\exists x \in N, \ x^2 \leq 0\right)$

g. $(\exists x \in R, \ x \text{ asaldır}) \wedge$

$(\forall x \in R, \ x \text{ çift değildir})$

8. **a.** $\exists x, \ p'(x)$ **b.** $\forall x, \ p'(x)$

c. $\exists y, \ p(y)$ **d.** $\forall z, \ p(z)$

e. $[\exists x, \ p'(x)] \vee [\exists y, \ g'(y)]$

f. $[\forall x, \ p'(x)] \wedge [\exists x, \ q'(x)]$

g. $[\forall x, \ p(x)] \wedge [\forall y, \ g'(y)]$

h. $[\exists x, \ p(x)] \Leftrightarrow [\exists x, \ q'(x)]$

i. $\exists x, \ [p'(x) \vee q'(x)]$

j. $\forall x, \ [p'(x) \wedge q'(x)]$

k. $\exists x, \ [p(x) \vee q'(x)]$

l. $\forall x, \ [p'(x) \Leftrightarrow q(x)]$

m. $\exists x, \ \forall y, \ p'(x,y)$

n. $\forall x, \ \exists y, \ [p'(x,y) \wedge q'(x,y)]$

o. $[\forall x, \ p(x)] \wedge [\exists x, \ g(x)] \wedge [\forall x, \ r'(x)]$

9. **a.** $E = \{x \mid x = 5k, \ k \in N\}$

p(x) : x asaldır.

$\exists x \in E, \ p(x)$

b. $\forall x \in R, \ \exists y \in R, \ y = |x| \geq 0$

c. $E = \{x \mid x \text{ bir öğrencidir.}\}$

p(x) : x çalışır. q(x) : x sınıfını geçer.

$[\forall x, \ p(x)] \wedge [\exists y, \ q(y)]$ veya

$\forall x, \ \exists y, \ p(x) \wedge q(y)$

d. $E = \{x \mid x \text{ bir öğrencidir.}\}$

$F = \{x \mid x \text{ bir öğretmendir.}\}$

p(x, y) : x, y'sine saygı gösterir.

$\forall x \in E, \ \forall y \in F, \ p(x,y)$

10. **a.** $E = \{x \mid x \text{ bir güzeldir.}\}$

$F = \{x \mid x \text{ bir kusurdur.}\}$

p(x,y) : x'in y'si vardır.

$\forall x \in E, \ \exists y \in F, \ p(x,y)$

b. $\exists x \in R, \ \exists y \in R, \ x = y^2$

c. $E = \{x \mid x \text{ bir insandır.}\}$

$F = \{x \mid x \text{ bir sorundur.}\}$

p(x, y) : x, y'sini çözebilir.

$\forall x \in E, \ \forall y \in F, \ p(x,y)$

d. $E = \{x \mid x \text{ bir insandır.}\}$

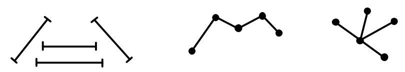
$F = \{x \mid x \text{ bir hayvandır.}\}$

p(x, y) : x, y'ye eziyet eder.

$\exists x \in E, \ \forall y \in F, \ p(x,y)$

Alıştırmalar ve Problemler – 1.3

1. **a.** Verilen tanımdan, aşağıdaki şekiller anlaşılabilir.



"Her hangi üçü doğrusal olmayan düzlemsel A, B, C, D noktalarının belirttiği [AB], [BC], [CD], [DA] doğru parçalarının birleşimine dörtgen denir."

b. "Doğrusal olmayan üç noktanın belirttiği doğru parçalarının birleşimine üçgen denir."

c. "$n \in Z$ olmak üzere, $2n+1$ biçimindeki bir sayıya tek sayı denir."

d. "Matematikte, doğru olan ve doğruluğunun ispatlanması gereken önermeye teorem denir."

2. **a.** $\overbrace{\text{ABC bir üçgen ve } s(\hat{A}) = 90^\circ}^{p}$ **ise**

$\underbrace{|AB|^2 + |AC|^2 = |BC|^2}_{q}$ dir.

p : Hipotez; q : Hüküm

b. a bir doğal sayı **ise**
$a^2 \geq a$ dır.

c. ABC bir üçgen ve $s(\hat{A}) = 90°$ **ise**

$A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{1}{2}|AB| \cdot |AC|$ dir.

d. a∈N çift veya b∈N çift **ise**

$a \cdot b$ çifttir.

3. **a.** $x = 7 \Rightarrow -2x = -14$
$\Rightarrow 23 - 2x = 23 - 14$
$\Rightarrow 23 - 2x = 9$

d. $4x - 5 = 31 \Rightarrow 4x = 36$ (iki yana 5 ekledik)
$\Rightarrow x = 9$ (iki yanı $\frac{1}{4}$ ile çarptık)

c. a tek ve b tek
$\Rightarrow a = 2n + 1$ ve $b = 2m + 1$ $(n, m \in Z)$
$\Rightarrow a + b = 2n + 1 + 2m + 1$
$\Rightarrow a + b = 2 \cdot (n + m + 1)$
$\Rightarrow a + b = 2 \cdot k$ $(k \in Z)$
$\Rightarrow a + b$ çifttir.

d. a, 3'ün katı ve b, 3'ün katı, a, b∈Z
$\Rightarrow a = 3n$ ve $b = 3m$ $(m, n \in Z)$
$\Rightarrow a \cdot b = 3n \cdot 3m$
$\Rightarrow a \cdot b = 9 \cdot n \cdot m$
$\Rightarrow a \cdot b = 9 \cdot k$ $(k \in Z)$
$\Rightarrow a \cdot b$, 9'un tam katıdır.

4. **a.** $x \neq 4 \Rightarrow 3x \neq 12$
$\Rightarrow 3x - 5 \neq 12 - 5$
$\Rightarrow 3x - 5 \neq 7$
x≠4 olsaydı, $3x - 5 \neq 7$ olacaktı.
$3x - 5 = 7$ dir. o hâlde, $x = 4$ tür.

b. $(5x + 9 \neq 24)' \Rightarrow 5x + 9 = 24$
$\Rightarrow 5x = 15$
$\Rightarrow x = 3$

c. $(x \neq -2)' \Rightarrow x = -2$
$\Rightarrow -2x = 4$
$\Rightarrow 5 - 2x = 9$

d. $(x - 2y \neq 2)' \Rightarrow x - 2y = 2$
$\Rightarrow (x - 2y)^2 = 2^2$
$\Rightarrow x^2 - 4xy + 4y^2 = 4$