

## Sıralı İkili; Sıralı n'li

## Etkinlik – 1

- a. Bir listede kişilerin adları ve soyadları (**Ad, soyad**) sırasıyla yazılmış olsun. Bu durumda, (**İnci, Erol**) ve (**Erol, İnci**) ifadelerini açıklayınız.
- (**İnci, Erol**) ifadesi, aynı anlama gelmek üzere küme ayırıcı ile **{İnci, Erol}** biçiminde yazılabilir mi? Yazılırsa, anlam nasıl değişir?
- b. Bir koşuya katılan yarışmacıların sırt numaraları 1, 2, 3, 4, 5 olsun. Koşunun sonuçları (Yarışmacının numarası, Sıralamadaki yeri) ifadeleri ile verilmiş ise; (2, 4) ve (4, 2) ifadelerini açıklayınız.
- c. Bir zarfın üzerindeki "Levent, 5. sokak, 7/3" adresinin "Levent, (5, 7, 3)" biçiminde yazıldığını düşününüz. Adresteki sayılar değişik sıralamalarla yazılırsa, zarf kaç değişik adrese gidebilir?

## Tanım

*a ve b gibi iki elemanın belirli bir sırada dizilmesiyle oluşturulan yeni (a, b) nesnesine **sıralı ikili** –ya da kısaca **ikili**– denir.*

(a, b) ikilisinde a'ya **birinci bileşen**, b'ye **ikinci bileşen** denir. **Bileşen** yerine **koordinat** terimi de kullanılır.

Bu tanıma dayanılarak **sıralı üçlü**, **sıralı dördü**, ..., **sıralı n'li** ( $n \in \mathbb{N}^+$ ) tanımları yapılabilir. Şöyle ki;

a, b, c elemanları verilmiş olsun. (a, b) sıralı ikilisi ile c'nin oluşturduğu sıralı ikiliye **sıralı üçlü** denir. (a, b) ile c'den elde edilen bu yeni nesne (a, b, c) biçiminde gösterilir.

$$(a, b, c) = ((a, b), c) \text{ dir.}$$

Aynı yolla bir **sıralı dördü**

$$(a, b, c, d) = ((a, b, c), d) \text{ olarak;}$$

bir **sıralı n'li** de ( $n \in \mathbb{N}^+$ )

$$(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n) = ((a_1, a_2, \dots, a_{n-1}), a_n) \text{ olarak tanımlanabilir.}$$

## Kümelerin Çarpımı

## Etkinlik – 2

Bir sınıfta, numaraları  $\mathcal{O} = \{13, 27, 44\}$  kümesinden olan öğrencilerin matematik notlarının  $N = \{A, B, C\}$  kümesinden olduğu bilinmektedir.

- a.  $(x, y) = (\text{öğrencinin numarası}, \text{öğrencinin notu})$  olduğuna göre, olası  $(x, y)$  ikililerinin K kümesini liste yöntemi ile yazınız.
- b. K kümesini oluşturan  $(x, y)$  ikililerinde  $x \in \mathcal{O}$  ve  $y \in N$  olduğunu belirterek, K kümesini ortak özellik yöntemi ile yazınız.

## Tanım

*A ve B kümeleri verildiğinde, birinci bileşeni A kümesinden ve ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulmuş tüm ikililerin kümesine, A ve B kümelerinin **kartezyen çarpımı** veya kısaca **çarpımı** denir.*

*Çarpım kümesini veren işleme de **kartezyen çarpma işlemi** veya **çarpma işlemi** adı verilir.*

A ve B kümelerinin çarpımı **AxB** biçiminde gösterilir; **A kartezyen çarpım B** veya **A çarpım B** diye okunur.

Tanıma göre,

$$\mathbf{AxB} = \{(x, y) \mid x \in \mathbf{A} \text{ ve } y \in \mathbf{B}\} \text{ ve}$$

$$\mathbf{BxA} = \{(x, y) \mid x \in \mathbf{B} \text{ ve } y \in \mathbf{A}\} \text{ dir.}$$

Tanımdaki **kartezyen** sözcüğü, Fransız matematikçisi **Rene Descartes**'in (1596-1650) adından gelir.

## Bağıntı Kavramı

## Etkinlik – 3

(2, 5) ikilisinde birinci bileşenle ikinci bileşen arasında,

"2, 5'ten küçüktür."

"2 çift, 5 tektir."

"2'nin karesinin 1 fazlası 5'tir."

"2 numaralı oyuncu 5 sayı yapmıştır."

⋮

gibi çok sayıda bağıntı kurulabilir.

Siz de aşağıdaki ikililerin bileşenleri arasında bağıntılar kurunuz.

- a. (21, 3)                      b. (Ali, 7)  
c. (Cem, Pekin)              d. (Ayşe, Nazlı)  
e. (Kedi, Eşek)                f. (2006, 13)

## Etkinlik – 4

Aşağıdaki kümelerin her biri için, tüm ikililerin sağladığı bağıntılar kurunuz.

- a.  $A = \{(2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$   
b.  $B = \{(Ali, Ünye), (Can, Bolu), (Nur, Bodrum)\}$   
c.  $C = \{(Burak, Bıyık), (Burak, Sakal), (Zeynep, Saç)\}$   
d.  $D = \{(5, 3), (7, 5), (8, 6), (3, 1)\}$

## Etkinlik – 5

$A \times A$  kümesinin, bileşenleri arasında belli bir bağıntı bulunan ikililerinin kümesi,

$\beta = \{(3,3), (4,5), (5,7)\}$  olarak verilmiştir.

- a.  $\beta$  kümesi ortak özellik yöntemi ile  $\beta = \{(x,y) | x \leq y, (x,y) \in A \times A\}$  biçiminde yazılabilir mi?  
b.  $\beta$  kümesinde verilen elemanlara göre,  $\alpha = \{(x,y) | x \leq y, (x,y) \in A \times A\}$  kümesi en az kaç elemanlıdır?

## Etkinlik – 6

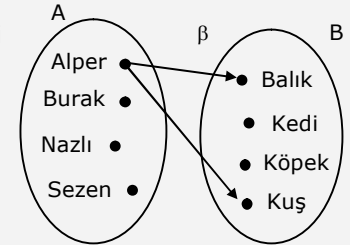
Dört arkadaşın oluşan küme

$A = \{(Alper, Burak, Nazlı, Sezen)\}$  ve bunların evlerinde besledikleri hayvanların kümesi,

$A = \{(Balık, Kedi, Köpek, Kuş)\}$  olsun.

- a.  $(x, y) = (\text{Kişinin adı}, \text{Beslediği hayvan})$  olmak üzere, olası tüm  $(x, y)$  eşlemelerinin kümesini  $A \times B$  kümesini- şema ile gösteriniz.  
b. Alper'in balık ve kuş, Burak'ın köpek ve kuş, Nazlı'nın kedi beslediği; Sezen'in ise hiçbir hayvan beslemediği bilindiğine göre,  $\beta = \{(x,y) | x, y \text{ 'yi besler}\}$  kümesini liste yöntemi ile yazınız.  $\beta$  kümesini  $A \times B$  kümesinin şeması üzerinde Venn şeması ile ayırınız.  
c.  $\beta \subset (A \times B)$  olduğunu görüyorsunuz. A ve B kümelerinin elemanları arasında,  $\beta$  kümesinde belirtilen bağıntının dışında, değişik bağıntıları sağlayan ikililerin  $\beta_1, \beta_2, \dots$  kümelerini yazınız.  $\beta, \beta_1, \beta_2, \dots$  kümeleri en fazla kaç tane olur?

- d.  $\beta$  kümesinin ikilileri, yandaki gibi bir Venn şemasında, birinci bileşeni ikinci bileşene eşleyen oklarla belirtilebilir. Buna göre, şemadaki eşlemeleri tamamlayınız.

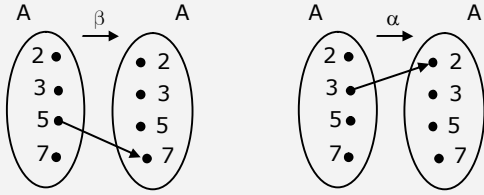


- e. b'de verilen bilgilere göre,  $\alpha = \{(x,y) | x \text{ 'i } y \text{ besler}\}$  kümesini liste yöntemi ile yazınız. " $\alpha \subset A \times B$ " önermesi doğru mudur?

## Etkinlik - 7

$A = \{2, 3, 5, 7\}$  olduğuna göre;

- $A \times A$  kümesini şema ile gösteriniz.
- $\beta = \{(x, y) \mid x < y, x \in A, y \in A\}$  kümesini liste yöntemi ile yazınız. Şema ile gösteriniz.
- $\alpha = \{(x, y) \mid x > y, x \in A, y \in A\}$  kümesini liste yöntemi ile yazınız. Şema ile gösteriniz.
- $\beta$  ve  $\alpha$  kümelerinde belirtilen bağıntılara göre eşleşen ikilileri, aşağıdaki Venn şemalarında oklarla gösteriniz.



- $\gamma = \{(x, y) \mid y = x + 6, x \in A, y \in A\}$  kümesini liste yöntemi ile yazınız.

**Bağıntı** sözcüğü, **bir nesneyi başka bir nesne ile uyarlı kılan bağ** anlamına gelir. Matematikteki **bağıntı** kavramı da bu anlamdadır.

## Tanım - 3.7

$A$  ve  $B$  boş olmayan birer küme olmak üzere,  $A \times B$  kümesinin herhangi bir alt kümesine  **$A$ 'dan  $B$ 'ye bir bağıntı** denir.

Özel olarak,  $A \times A$ 'nın herhangi bir alt kümesine de  **$A$ 'dan  $A$ 'ya bir bağıntı** ya da  **$A$ 'da bir bağıntı** adı verilir.

$A$ 'dan  $B$ 'ye bir  $\beta$  bağıntısı verilmiş olsun.

$(x, y) \in \beta$  demekle,

**$A$ 'nın  $x$  elemanı,  $\beta$  bağıntısı ile  $B$ 'nin  $y$  elemanına eşlenir.** ya da,

**$B$ 'nin  $y$  elemanı,  $\beta$  bağıntısı ile  $A$ 'nın  $x$  elemanına bağlıdır.** demek aynı anlama gelir.

$y$ 'nin,  $\beta$  ile  $x$ 'e bağlı olması sembolik olarak  $y\beta x$  ya da  $y = \beta(x)$  biçiminde gösterilir.

**$y$  bağlıdır  $x$ 'e** diye okunur.

$A$ 'dan  $B$ 'ye bir bağıntıda  $A$ 'ya **tanım kümesi**,  $B$ 'ye **değer kümesi** denir.