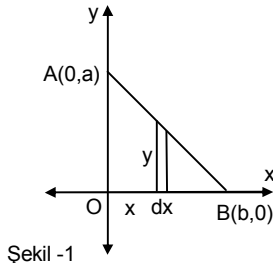


Üçgensel Bölgenin Ağırlık Merkezi

AOB üçgensel bölgesinin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulalım:

$A(0, a)$, $O(0,0)$, $B(b,0)$ ve üçgensel bölgenin ağırlık merkezi $G(\bar{x}, \bar{y})$ olsun.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^b x \cdot dA}{\int_0^b dA} \quad \text{ve} \quad \bar{y} = \frac{\int_0^a y \cdot dA}{\int_0^a dA} \quad \text{dir.}$$



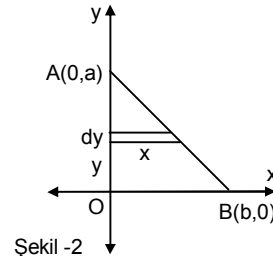
Şekil -1

AB doğrusunun denklemi,

$$AB: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + a \text{ olur.}$$

(Şekil-1)

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\int_0^b x \cdot dA}{\int_0^b dA} = \frac{\int_0^b x \cdot y \cdot dx}{\int_0^b y \cdot dx} = \frac{\int_0^b x \cdot \left(-\frac{a}{b}x + a\right) \cdot dx}{\int_0^b \left(-\frac{a}{b}x + a\right) \cdot dx} \\ &= \frac{\left[-\frac{ax^3}{3b} + \frac{ax^2}{2}\right]_0^b}{\left[-\frac{ax^2}{2b} + ax\right]_0^b} = \frac{\frac{ab^2}{6}}{\frac{ab}{2}} \\ \Rightarrow \bar{x} &= \frac{b}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



Şekil -2

Muharrem Şahin

AOB üçgensel bölgesinin ağırlık merkezinin ordinatı da aşağıdaki gibi bulunur:

$$AB: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}y + b \text{ olur.}$$

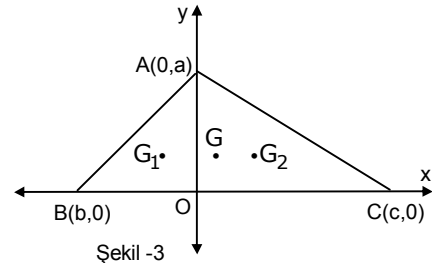
(Şekil-2)

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\int_0^a y \cdot dA}{\int_0^a dA} = \frac{\int_0^a y \cdot x \cdot dy}{\int_0^a x \cdot dy} = \frac{\int_0^a y \cdot \left(-\frac{b}{a}y + b\right) \cdot dy}{\int_0^a \left(-\frac{b}{a}x + b\right) \cdot dy} \\ &= \frac{\left[-\frac{by^3}{3a} + \frac{by^2}{2}\right]_0^a}{\left[-\frac{by^2}{2a} + by\right]_0^a} = \frac{\frac{a^2b}{6}}{\frac{ab}{2}} \\ \Rightarrow \bar{y} &= \frac{a}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Bir ABC üçgensel bölgesinin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulmak için, dik üçgeninden şöyle yararlanılır:

$A(0, a)$, $B(b,0)$, $C(c,0)$ olsun.

ABO üçgensel bölgesinin ağırlık merkezi $G_1\left(\frac{b}{3}, \frac{a}{3}\right)$ ve AOC üçgensel bölgesinin ağırlık merkezi $G_2\left(\frac{c}{3}, \frac{a}{3}\right)$ olur. ABC üçgensel bölgesinin ağırlık merkezine $G(\bar{x}, \bar{y})$ dersek,



Şekil -3

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\frac{b}{3} \cdot A(\triangle ABO) + \frac{c}{3} \cdot A(\triangle AOC)}{A(\triangle ABO) + A(\triangle AOC)} \quad \text{ve} \\ \bar{y} &= \frac{\frac{a}{3} \cdot A(\triangle ABO) + \frac{a}{3} \cdot A(\triangle AOC)}{A(\triangle ABO) + A(\triangle AOC)} \end{aligned}$$

formülleri ile bulunur.