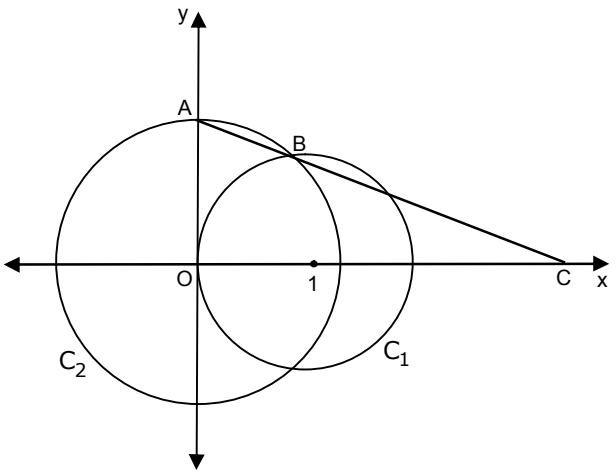
PROBLEM



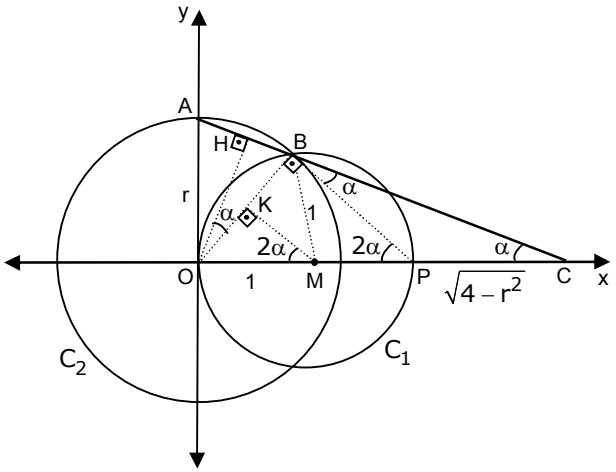
Şekilde;

$C_1 : (x-1)^2 + y^2 = 1$ ve $C_2 : x^2 + y^2 = r^2$ çemberleri verilmiştir.

Çemberlerin I. bölgedeki B kesim noktası ile C_2 çemberinin y eksenini kestiği A noktasından geçen doğru x eksenini C noktasında kesmektedir.

Buna göre; $\lim\limits_{r\to 0} |OC|$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM



1 birim yarıçaplı çemberin M merkezinden OB'ye $[MK]$ ve O noktasından $[AB]$' ye $[OH]$ dikmelerini indirelim. $[BM]$ ve $[BP]$ doğru parçalarını çizelim.

$m(A\hat{O}H) = m(B\hat{O}H) = \alpha$ dersek,

$m(M\hat{O}K) = m(P\hat{O}B) = 2\alpha$ ve

$m(O\hat{C}B) = m(P\hat{B}C) = \alpha$ olur.

OBP dik üçgeninde, $|PB| = \sqrt{4-r^2}$ ve buradan $|PB| = |PC| = \sqrt{4-r^2}$ elde edilir.

$|OC| = |OP| + |PC| = 2 + \sqrt{4-r^2}$ olduğundan,

$\lim\limits_{r\to 0} |OC| = \lim\limits_{r\to 0}(2+\sqrt{4-r^2}) = 4$ bulunur.

AÇIKLAMA

Önce; trigonometrik bir çözüm yaptığımı düşünerek yazmaya başlamıştım.

OKM dik üçgeninde, $\sin 2\alpha = \frac{r}{2}$ olduğunu görüp

$\tan\alpha = \frac{r}{2+\sqrt{4-r^2}}$ olduğunu hesaplayarak ,

$|OC| = 2 + \sqrt{4-r^2}$ olduğunu bulmuştum.

Barış Demir Hocamın cebirsel ve Fatih Sağlam Hocamın sentetik çözümleri ile güzel bir üçlü oluşturacağını düşünmüştüm.
Trigonometrik çözümden sentetik çözüme geçmeye çalışınca bu çözümü elde ettim.
Fatih Hocamın çözümünü yeniden incelediğimde; O'nun yaptığının farklı bir açıklamasını yapmış olduğumu gördüm.
Bu bakımdan, çözüm Fatih Sağlam Hocamındır.
Böyle; herkesin gözü önünde "intihal" yapmam olmaz. ☺))