

## Yardımcı Teorem

A, B ve C doğrusal olmayan üç nokta olsun.

$|\overline{AB}| = c$ ,  $|\overline{BC}| = a$  ve  $|\overline{AC}| = b$  olmak üzere;

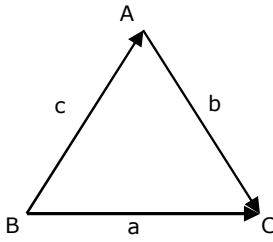
$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2)$$

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2}(a^2 + c^2 - b^2)$$

$$\overline{CA} \cdot \overline{CB} = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2)$$

eşitliklerinin geçerliliğini ispatlayınız.

## İspat



$$\overline{BC} = \overline{BA} + \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = -\overline{AB} + \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$$

$\overline{BC}$  vektörünü kendisi ile çarpalım:

$$\overline{BC} \cdot \overline{BC} = (\overline{AC} - \overline{AB}) \cdot (\overline{AC} - \overline{AB})$$

$$\Rightarrow \overline{BC} \cdot \overline{BC} = \overline{AC} \cdot \overline{AC} + \overline{AB} \cdot \overline{AB} - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC}$$

$$\Rightarrow |\overline{BC}|^2 = |\overline{AC}|^2 + |\overline{AB}|^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC}$$

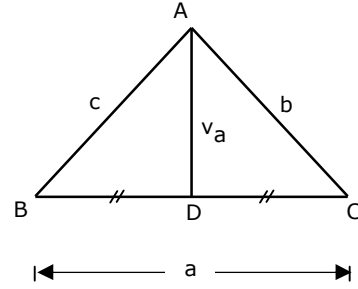
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2)$$

elde edilir.

Diğer eşitliklerin geçerliliğini siz ispatlayınız.

## Kenarortay Teoremi



$\triangle ABC$  'inde;

$[AD]$  kenarortay,  $|AD| = v_a$ ,  $|BC| = a$ ,  $|AC| = b$

ve  $|AB| = c$  olmak üzere;

$$v_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

eşitliğinin geçerliliğini ispatlayınız.

## İspat

$$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$\Rightarrow \overline{AD} = -\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC} \text{ dir.}$$

$\overline{AD}$  vektörünü kendisi ile çarpalım:

$$\overline{AD} \cdot \overline{AD} = (-\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC}) \cdot (-\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC})$$

$$\overline{AD} \cdot \overline{AD} = |\overline{BA}|^2 + \frac{1}{4}|\overline{BC}|^2 - \overline{BA} \cdot \overline{BC}$$

$$\Rightarrow v_a^2 = c^2 + \frac{1}{4}a^2 - \overline{BA} \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2}(a^2 + c^2 - b^2) \text{ değerini yerine koyalım.}$$

$$\Rightarrow v_a^2 = c^2 + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}(a^2 + c^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow v_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

bulunur. Aynı yöntemle;

$$v_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \text{ ve } v_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

eşitlikleri elde edilir.