

UMO 1998 / kenar uzunlukları 4 olan bir ABCD karesinde E, AB kenarının orta noktasıdır. M noktası AC üzerinde olmak üzere EM+MB toplamının tam sayı yapan kaç farklı M noktası vardır?

ÇÖZÜM:

ABCD karesinde M noktası [AC] üzerinde yer değiştirmektedir. $|AE| = |EB| = 2$ olmak üzere $|MB| + |ME|$ toplamını tam sayı yapan M noktalarının sayısı sorulmaktadır.

E'nin [AC]'ye göre simetriği F olsun.

Şekilden de görüleceği gibi:

$|MB| + |ME|$ toplamının en küçük değeri

$|BF| = |M_1B| + |M_1E| = 2\sqrt{5}$ birimdir.

M noktası A'ya yaklaştıkça bu toplam 6 birime;

C'ye yaklaştıkça $4 + 2\sqrt{5}$ birime yaklaşır.

$[M_1A]$ aralığında aldığı 5 ve 6 tam sayı değerlerini $[M_1C]$ aralığında bir kere daha alır.

$2\sqrt{5} < |MB| + |ME| < 4 + 2\sqrt{5}$ olup, toplam 5, 6, 7, 8 değerlerini alacağından istenen koşula uyan 6 M noktası vardır.

Muharrem ŞAHİN
20.02.2011

