

**Problem-1**

$2 < x < 5$  ve  $-6 < y < 4$  olmak üzere,  
 $T = xy + y^2$  ifadesinin değer alabileceği  
en geniş aralığı bulunuz.

**Çözüm**

$T = f(y) = y^2 + xy$  denklemini  $yT$   
koordinat sisteminde bir parabole,  $x$ 'i  
de bir parametreye karşılık getirelim.

$r = -\frac{x}{2}$ , parabolün tepe noktasının  
apsisi olup

$$f\left(-\frac{x}{2}\right) = \left(-\frac{x}{2}\right)^2 + x \cdot \left(-\frac{x}{2}\right) = -\frac{x^2}{4} \text{ olur.}$$

$x$  parametresinin en büyük sınır değeri  
için  $f(y)$  en küçük değerini alır.

$$f\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{25}{4} \text{ ve } -6 < -\frac{5}{2} < 4 \text{ olduğun-}$$

dan  $f(y) > -\frac{25}{4}$  olur.

$f(-6) = 36 - 6x$  ve  $f(4) = 16 + 4x$  olup  
 $x = 5$  için  $f(y)$ ,  $f(4) = 36$  olarak en  
büyük değerini alır.

$$-\frac{25}{4} < xy + y^2 < 36 \text{ elde edilir.}$$

**Problem-2**

$-2 < a < 3$  ve  $-1 < b < 2$  olmak üzere,  
 $T = ab - 2b^2$  ifadesinin değer  
alabileceği en geniş aralığı bulunuz.

**Çözüm**

$T = f(b) = -2b^2 + ab$  denklemini  $bT$   
koordinat sisteminde bir parabole,  $a$ 'yı  
da bir parametreye karşılık getirelim.

$r = \frac{a}{4}$ , parabolün tepe noktasının apsisi  
olup

$$f\left(\frac{a}{4}\right) = -2\left(\frac{a}{4}\right)^2 + a \cdot \left(\frac{a}{4}\right) = \frac{a^2}{8} \text{ olur.}$$

$a$  parametresinin en büyük sınır değeri  
için  $f(b)$  en büyük değerini alır.

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{8} \text{ ve } -1 < \frac{3}{4} < 2 \text{ olduğundan}$$

$$f(b) < \frac{9}{8} \text{ olur.}$$

$f(-1) = -2 - a$  ve  $f(2) = -8 + 2a$  olup  
 $a = -2$  için  $f(b)$ ,  $f(-2) = -12$  olarak  
en küçük değerini alır.

$$-12 < ab - 2b^2 < \frac{9}{8} \text{ elde edilir.}$$

**Problem-3**

$2 < x < 5$  ve  $-4 < y < 6$  olmak üzere,  
 $T = 2xy + y^2$  ifadesinin değer alabileceği  
en geniş aralığı bulunuz.

**Çözüm**

$T = f(y) = y^2 + 2xy$  denklemini  $yT$   
koordinat sisteminde bir parabole,  $x$ 'i de  
bir parametreye karşılık getirelim.

$r = -x$ , parabolün tepe noktasının  
apsisi olup  $f(-x) = -x^2$  olur.

$x$  parametresinin en büyük sınır değeri  
için  $f(y)$ ,  $f(-5) = -25$  olarak, en küçük  
değerini alır. Ancak;  $-5$  değeri  $y$ 'nin  
bulunduğu aralıkta değildir. Bu  
durumda  $f(-4) = 16 - 8x$  ve  
 $f(6) = 36 + 12x$  değerlerinden biri en  
küçük, biri en büyük değer olur.

$x = 5$  için  $f(-4) = -24$  ve  
 $f(6) = 96$ 'dır.  $-24 < 2xy + y^2 < 96$  elde  
edilir.