Hazırlayan : Halit Çelik

Soru:

EKOK(a,b,c,d)=$2^4.3^3.5^2.7$ olacak şekilde kaç tane (a,b,c,d) sıralı dörtlüsü yazılabilir.

Çözüm (Murat Çelikkaya)

2 nin bölenlerinin kümesi $(2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4)$

3 ün bölenlerinin kümesi $(3^0, 3^1, 3^2, 3^3)$

5 in bölenlerinin kümesi $(5^0, 5^1, 5^2)$

7 nin bölenlerinin kümesi $(7^0, 7^1)$

Bu kümelerin her birinden birer elemanı a, b, c ve d sayılarına dağıtımı yapılacak. Ancak en az birinde 2^4, 3^3, 5^2 ve 7 çarpanlarından en az birinin olması gerekmektedir.

Bu durum göz önüne alındığında

2 nin bölenlerinin kümesi $(2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4)$ kümesinin elemanları a, b, c, d sayılarına 4^5 şekilde dağıtılır. Bu sayıdan $(2^0, 2^1, 2^2, 2^3)$ kümesinin elemanlarının a, b, c ve d sayılarına dağıtım sayısı olan 4^4 sayısı çıkarılırsa elde edilecek kümenin eleman sayısı $4^5 - 4^4$ tane olur.

3 ün bölenlerinin kümesi $(3^0, 3^1, 3^2, 3^3)$ kümesinin elamanları a, b, c, d sayılarına 4^4 şekilde dağıtılır. Bu sayıdan $(3^0, 3^1, 3^2)$ kümesinin elemanlarının a, b, c ve d sayılarına dağıtım sayısı olan 4^3 sayısı çıkartılırsa elde edilecek kümenin eleman sayısı $4^4 - 4^3$ olur.

5 in bölenlerinin kümesi $(5^0, 5^1, 5^2)$ kümesinin elemanları a, b, c, d sayılarına 4^3 şekilde dağıtılır. Bu sayıdan $(5^0, 5^1)$ kümesinin elemanlarının a, b,c ve d sayılarına dağıtım sayısı olan 4^2 sayısı çıkarılırsa elde edilecek kümenin eleman sayısı $4^3 - 4^2$ olur.

7 nin bölenlerinin kümesi $(7^0, 7^1)$ kümesinin elemanlar a, b, c, d sayılarına 4^2 şekilde dağıtılır. Bu sayıdan (7^0) kümesinin elemanlarının a, b, c ve d sayılarına dağıtım sayısı olan 4^1 sayısı çıkarılırsa elde edilecek kümenin eleman sayısı $4^2 - 4^1$ olur.

Bu kümelerin her birinden elemanlar alınarak oluşturulacak sıralı dörtlülerinin sayısı $(4^5 - 4^4)(4^4 - 4^3)(4^3 - 4^2)(4^2 - 4^1)$ kadardır.

Soru:

EKOK(x,y,z)=200 olacak şekilde kaç tane (x,y,z) üçlüsü vardır.,Çözüm:

$$200 = 2^3.5^2$$

Olduğundan yukarıdaki çözüm dikkate alındığında üçlü sayısı

$$(3^3 - 3^2)(3^3 - 3^2) = 37.18 = 612$$

Soru:

Bir A doğal sayısı a_1, a_2, a_3, … a_k asal sayılarının çarpımı olarak $A = a_1^{r_1}.a_2^{r_2}.a_3^{r_3}\cdots a_k^{r_k}$ şeklinde yazılmış olsun. $A = x_1.x_2.x_3\cdots x_n$ olacak şekilde yazıldığında olabilecek $\left(x_1.x_2.x_3\cdots x_n\right)$ sıralı n-li sayısının bulunması.

Çözüm:

A sayısı x_1, x_2, x_3, … x_n sayılarının çarpımı olarak yazılabildiğine göre bu sayıları veren sayılar A sayısının asal çarpanlarının çarpımı olacaktır. Bu durumda

$$x_1 = a_1^{p_1}.a_2^{p_2}.a_3^{p_3}\dots a_k^{p_k}$$
$$x_2 = a_1^{p'_1}.a_2^{p'_2}.a_3^{p'_3}\dots a_k^{p'_k}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$x_n = a_1^{p_1^{(n)}}.a_2^{p_2^{(n)}}.a_3^{p_3^{(n)}}\dots a_k^{p_k^{(n)}}$$

Yazılışlarında

$$p_1 + p'_1 + \cdots + p_1^{(n)} = r_1$$
$$p_2 + p'_2 + \cdots + p_2^{(n)} = r_2$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$p_k + p'_k + \cdots + p_k^{(n)} = r_k$$

Denklem sisteminin doğal sayılardaki çözüm sayısı aradığımız sayı olacaktır. Bu da

$$\binom{r_1 + n - 1}{n - 1}\binom{r_2 + n - 1}{n - 1}\dots\binom{r_k + n - 1}{n - 1}$$

Kadardır.

Örnek:

90=x.y.z olacak şekilde kaç farklı (x, y,z) sıralı üçlüsü vardır.

Çözüm:

$$90 = 2.3^2.5$$

Olup

$$x = 2^a.3^b.5^c$$
$$y = 2^{a_1}.3^{b_1}.5^{c_1}$$
$$z = 2^{a_2}.3^{b_2}.5^{c_2}$$

Olacaktır. Burada

$a + a_1 + a_2 = 1$ denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı $\binom{3}{2} = 3$ tane.

$b + b_1 + b_2 = 2$ denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı $\binom{4}{2} = 6$ tane

$\mathrm{C} + c_1 + c = 1$ denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı $\binom{3}{2} = 3$ tane

Olmak üzere (x, y, z) sıralı üçlülerinin sayısı 3.6.3=54 tanedir.

Soru:

1 000 000 sayısı x, y, z gibi üç doğal sayının çarpımı olarak yazılırsa kaç farklı (x, y, z) sıralı üçlüsü yazılabilir.

Çözüm:

$$1\ 000\ 000 = 2^6 . 5^6$$

Olarak yazılır.

$$x = 2^{a_1} . 5^{b_1}$$
$$y = 2^{a_2} . 5^{b_2}$$
$$z = 2^{a_3} . 5^{b_3}$$

Olarak yazılacaktır. Bu yazılış biçiminde

$a_1 + a_2 + a_3 = 6$ denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı $\binom{8}{2} = 28$

$b_1 + b_2 + b_3 = 6$ denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı $\binom{8}{2} = 28$

Buna göre sıralı üçlü sayısı 28.28=784 olur.