

Problem – 1

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 3 \text{ ise} \\ 2x+1 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \leq 1 \text{ ise} \\ x+2 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Buna göre;

- I. fog fonksiyonunun kuralını bulunuz.
- II. gof fonksiyonunun kuralını bulunuz.
- III. Bulduğunuz fog ve verilen f fonksiyonları verisi ile g fonksiyonunun kuralını bulunuz.
- IV. Bulduğunuz fog ve verilen g fonksiyonları verisi ile f fonksiyonunun kuralını bulunuz.
- V. Bulduğunuz gof ve verilen f fonksiyonları verisi ile g fonksiyonunun kuralını bulunuz.
- VI. Bulduğunuz gof ve verilen g fonksiyonları verisi ile f fonksiyonunun kuralını bulunuz.

Problem – 2

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} 2-x & x < 2 \text{ ise} \\ 4-2x & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1-2x & x \leq 1 \text{ ise} \\ -x & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Problem – 1 üzerinde, bu verilerle çalışınız.

Problem – 3

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} 3-x & x < 3 \text{ ise} \\ 2x-6 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1-x & x \leq 0 \text{ ise} \\ 1-2x & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Problem – 1 üzerinde, bu verilerle çalışınız.

Problem – 4

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 3 \text{ ise} \\ 5-x & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 0 \text{ ise} \\ x-2 & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Problem – 1 üzerinde, bu verilerle çalışınız.

Problem – 5

f ve g fonksiyonları,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \begin{cases} 3x-2 & x \leq 1 \text{ ise} \\ 2x+3 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

ve

$$g: [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}; g(x) = \begin{cases} x-2 & x \leq 1 \text{ ise} \\ 1-2x & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Problem – 1 üzerinde, bu verilerle çalışınız.

Problem – 6

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 3 \text{ ise} \\ 2x+1 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} 3x-1 & x \leq 1 \text{ ise} \\ x+2 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Problem – 1 üzerinde, bu verilerle çalışınız.

Problem – 7

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & x < 2 \text{ ise} \\ 2x-3 & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \leq 1 \text{ ise} \\ x+2 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Problem – 1 üzerinde, bu verilerle çalışınız.

Problem – 8

f ve g fonksiyonları,

$$f: [-3, 11] \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \leq 5 \text{ ise} \\ x+3 & x > 5 \text{ ise} \end{cases}$$

ve

$$g: [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}; g(x) = \begin{cases} 3x-2 & x \leq 1 \text{ ise} \\ 1-2x & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Problem – 1 üzerinde, bu verilerle çalışınız.

Örnek Problem –

R'den R'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & x < 0 \text{ ise} \\ 1-x^2 & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ 2x-2 & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonunun $A(0,1)$ ve $B(1,0)$ noktalarındaki teğetlerinin denklemlerini yazınız.

Muharrem Şahin

Örnek Problem –

R'den R'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & x < 0 \text{ ise} \\ 1-x^2 & 0 \leq x \leq 1 \text{ ise} \\ 2x & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonunun $A(0,1)$ ve $B(1,0)$ noktalarındaki teğetlerinin denklemlerini yazınız.

Örnek Problem –

R'den R'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & x \leq 0 \text{ ise} \\ -x^2 & 0 < x \leq 1 \text{ ise} \\ 2x-2 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonunun $A(0,1)$ ve $B(1,0)$ noktalarındaki teğetlerinin denklemlerini yazınız.

Muharrem Şahin

Örnek Problem –

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 3 \text{ ise} \\ 5-x & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \text{ ise} \\ x-3 & 0 \leq x < 5 \text{ ise} \\ 7-x & x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Buna göre; aşağıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

I. $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 1$ II. $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -2$

III. $g'(0^-) = 2$ 'dir.

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I , II ve III

Çözüm

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 3 \text{ ise} \\ 5-x & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} g(x)-1 & g(x) < 3 \text{ ise} \\ 5-g(x) & g(x) \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

Bunu verilene benzetelim:

1. R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 3 \text{ ise} \\ 2x+1 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$f \circ g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; (f \circ g)(x) = \begin{cases} 3x-2 & x \leq 1 \text{ ise} \\ 2x+5 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Buna göre; aşağıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

I. $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 2$ II. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 3$

III. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 5$

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

1. Bir salondaki öğrencilerde toplam olarak 33 deneme, 37 öykü ve 41 şiir kitabı bulunmaktadır. Her öğrencide, farklı türlerden olmak üzere, 2 ya da 3 kitap vardır.

Salondaki öğrenci sayısı, yukarıdaki verilerle bulunabilecek en büyük sayıdır.

Buna göre, kaç öğrencide hem öykü hem şiir kitabı bulunur?

- A) 15 B) 18 C) 19 D) 22 E) 23

2. "{...}" sembolü "küme"yi, " \emptyset " sembolü "boş küme"yi, " \subset " sembolü "alt küme" terimini göstermektedir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

- I. $\{a, b\} \subset \{a, \{b\}, c\}$
II. $\{m, \{n, p\}\} \subset \{m, \{n\}, \{p\}\}$
III. $\emptyset \subset \{\emptyset, \{k\}\}$
IV. $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{k\}\}$
V. $A \subset \{A, B, C\}$

- A) I, II, IV B) II, III, V C) I, IV, V
D) III, IV E) Yalnız IV

3. A ve B kümelerinin eleman sayıları, $s(A) = 9$ ve $s(B) = 5$ olarak verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- I. $s(A \setminus B) - s(B \setminus A) = 4$
II. $s(A \cup B) - s(A \cap B) = 4$
III. $s(A \setminus B) + s(B \setminus A) = 14$
IV. $s(A \cup B) + s(A \cap B) = 14$

- A) I, III B) II, IV C) I, III, IV
D) I, IV E) Yalnız IV

4. Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 15 olan birbirinden farklı dört basamaklı sayılar büyükten küçüğe doğru sıralanırsa, baştan 5. sayının birler basamağı kaç olur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x} = \frac{1}{x^2+x}$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

6. $-12 < a < 4 < b < 8$ sıralamasında a ile b birer tam sayıdır.

Buna göre, $|a+b| - |a-b|$ değeri en çok kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. $|x| \in \{-4, -1, 0, 2, 3\}$ koşulunu sağlayan x gerçel sayılarının kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

8. a, b ve c birer tam sayıdır.

$a^2b + ab^2c = 2b^3 + 1$ olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

- I. $a + b^2 + c$ tektir.
II. $a^2 + b^3$ çifttir.
III. $b^2 + c^2$ çifttir.

- A) I, II B) I, III C) II, III
D) Yalnız II E) Yalnız III

9. $(-45a) - (-b34) = (+c5)$ işleminde a birler basamağını, b yüzler basamağını, c onlar basamağını gösteren birer rakamdır. Buna göre, $a+b+c$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

X. A makinası saatte 12 parça, B makinası saatte 20 parça iş üretmektedir. Makinalar aynı anda çalıştırılıyorlar.

İlk 25 parça kaç dakikada üretilir?

- A) 46 B) 47 C) 48 D) 49 E) 50

X. Bir işçi, işverenle, 30 gün için 2000 TL para ve bir bilgisayar karşılığı anlaşmıştır. İşçi 20. günün sonunda işi bırakmıştır. İşçinin emeğinin karşılığı çalıştığı süre ile orantılı sayılarak, işçiye bilgisayar ile birlikte 900 TL para verildiğine göre bilgisayar kaç TL sayılmıştır?

- A) 1200 B) 1300 C) 1400
D) 1500 E) 1600

1. $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölünmesinde kalan 2 ise, $(x + 2) \cdot P(x)$ polinomunun $x^2 - 4$ ile bölünmesinde kalan aşağıdakilerden hangisidir?

a. $2x + 4$ b. $4x - 2$ c. $2x - 2$
d. $4x + 2$ e. 2
2. $P(x) = x^3 - 12x^2 + 8x - 24$ polinomu veriliyor. $P(x + a)$ polinomunda 2. dereceden terimin kat sayısı sıfır olduğuna göre, a kaçtır?

a. -6 b. -4 c. 3 d. 4 e. 6
3. $x^3 - x + a = (x + 1)(x^2 + bx + c)$ olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

a. -2 b. -1 c. 0 d. 1 e. 2
4. $P(x) - P(x - 1) = 2x - 1$ özdeşliğini sağlayan $P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölünmesinde kalan 2 olduğuna göre, $x - 2$ ile bölünmesinde kalan kaçtır?

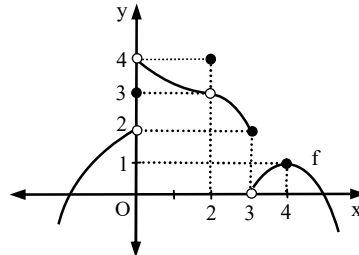
a. 5 b. 4 c. 3 d. 2 e. -3
5. $P(x)$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölünmesinde kalan $2x + 1$ olduğuna göre; $P^2(x)$ 'in $x^2 + 1$ ile bölünmesinde kalan aşağıdakilerden hangisidir?

a. $2x + 1$ b. $2x + 3$ c. $4x - 3$
d. $4x + 3$ e. $4x + 5$

Örnek Problem

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \begin{cases} 3 - (x-1)^2 & x < 0 \text{ ise} \\ 3 & x = 0 \text{ ise} \\ \frac{1}{4}(x-2)^2 + 3 & 0 < x < 2 \text{ ise} \\ 4 & x = 2 \text{ ise} \\ 3 - (x-2)^2 & 2 < x \leq 3 \text{ ise} \\ 1 - (x-4)^2 & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



Buna göre, aşağıda verilen önermelerden hangileri doğrudur?

- a. $(-\infty, 0)$ aralığında f artandır.
- b. $(-\infty, 0]$ aralığında f artandır.
- c. $(0, 2)$ aralığında f azalandır.
- d. $(2, 3]$ aralığında f azalandır.
- e. $[2, 3]$ aralığında f azalandır.
- f. $(3, 4]$ aralığında f artandır.
- g. $[4, +\infty)$ aralığında f azalandır.
- h. $f'(3)$ yoktur.
- k. $g: (2, 3] \rightarrow [2, 3]; g(x) = 3 - (x-2)^2$ fonksiyonu $(2, 3]$ aralığında türevlidir.
- m. $g'(3) = -1$
- n. $f'(4) = 0$

Yanıt

Kavramların tanımlarına göre; yukarıdaki önermelerin herbiri doğrudur?

Muharrem Şahin

Örnek Problem

\mathbb{R} 'den \mathbb{R} 'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4 & x < 3 \text{ ise} \\ x+2 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \text{ ise} \\ x+1 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verildiğinde,

\mathbb{R} 'den \mathbb{R} 'ye $g \circ f$ fonksiyonunun kuralı

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 2x-5 & x \leq 5/2 \text{ ise} \\ 2x-3 & 5/2 < x < 3 \text{ ise} \\ x+3 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ olur.}$$

Bunu siz de bulunuz.

\mathbb{R} 'den \mathbb{R} 'ye f ve $g \circ f$ fonksiyonları

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4 & x < 3 \text{ ise} \\ x+2 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 2x-5 & x \leq 5/2 \text{ ise} \\ 2x-3 & 5/2 < x < 3 \text{ ise} \\ x+3 & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilerek g fonksiyonu istendiğinde,

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; g(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \text{ ise} \\ x+1 & 1 < x < 2 \text{ ise} \\ x+1 & x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$$

bulunur.

Bunu siz de bulunuz.

Demek ki;

bir f fonksiyonunun farklı g fonksiyonları ile bileşkesi aynı $g \circ f$ fonksiyonunu verebilir.

Bu örnek problem üzerinde, bunun nedenini araştırınız.

Siz de, farklı g fonksiyonları yazınız.

Muharrem Şahin

Çözüm

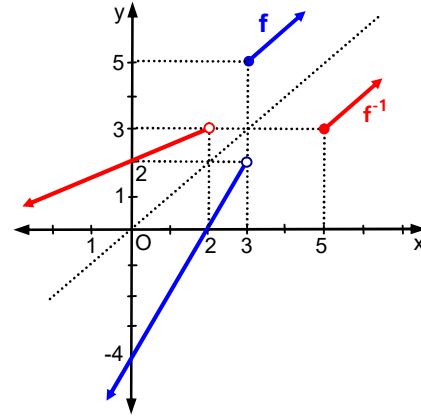
+

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases} \circ \begin{cases} 2x-4 & x < 3 \\ x+2 & x \geq 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = \begin{cases} (2x-4)-1 & x \leq 5/2 \\ (2x-4)+1 & 5/2 < x < 3 \\ (x+2)+1 & x \geq 3 \end{cases}$$

+



$$f(x) = \begin{cases} 2x-4 & x < 3 \\ x+2 & x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x+4}{2} & x < 2 \\ x-2 & x \geq 5 \end{cases}$$

$$g(x) = (g \circ f)(x) \circ f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} 2x-5 & x \leq 5/2 \\ 2x-3 & 5/2 < x < 3 \\ x+3 & x \geq 3 \end{cases} \circ \begin{cases} \frac{x+4}{2} & x < 2 \\ x-2 & x \geq 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \\ x+1 & 1 < x < 2 \\ x+1 & x \geq 5 \end{cases}$$

⚡ Dikkat edilirse; f^{-1} fonksiyonunun $[2,5)$ aralığında görüntüsü yoktur. g fonksiyonunun $[2,5)$ aralığındaki farklı tanımları $g \circ f$ fonksiyonunun tanımını değiştirmez.

g fonksiyonu, örneğin;

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; g(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \text{ ise} \\ x+1 & 1 < x < 2 \text{ ise} \\ 2x & 2 \leq x < 5 \text{ ise} \\ x+1 & x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$$

olarak tanımlanabilir.

Örnek Problem

R'den R'ye f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & x < 2 \text{ ise} \\ x-1 & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} x-2 & x < 1 \text{ ise} \\ x+4 & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verildiğinde,

R'den R'ye gof fonksiyonunun kuralı

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} x+1 & x < -2 \text{ ise} \\ x+7 & -2 \leq x < 2 \text{ ise} \\ x+3 & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

olarak bulunur.

Bunu siz de bulunuz.

R'den R'ye f ve gof fonksiyonları

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & x < 2 \text{ ise} \\ x-1 & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} x+1 & x < -2 \text{ ise} \\ x+7 & -2 \leq x < 2 \text{ ise} \\ x+3 & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

olarak verildiğinde g fonksiyonunun kuralı nasıl bulunabilir?

g'nin kuralını, yönteminizi açıklayarak bulunuz.

Muharrem Şahin

Örnek Problem

R'den R'ye f ve gof fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & x < 2 \text{ ise} \\ x+2 & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases} \text{ ve}$$

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 2x+3 & x \leq -2 \text{ ise} \\ x+5 & -2 < x < 2 \text{ ise} \\ 2x-1 & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

Bu koşulları sağlayan g fonksiyonları tanımlayınız.

Muharrem Şahin

