

**Binom Açılımı**

Bir iki terimlinin n'inci kuvvetinin açılımındaki kat sayıların **Pascal üçgeni** yardımı ile nasıl bulunduğunu biliyorsunuz.

$$\begin{aligned}
 (a + b)^0 & \dots\dots\dots 1 \\
 (a + b)^1 & \dots\dots\dots 1 \cdot a + 1 \cdot b \\
 (a + b)^2 & \dots\dots\dots 1 \cdot a^2 + 2 \cdot ab + 1 \cdot b^2 \\
 (a + b)^3 & \dots\dots\dots 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2b + 3 \cdot ab^2 + 1 \cdot b^3 \\
 (a + b)^4 & \dots\dots\dots 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3b + 6 \cdot a^2b^2 + 4 \cdot ab^3 + 1 \cdot b^4 \\
 & \dots \\
 & \dots \\
 & \dots
 \end{aligned}$$

Burada,  $(a + b)^4$  ün açılımındaki kat sayılara dikkat ediniz:

$$\begin{array}{cccccc}
 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3b + 6 \cdot a^2b^2 + 4 \cdot ab^3 + 1 \cdot b^4 & & & & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
 \binom{4}{0} & \binom{4}{1} & \binom{4}{2} & \binom{4}{3} & \binom{4}{4} & 
 \end{array}$$

$a + b$  nin diğer kuvvetlerinin açılımlarındaki kat sayıların da aynı biçimde yazılabileceğini görürüz.

O hâlde, Pascal üçgenindeki kat sayılar **kombi- nasyonlarla** aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 (a + b)^0 & \dots\dots\dots \binom{0}{0} \\
 (a + b)^1 & \dots\dots\dots \binom{1}{0} \quad \binom{1}{1} \\
 (a + b)^2 & \dots\dots\dots \binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2} \\
 (a + b)^3 & \dots\dots\dots \binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3} \\
 (a + b)^4 & \dots\dots\dots \binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}
 \end{aligned}$$

Buna göre,  $a + b$  nin n'inci kuvvetinin açılımının,  $a, b \in \mathbb{C}$  ve  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere;

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

olduğu kolayca bulunur.

Örneğin;

$$\begin{aligned}
 (2x - 1)^6 & = \binom{6}{0}(2x)^6 \cdot (-1)^0 + \binom{6}{1}(2x)^5 \cdot (-1)^1 \\
 & + \binom{6}{2}(2x)^4 \cdot (-1)^2 + \binom{6}{3}(2x)^3 \cdot (-1)^3 + \binom{6}{4}(2x)^2 \cdot (-1)^4 \\
 & + \binom{6}{5}(2x)^1 \cdot (-1)^5 + \binom{6}{6}(2x)^0 \cdot (-1)^6 \\
 \Rightarrow (2x - 1)^6 & = 64x^6 - 192x^5 + 240x^4 - 160x^3 + 60x^2 \\
 & - 12x + 1
 \end{aligned}$$

olur.

1. Aşağıdaki ifadelerin açılımlarını yazınız.

- a.  $(x + 2)^4$                       b.  $(2x - 3)^3$                       c.  $(3x - 2y)^4$
- d.  $(10x + y)^5$                       e.  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$                       f.  $(1 + \sqrt{3})^8$
- g.  $(ab - 1)^7$                       h.  $(a + bc)^5$                       i.  $(2mn - k)^6$

2. Aşağıdaki ifadelerin, birinci terimin azalan kuvvetlerine göre açılımlarının 4. terimlerini, bu açılımları yapmadan bulunuz.

- a.  $(2x - 3y)^5$                       b.  $(xy - 2)^6$                       c.  $(a + 3b)^6$
- d.  $(a + 2bc)^{10}$                       e.  $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^7$                       f.  $(x - y)^{20}$
- g.  $(x^2 + 2y)^{12}$                       h.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{14}$                       i.  $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^{10}$

3. Aşağıdaki ifadelerin açılımlarında, yanlarında verilen terimlerin kat sayılarını, bu açılımları yapmadan bulunuz.

- a.  $(x + 2y)^5$ ;  $x^2y^3$                       b.  $(x^2 - y)^8$ ;  $x^6y^5$
- c.  $(3a + b^2)^7$ ;  $a^3b^8$                       d.  $(2x - 5y)^6$ ;  $x^4y^2$
- e.  $(a - b - 2c)^5$ ;  $a^2b^2c$                       f.  $(ab + 2bc - d)^8$ ;  $a^4b^6c^2d^2$
- g.  $(x - y - 1)^{10}$ ;  $x^5y$                       h.  $(x^2 + xy - 2)^{10}$ ;  $x^6y^2$

4.  $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{18}$  ifadesi  $x$ 'in azalan kuvvetlerine göre açıldığında;

- Baştan 6. terim ne olur?
- Sondan 4. terim ne olur?
- Sabit terim ne olur?
- Orta terim ne olur?
- $x^3$  ün kat sayısı kaç olur?
- $x^5$  in kat sayısı kaç olur?

5.  $\left(x^3 - 2x^2\right)^{20}$  ifadesi  $x$ 'in azalan kuvvetlerine göre açıldığında;

- Baştan 7. terim ne olur?
- Sondan 5. terim ne olur?
- Orta terim ne olur?
- $x^{45}$  in kat sayısı kaç olur?
- $x^{58}$  in kat sayısı kaç olur?
- Kat sayıların toplamı kaç olur?

6.  $\left(2x^3 - \frac{1}{x^4}\right)^{21}$  ifadesi  $x$ 'in azalan kuvvetlerine göre açıldığında;

- Baştan 5. terim ne olur?
- Sondan 9. terim ne olur?
- Tam ortadaki iki terim neler olur?
- Sabit terim ne olur?
- $x^{21}$  in kat sayısı kaç olur?
- $x^{-7}$  nin kat sayısı kaç olur?

7.  $n \in \mathbf{N}$  olmak üzere;

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

8. Aşağıdaki toplamları hesaplayınız.

a.  $\binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6}$

b.  $\binom{9}{4} + \binom{9}{5} + \binom{9}{6} + \binom{9}{7} + \binom{9}{8}$

9. Aşağıdaki ifadelerin açılımlarındaki kat sayıların toplamalarını bulunuz.

a.  $(2x - 4y)^8$                       b.  $\left(2x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{13}$

c.  $(x - 2y + 3)^7$                       d.  $(2x^2 - 3y + z)^{21}$

## Olasılık Kuramı

1. Yüzleri 1'den 6'ya kadar numaralı bir zar iki kez atılacaktır. Bu atışlarda üst yüze gelebilecek sayılar sıralı ikililerle gösterilecektir.

Örneğin; (2, 5) ikilisi 1. atışta 2, 2. atışta 5 geldiğini belirtecektir.

a. Olası ikilerin kümesini yazınız.

b. Bileşenlerinden yalnız bir tek sayı olan ikilerin kümesini yazınız.

c. Bileşenlerinden en az biri çift sayı olan ikililerin kümesini yazınız.

d. Bileşenlerinin toplamı 14 olan ikililerin kümesini yazınız.

e. Bileşenlerinin toplamı 20'den küçük olan ikililerin kümesini yazınız.

f. Bileşenleri tek sayı olan ikililerin kümesini yazınız.

**Tanım**

- Zar atma eylemi gibi, rastgele sonuçları olabilecek bir eyleme **deney**;
  - olası sonuçların her birine **deneyin çıktısı** ya da **örneklem nokta**;
  - örneklem noktaların kümesine **örneklem uzay**;
  - örneklem uzayın her hangi bir alt kümesine **olay**;
  - kesişimi boş küme olan olaylara **ayrık olaylar**;
  - örneklem uzayın boş küme olan alt kümesine **imkânsız olay**;
  - örneklem uzaya **kesin olay** denir.
- Örneklem uzay **E** ile gösterilir.

2. Aşağıdaki deneylerde **örneklem uzayları** yazınız.

- a. Bir madeni paranın atılması.
- b. İki madeni paranın atılması.
- c. Bir zarın atılması.
- d. Bir madeni para ile bir zarın atılması.
- e. A, B, C, D adlı kişilerden rastgele ikisinin seçilmesi.
- f. A, B, C adlı kişilerden rastgele birine bir elma, birine bir armut verilmesi.

3. İki zarın atılması deneyinde, aşağıda belirtilen olayları yazınız.

- a. Zarlardan yalnız birinin 2 gelmesi.
- b. Zarlardan en çok birinin çift gelmesi.
- c. Zarlardan birinin tek, birinin çift gelmesi.
- d. Zarlardan ikisinin de aynı gelmesi.

4. İki madeni paranın atılması deneyinde, aşağıda belirtilen olaylardan hangileri **ayrık olaylar**. Hangisi **imkânsız olay**, hangisi **kesin olaydır**?

- a. Paralardan yalnız birinin yazı gelmesi.
- b. Paralardan ikisinin de yazı gelmesi.
- c. Paralardan ikisinin de tura gelmesi.
- d. Paralardan her birinin yazı veya tura gelmesi.
- e. Paralardan birinin hem yazı, hem tura gelmesi.

5. Aşağıdaki deneylerde **örneklem uzayların eleman sayılarını**, bu örneklem uzayları yazmadan bulunuz.

- a. Üç madeni paranın atılması.
- b. İki madeni para ile bir zarın birlikte atılması.
- c. Bir işyerindeki 3 farklı işe, 7 adaydan rastgele üçünün alınması.
- d. 5 kişinin, numaralı 7 koltuğa oturmaları.
- e. 10'u kız olan 24 kişilik bir sınıfta, 2'si kız olan 5 kişinin seçilmesi.
- f. 6 kişinin 3'er kişilik 2 gruba ayrılması.

**Olasılık Fonksiyonu****Tanım**

Bir  $E$  örneklem uzayının alt kümelerinin kümesi  $E_A$  olsun.  $E_A$  kümesinden  $[0, 1]$  aralığına tanımlı, aşağıdaki aksiyomları gerçekleyen  $P$  fonksiyonuna **olasılık fonksiyonu**;  $P(A)$  değerine de **A olayının olasılığı** denir.

I.  $A \in E_A$  ise  $0 \leq P(A) \leq 1$  dir.

II.  $P(E) = 1$  dir.

III.  $A, B \in E_A$  ve  $A \cap B = \emptyset$  ise,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  dir.

6.  $E = \{A, B\}$  ve  $E_A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$  olmak üzere,  $P : E_A \rightarrow [0, 1]$  olasılık fonksiyonuna göre;  $P(a) = P(b) = k$  ise,  $k$  kaçtır?  $[P(\{a\})$  ifadesi,  $P(a)$  olarak yazılmıştır.]

7. Üç yüzü sarıya, 2 yüzü kırmızıya, 1 yüzü maviye boyanmış bir zarın atılması deneyinde üst yüze gelebilecek renkler  $s, k, m$  ile gösterilerek, örneklem uzay  $E = \{s, k, m\}$  olarak verilmiştir.

$P : E_A \rightarrow [0, 1]$  olasılık fonksiyonuna göre,

$2P(s) = 3P(k) = 6P(m)$  ise,

zar atıldığında kırmızı gelme olasılığı kaçtır?

8. Örneklem uzay,  $E = \{a, b, c\}$  ve

$P : E_A \rightarrow [0, 1]$  olasılık fonksiyonu olduğuna göre,

$P(\{a, b\}) = \frac{1}{2}$  ve  $P(\{b, c\}) = \frac{2}{3}$  ise  $P(a)$  kaçtır?

**Teorem**

$E_A$ , bir E örneklem uzayının alt kümelerinin kümesi ve

$P : E_A \rightarrow [0, 1]$  olasılık fonksiyonu olduğuna göre,

- I.  $P(\emptyset) = 0$  dir.
- II.  $A, B \in E_A$  ve  $A \subset B$  ise  $P(A) \leq P(B)$  dir.
- III. A olayının E örneklem uzayındaki tümleyeni  $A'$  olduğuna göre,  $P(A') = 1 - P(A)$  dir.
- IV.  $A, B \in E_A$  ise  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  dir.

9. Olasılık aksiyomlarını kullanarak yukarıdaki teoremi ispatlayınız.

10.  $A, B \subset E$  olmak üzere, örneklem uzayı E olan bir P olasılık fonksiyonu için

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{8}, P(A \cup B) = \frac{5}{8} \text{ olduğuna göre;}$$

- a.  $P(A \cap B)$  kaçtır?
- b.  $P(A')$  kaçtır?
- c.  $P(A' \cup B')$  kaçtır?
- d.  $P(A \cap B')$  kaçtır?

**Eş Olasılı Örneklem Uzay****Tanım**

Örneklem uzayı,  $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$  olan bir P olasılık fonksiyonu için,

$P(e_1) = P(e_2) = P(e_3) = \dots = P(e_n)$  ise E'ye **eş olasılı örneklem uzay** denir.

2. etkinlikte yazdığınız örneklem uzayların her biri eş olasılı örneklem uzaydır.

11.  $E = \{a, b, c, d, e\}$ , eş olasılı örneklem uzay ise;

- a.  $P(a)$  kaçtır?
- b.  $P(\{a, b, c\})$  kaçtır?

**Teorem**

E eş olasılı örneklem uzayının bir olayı A ise;

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} \text{ dir.}$$

[ $s(A)$ , A kümesinin eleman sayısıdır.]

12. Yukarıdaki teoremi, 11. etkinlikteki çözümünüzden yararlanarak ispatlayınız.

13. Bir torbada 2 sarı, 3 kırmızı, 4 mavi bilye vardır. Çekilen bir bilyenin;

- a. Mavi olması olasılığı kaçtır?
- b. Sarı veya mavi olması olasılığı kaçtır?

14. İki madeni para atılıyor.

- a. İkisinin de tura gelmesi olasılığı kaçtır?
- b. Birinin yazı, birinin tura gelmesi olasılığı kaçtır?

15. İki zar atılıyor.

- a. Yalnız birinin 2 gelmesi olasılığı kaçtır?
- b. İkisinin de aynı gelmesi olasılığı kaçtır?
- c. En az birinin çift sayı gelmesi olasılığı kaçtır?
- d. En çok birinin tek sayı gelmesi olasılığı kaçtır?

16. Bir torbada 3 mavi, 4 kırmızı, 5 sarı bilye vardır.

- a. Üçünün de kırmızı gelmesi olasılığı kaçtır?
- b. Birinin mavi, ikisinin sarı gelmesi olasılığı kaçtır?
- c. En az birinin mavi gelmesi olasılığı kaçtır?
- d. Yalnız birinin mavi gelmesi olasılığı kaçtır?
- e. Üçünün de aynı renk gelmesi olasılığı kaçtır?
- f. Üçünün de farklı renk gelmesi olasılığı kaçtır?
- g. Yalnız ikisinin aynı renk gelmesi olasılığı kaçtır?
- h. En az ikisinin aynı renk gelmesi olasılığı kaçtır?

17. 4'ü erkek olan 10 kişilik gruptan rastgele 4 kişi seçilecektir.

Seçilenlerden en az 2'sinin kız olması olasılığı kaçtır?

18. 9 kız ve 12 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta kızların 3'ü, erkeklerin 5'i gözlüklüdür.

Sınıftan rastgele seçilen iki öğrencinin;

- Birinin kız birinin erkek olması olasılığı kaçtır?
- İkisinin de erkek olması olasılığı kaçtır?
- Birinin gözlüklü olması koşuluyla ikisinin de kız olması olasılığı kaçtır?
- En az birinin gözlüklü olması olasılığı kaçtır?
- İkisinin de gözlüklü veya ikisinin de kız olması olasılığı kaçtır?
- Birinin gözlüklü erkek veya birinin gözlüksüz kız olması olasılığı kaçtır?

19. Bir sınıftaki öğrencilerin % 32 si matematikten, % 40 ı fizikten, % 8 i hem matematikten hem de fizikten kalmıştır.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin;

- Hem matematikten hem de fizikten geçmiş olması olasılığı kaçtır?
- Matematikten geçmiş, fizikten kalmış olması olasılığı kaçtır?
- Bu derslerin en az birinden geçmiş olması olasılığı kaçtır?
- Bu derslerin yalnız birinden kalmış olması olasılığı kaçtır?

20. Aralarında Eren ile Kerem'in de bulunduğu 4 öğrenci bir lisenin 1. sınıfına kaydolmuştur.

Bu öğrenciler A, B, C sınıflarından birine, ikisine veya üçüne alınacaktır.

- Eren ile Kerem'in aynı sınıfa alınmaları olasılığı kaçtır?
- Eren'in A sınıfına, Kerem'in B sınıfına alınmaları olasılığı kaçtır?
- Her sınıfa en az bir öğrencinin alınması olasılığı kaçtır?

## Koşullu Olasılık

### Tanım

Bir E örneklem uzayının iki olayı A ve B olsun.

B olayının gerçekleşmiş olması koşuluyla A olayının olasılığına, **A olayının B koşullu olasılığı** denir. Bu olasılık  $P(A / B)$  biçiminde gösterilir.

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ dir.}$$

21. Bir zar atılıyor.

Bir tek sayı geldiği bilindiğine göre, bunun bir asal sayı olması olasılığı kaçtır?

22. 24 kişilik bir sınıfta öğrencilerin 8'i matematikten, 10'u fizikten, 3'ü hem matematikten hem de fizikten kalmıştır.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin fizikten geçtiği bilindiğine göre, matematikten kalmış olması olasılığı kaçtır?

### Teorem

Bir E eş olasılı örneklem uzayının iki olayı A ve B olsun.

$P(B) > 0$  ise A'nın B koşullu olasılığı,

$$P(A / B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} \text{ dir.}$$

23. Yukarıdaki teoremi ispatlayınız

24. Bir torbada 2 mavi, 1 sarı bilye vardır. Çekilen bilye torbaya konulmamak üzere, torbadan art arda iki bilye çekiliyor.

- Mavi bilyeleri  $m_1, m_2$  ve sarı bilyeyi s ile göstererek, deneyin örneklem uzayını yazınız.
- İlk çekilen bilyenin mavi gelmesi olayını yazınız.
- İkinci çekilen bilyenin mavi gelmesi olayını yazınız.
- İlk çekilen bilyenin mavi gelmesi olasılığını bulunuz.
- "Torbadan iki bilye çekilmesi deneyinde ilk çekilen bilyenin mavi gelmesi olasılığı" ile "torbadan bir bilye çekilmesi deneyinde bunun mavi gelmesi olasılığı"ni karşılaştırınız.

- f. İlk çekilen bilyenin mavi gelmesi koşuluyla, ikinci çekilen bilyenin mavi gelmesi olasılığını bulunuz.
- g. İkinci çekilen bilyenin mavi gelmesi koşuluyla, ilk çekilen bilyenin mavi gelmiş olması olasılığını bulunuz.
- h. İkinci çekilen bilyenin sarı gelmesi koşuluyla, ilk çekilen bilyenin mavi gelmiş olması olasılığını bulunuz.

**25.** Bir torbada 3 mavi, 4 kırmızı, 5 sarı bilye vardır. Torbadan 3 bilye çekiliyor.

- a. Birinin mavi geldiği bilindiğine göre, diğerlerinin kırmızı gelmesi olasılığı kaçtır?
- b. Üçünün de aynı renkte geldiği bilindiğine göre, bunların sarı gelmiş olması olasılığı kaçtır?
- c. İkisinin farklı renkte geldiği bilindiğine göre, en az birinin mavi gelmesi olasılığı kaçtır?
- d. İkisinin aynı renkte geldiği bilindiğine göre, üçünün aynı renkte olmaması olasılığı kaçtır?

#### Teorem

E örneklem uzayının iki olayı A ve B olsun.

$P(A) > 0$  ve  $P(B) > 0$  ise

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A)$  dir.

**26.** Yukarıdaki teoremi ispatlayınız.

**27.** Kalem kutusunda ikisi bozuk olan 4 kalem vardır. Alınan kalem kutuya konulmamak üzere, kutudan art arda iki kalem alınır.

- a. Deneyin örneklem uzayını yazınız.
- b. İlk alınan kalemin bozuk olması olayını yazınız.
- c. İlk alınan kalemin bozuk olması olasılığını bulunuz.
- d. "Kutudan iki kalem alınması deneyinde ilk alınan kalemin bozuk olması olasılığı" ile "kutudan bir kalem alınması deneyinde bunun bozuk olması olasılığı" nı karşılaştırınız.
- e. İlk alınan kalemin bozuk olması koşuluyla, ikinci alınan kalemin sağlam olması olasılığını bulunuz.
- f. İlk alınan kalemin sağlam olması koşuluyla, ikinci alınan kalemin sağlam olması olasılığını bulunuz.
- g. İlk kalemin bozuk, ikinci kalemin sağlam olması olasılığını bulunuz.
- h. Alınan iki kalemin de sağlam olması olasılığını bulunuz.

**28.** İki torbadan birincisinde 2 mavi, 4 sarı top; ikincisinde 3 mavi, 4 sarı top vardır.

Birinci torbadan bir top çekilip ikinci torbaya atılıyor; sonra ikinci torbadan bir top çekiliyor.

- a. Birinci torbadan çekilen topun mavi olması koşuluyla, ikinci torbadan çekilen topun mavi olması olasılığını bulunuz.
- b. Birinci torbadan çekilen topun sarı olması koşuluyla, ikinci torbadan çekilen topun mavi olması olasılığını bulunuz.
- c. İkinci torbadan çekilen topun mavi olması olasılığını bulunuz.
- d. İkinci torbadan çekilen topun sarı olması olasılığını bulunuz.
- e. Birinci torbadan çekilen topun mavi olması ve ikinci torbadan çekilen topun sarı olması olasılığını bulunuz.
- f. İki torbadan çekilen topun da mavi olması olasılığını bulunuz.

#### Bağımsız Olaylar

##### Tanım

E örneklem uzayının iki olayı A ile B ve  $P(A) > 0$ ,  $P(B) > 0$  olsun.

A olayının gerçekleşmesi ya da gerçekleşmemesi B olayının olasılığını değiştirmiyorsa, A ve B olayları **bağımsız olaylardır**, denir.

"A ve B olayları bağımsız olaylardır" demek

$P(A / B) = P(A)$  veya  $P(B / A) = P(B)$  demektir.

Bağımsız olmayan olaylara **bağımlı olaylar** adı verilir.

**29.** Aşağıda verilen olaylardan hangileri bağımsızdır?

- a. Bir madeni paranın iki kez atılması deneyinde; birinci-de yazı gelmesi olayı ile ikincide tura gelmesi olayı.
- b. İki zarın birlikte atılması deneyinde; birinde tek sayı gelmesi olayı ile diğerinde tek sayı gelmesi olayı.
- c. Bir zar ile bir madeni paranın birlikte atılması deneyinde; zarın asal sayı gelmesi olayı ile paranın tura gelmesi olayı.
- d. İçinde sarı ve kırmızı toplar bulunan bir torbadan, geriye konulmadan art arda birerden iki top çekilmesi deneyinde; ilk çekilenin sarı olması olayı ile ikinci çekilenin kırmızı olması olayı.

e. Bir A torbasında 2 mavi ve 3 sarı top, bir B torbasında 3 mavi ve 4 sarı top varken iki torbadan da birer top çekilmesi deneyinde; A'dan mavi top çekilmesi olayı ile B'den mavi top çekilmesi olayı.

f. Bir A torbasında 2 mavi ve 3 sarı top, bir B torbasında 3 mavi ve 4 sarı top varken, A torbasından bir topun çekilip B'ye atılması ve B'den bir top çekilmesi deneyinde; A'dan çekilen topun mavi olması olayı ile B'den çekilen topun sarı olması olayı.

**30.** Bir zarın atılması deneyinde,  
 $A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 5, 6\}$ ,  $C = \{1, 3, 5\}$  ve  
 $D = \{2, 4, 6\}$  olayları veriliyor.

- A olayının olasılığını bulunuz.
- A olayının B koşullu olasılığını bulunuz.
- A ve B olayları bağımsız mıdır?
- C ve D olayları bağımsız mıdır?

#### Teorem

A ve B, bir E örneklem uzayının bağımsız iki olayı ise,  
 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  dir.

**31.** Yukarıdaki teoremi ispatlayınız.

**32.** Ceplerinizden birinde biri siyah, biri kırmızı 2 kalem; diğerinde biri 5 liralık, biri 10 liralık, biri 20 liralık 3 banknot bulunduğunu varsayınız.

- Kalemlerden birini çekme deneyinin örneklem uzayını yazınız. Çekilen kalemin siyah olması olasılığını bulunuz.
- Banknotlardan birini çekme deneyinin örneklem uzayını yazınız. Çekilen banknotun 20 liralık olması olasılığını bulunuz.
- Kalemlerden biri ile banknotlardan birini çekme deneyinin örneklem uzayını yazınız. Çekilen kalemin siyah olması olasılığını bulunuz. Sonucu, **a.** daki etkinliğinizin sonucu ile karşılaştırınız.
- Kalemlerden biri ile banknotlardan birini çekme deneyinde, çekilen banknotun 20 liralık olması olasılığını bulunuz. Sonucu, **b.** daki etkinliğinizin sonucu ile karşılaştırınız.

e. Kalemlerden biri ile banknotlardan birini çekme deneyinde, kalemin siyah ve banknotun 20 liralık olması olasılığını bulunuz.

[ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  bağıntısını kullanırken, **c.** ve **d.** deki etkinliklerinizin sonuçlarından yararlanınız.]

f. Kalemlerden biri ile banknotlardan birini çekme deneyinde, kalemin siyah veya banknotun 20 liralık olması olasılığını bulunuz.

[ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  bağıntısını kullanırken **c.** ve **d.** deki etkinliklerinizin sonuçlarından yararlanınız.]

**33.** İki torbadan I. sinde 2 sarı, 3 kırmızı; II. sinde 3 sarı, 4 mavi top vardır.

- I. den çekilenin kırmızı ve II. den çekilenin sarı olması olasılığı kaçtır?
- I. den çekilenin sarı veya II. den çekilenin mavi olması olasılığı kaçtır?
- Çekilen topların aynı renkte olmaları olasılığı kaçtır?
- Çekilen topların farklı renklere olmaları olasılığı kaçtır?

**34.** İki torbadan I. sinde 2 siyah ve 3 beyaz bilye; II. sinde 2 beyaz ve 5 siyah bilye vardır.

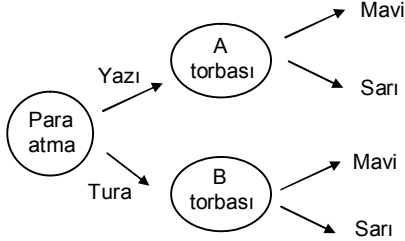
I. torbadan bir bilye çekilip II. ye atılacak, sonra iki torbadan da birer bilye çekilecektir.

- İki torbadan da aynı renkte bilyelerin çekilmesi olasılığı kaçtır?
- Çekilen bilyelerin farklı renklere olmaları olasılığı kaçtır?
- II. torbadan çekilen bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, I. torbadan birinci çekilişte bir beyaz bilye çekilmiş olması olasılığı kaçtır?
- II. torbadan çekilen bilyenin beyaz olduğu bilindiğine göre, I. torbadan ikinci çekilişte bir siyah bilye çekilmesi olasılığı kaçtır?

**35.** A torbasında 3 mavi ve 5 sarı bilye; B torbasında 1 mavi ve 3 sarı bilye vardır.

Önce bir madeni para atılacak, sonra yazı gelirse A torbasından; tura gelirse B torbasından bir bilye çekilecektir.

Deneylerin olası sonuçları aşağıdaki ağaç diyagramında dallarla gösterilmiştir.



- Diyagramdaki her bir dalın gerçekleşmesi olasılığını bulunuz.
- Çekilen bilyenin mavi olması olasılığı kaçtır?
- Çekilen bilyenin sarı olması olasılığı kaçtır?
- Çekilen bilye mavi ise bunun A torbasından çekilmiş olması olasılığı kaçtır?

**36.** A torbasında 2 sarı ve 3 kırmızı bilye; B torbasında 1 sarı ve 3 kırmızı bilye; C torbasında 2 sarı 1 kırmızı bilye vardır.

Önce A torbasından bir bilye çekilecek, sonra bu sarı ise B torbasına konulup B'den; kırmızı ise C torbasına konulup C'den bir bilye çekilecektir.

- Son çekilen bilyenin sarı olması olasılığı kaçtır?
- A torbasından çekilen bilye ile ikinci çekilen bilyenin farklı renklerde olmaları olasılığı kaçtır?
- Son çekilen bilyenin kırmızı olduğu bilindiğine göre, A torbasından bir sarı bilyenin çekilmiş olması olasılığı kaçtır?

**37.** Bir okulun 1-A sınıfındaki öğrencilerin sayısı 10'uncu sınıflardaki öğrenci sayısının % 20'sini, 10-B sınıfındaki öğrencilerin sayısı % 15'ini oluşturmaktadır. 10-A sınıfının % 40'ı, 10-B sınıfının % 60'ı kızdır. 10-A ve 10-B sınıfları toplantı salonunda toplanmışlardır.

- Rastgele seçilen bir öğrencinin 10-A sınıfından olması olasılığı kaçtır?
- Listeden rastgele seçilen bir öğrencinin kız olması olasılığı kaçtır?
- Rastgele seçilen bir kız öğrencinin 10-A sınıfından olması olasılığı kaçtır?
- Rastgele seçilen bir erkek öğrencinin 10-B sınıfından olması olasılığı kaçtır?

**38.** Bir gömlekçi deposundaki gömleklerin % 35'ini A atölyesinde, % 40'ını B atölyesinde, % 25'ini C atölyesinde diktirmiştir.

A atölyesinde üretilenlerin % 4'ü, B atölyesinde üretilenlerin % 2'si, C atölyesinde üretilenlerin % 6'sı özürdür. Depodan rastgele bir gömlek alınıyor.

- Bu gömleğin özür olması olasılığı kaçtır?
- Alınan gömlek özürsüz ise bunun C atölyesinde üretilmiş olması olasılığı kaçtır?

**39.** Erol'un bir hedefi vurması olasılığı  $\frac{1}{2}$ , Şenol'un aynı hedefi vurması olasılığı  $\frac{3}{4}$  tür.

Birlikte bu hedefe ateş ediyorlar.

- Hedefin vurulması olasılığı kaçtır?
- Hedefi, yalnız Erol'un vurması olasılığı kaçtır?
- Hedef vurulduğuna göre, hedefi yalnız Erol'un vurmuş olması olasılığı kaçtır?

**40.** Bir torbada 3 sarı, 4 kırmızı, 5 mavi top vardır. Her çekilen yeniden torbaya atılarak art arda birerden 3 top çekiliyor.

- Üçünün de kırmızı gelmesi olasılığı kaçtır?
- Yalnız ilk ikisinin kırmızı gelmesi olasılığı kaçtır?
- En az birinin sarı geldiği bilindiğine göre, ikisinin kırmızı gelmesi olasılığı kaçtır?
- Üçünün aynı renkli geldiği bilindiğine göre, bunların sarı olması olasılığı kaçtır?



41. Ali, Bora ve Can masa tenisinde bir turnuva yapacaklardır. Kura ile seçilecek ikisi karşılaşacak, yenilmenin yerine üçüncüsü geçecektir.

Art arda iki maçı kazanan ilk kişi turnuvanın birincisi olacaktır.

Ali'nin Bora'yı yenmesi olasılığı  $\frac{2}{3}$ , Can'ın

yenmesi olasılığı  $\frac{2}{5}$ ; Bora'nın Can'ı yenmesi olasılığı

$\frac{1}{3}$  tür.

Turnuvayı Ali'nin yenilmeden kazanması olasılığı kaçtır?

### **Düşünme Keyfi**

1. Her biri 5 seçenekli, 10 sorudan oluşan bir testte doğru cevaplar seçeneklere eşit sayıda dağıtılmıştır.

Ardışık iki sorunun doğru cevabı aynı seçenekte olmadığına göre, bu testin cevap anahtarı kaç değişik biçimde olabilir?

2. 5 evli çift bir yuvarlak masada oturacaklardır.

Eşlerden herhangi ikisi yan yana olmamak koşulu ile, kaç değişik biçimde oturabilirler?