Ufak düzeltmelerle önceki dosyama ilave yapayım.

$f(x)=\frac{1}{x+1}$ fonksiyonunun x=1 noktasındaki limitinin $\frac{1}{2}$ olduğunu ispatlayalım

$|x-1|<\delta$ iken $\left|f(x)-\frac{1}{2}\right|<\varepsilon$ olduğunu ispatlayacağız

$x\in(1-\delta,1+\delta)$ olduğu zaman $y\in(\frac{1}{2}-\varepsilon,\frac{1}{2}+\varepsilon)$ alarak karşılıklı yığılmaları göstereceğiz.

Buradaki ana sorun ε ile δ arasında ilişki kurmaktır.

Bu ilişkiyi de fonksiyonun limitinin komşuluğundaki

$y=\frac{1}{2}-\varepsilon$ ile $y=\frac{1}{2}+\varepsilon$ doğrularının x deki görüntülerini $x\in(1-\delta,1+\delta)$ aralığına aktarabilmektir.

Bu aktarma yapıldığı zaman y eksenindeki limit bandı x eksenindeki komşuluk bandını ε değerine göstereceği için δ değeri ε na bağlanmış olacaktır.

$$\frac{1}{2}-\varepsilon=\frac{1}{x+1}$$
$$\frac{1-2\varepsilon}{2}=\frac{1}{x+1}$$
$$x+1=\frac{2}{1-2\varepsilon}$$
$$x=-1+\frac{2}{1-2\varepsilon}$$

Bu x değeri x eksenindeki 1 sayının alt komşuluğu olan $(1-\delta)$ nun karşılığı olan ε bağlı x değeridir

$$\frac{1}{2}+\varepsilon=\frac{1}{x+1}$$
$$\frac{1+2\varepsilon}{2}=\frac{1}{x+1}$$
$$x+1=\frac{2}{1+2\varepsilon}$$
$$x=-1+\frac{2}{1+2\varepsilon}$$

Bu x değeri x eksenindeki 1 sayısının üst komşuluğu olan $(1+\delta)$ nın ε bağlı x değeridir.

O zaman y eksenindeki limitin komşuluğu $(\frac{1}{2}-\varepsilon,\frac{1}{2}+\varepsilon)$ iken bu komşuluğun

x eksenindeki görüntü komşuluğu $(-1+\frac{2}{1-2\varepsilon},-1+\frac{2}{1+2\varepsilon})$ dur .

Şimdi bu komşulukları ε u küçülterek aralıkların içinde küçülmeye bağlı hangi sayıya yaklaşacağını bulalım

y eksenindeki değişim aralığı	x eksenindeki değişim aralığı	
$(\frac{1}{2}-\varepsilon, \frac{1}{2}+\varepsilon)$	$(-1+\frac{2}{1-2\varepsilon}, -1+\frac{2}{1+2\varepsilon})$	
(0,4 ile 0,9) aralığı	(0,66 ile 1,5) aralığı	ε=0,1
(0,49 ile 0,51) aralığı	(0,66 ile 1,04) aralığı	ε=0,01
(0,499 ile 0,501)aralığı	(0,9996 ile1,004002) aralığı	ε=0,001
(0,49999 ile 0,5001) aralığı	0,999961 ile 1,000403	ε=0,0001

Tablodan görüldüğü gibi ε değerini ne kadar küçülterek o sıfıra yaklaştırırsak y eksenindeki yığılma 0,5 etrafına x eksenindeki yığılma ise 1 etrafında olduğunu daha net göreceğiz.

O zaman $\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{1}{2}$ olduğunu yığılmalarla ispatlamış oluruz.