

“Polinomlar” Üzerine Sorulara Cevaplarım

Muharrem Şahin

Aşağıdaki sorulara verdiğim cevaplar üzerinde bir fikir birliğine varılmamıştır. Tartışmalarımızın sonucunda değişebilecek cevapları yeniden yazacağım.

Soru-1

Polinomların tanım kümesi nedir?

Cevap-1

Liselerde öğrenilen polinomlar, gerçek sayılar kümesinin bir x belirsizi ile genişletilmiş olan $R[x]$ kümesinin elemanlarıdır. $P(x)$ sembolü ile gösterilir. Buna göre; “polinomların tanım kümesi” terimi “polinom” kavramına uymaz. “Polinom fonksiyonların tanım kümesi nedir?” diye sorulabilir. Polinom fonksiyonların en geniş tanım kümesi, x belirsizinin katıldığı kümedir. $R[x]$ ’te tanımlanan polinom fonksiyonların “en geniş tanım kümesi”, gerçek sayılar kümesidir. Bir polinom fonksiyonun “tanım kümesi” de R ’nin herhangi bir alt kümesi olarak alınabilir.

Soru-2

“Polinom” ile “polinom fonksiyon” arasında ne fark vardır?

Cevap-2

$R[x]$ kümesinin elemanı olan bir $P(x)$ polinomunda x belirsizi bir gerçek sayı değildir. R kümesi dışında bir elemandır. Adı üstünde; ne olduğu da bellidir. Ancak; x belirsizinin gerçek sayıları göstermesi de mümkündür. Bu durumda; $R[x] = R$ olur.

$x \in R$ iken $P(x) \in R[x] = R$ olacağından; $y=P(x)$,

R ’den R ’ye bir fonksiyon belirtir. Polinom fonksiyonların en geniş tanım kümesinin gerçek sayılar kümesi olması bu nedenledir.

Soru-3

$P(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ ifadesi polinom mudur?

Cevap-3

$A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ birer polinom olmak üzere;

$A(x) \cdot B(x) = C(x)$ ise, $A(x)$ polinomuna $C(x)$ ’in $B(x)$ ’e

bölümü denir. Bu, $A(x) = \frac{C(x)}{B(x)}$ biçiminde gösterilir.

Aynı tanıma göre; $B(x) = \frac{C(x)}{A(x)}$ olur.

Bu tanıma göre; $P(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ ifadesinde çizginin

üzerindeki ve altındaki ifadeler birer polinom olarak verilmişse $P(x)$ de bir polinomdur. $P(x) = x - 3$ olur. Ama; “Bu bir polinom fonksiyon mudur?” diye soruluyorsa, “Değildir.” deriz. Çünkü; polinom fonksiyonlar, $P(x)$ polinomundaki x belirsizinin gerçek sayılar olarak seçilmesiyle elde edilirler.

$P(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ ifadesinde $x \in R$ iken, bu ifade artık

iki polinomun bölümüne karşılık gelmez. Bir kesre

dönüşür. $P(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ fonksiyonunun en geniş

tanım kümesi R olmadığından, bu ifade bir polinom fonksiyon göstermez.

Bu kesir, $x - 3$ için tanımsızdır

Not -1: Dikkat edilirse; burada sorun, bir polinomun diğerine bölümü olan polinomun, kesir sanılacak biçimde gösterilmesinden kaynaklanmaktadır. Oran ve orantı kavramında da aynı sorunu yaşamıştık.

Not -2: Liselerde “polinomlar” burada belirttiğim biçimde anlatılamayabilir. Ancak; bu durumda “polinom fonksiyonlar”, polinom imiş gibi anlatılamaz.

“Polinom” denildiğinde; x belirsizinin gerçek sayılar kümesinin dışında bir eleman olduğu bir biçimde hissettirilmelidir.