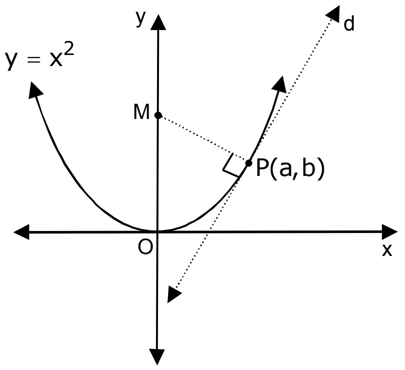
Eğrilik yarıçapı, vektörel fonksiyonlarla açıklanabilecek bir kavramdır. Bir eğrinin bir noktasındaki **eğrilik yarıçapı**, o eğriye o noktada içten teğet olan en büyük çemberin yarıçapı olarak tanımlanabilir.

Biz, $f(x)=x^2$ eğrisine $O(0,0)$ noktasında içten teğet olan en büyük çemberin yarıçapını, eğrinin özel durumundan yararlanarak bulacağız.

Bu çemberin merkezinin y ekseni üzerinde olacağı açıktır. $f(x)=x^2$ eğrisinin orijindeki normali ile orijinde bu eğriye içten teğet olan en büyük çemberin bu noktadaki normalinin aynı doğru olacağı da kolaylıkla görülür.

Buna göre; bu çemberin yarıçapını şöyle bulabiliriz:



$f(x)=x^2$ eğrisinin bir $P(a,b)$ noktasındaki teğeti d doğrusu olsun. P'deki normal y eksenini M noktasında kessin.

d doğrusunun eğimi $m_t=f'(a)=2a$ ve PM normalinin eğimi $m_n=-\dfrac{1}{2a}$ olur.

$b=a^2$ olacağı da dikkate alınırsa, MN'nin denklemi,

$$MN: y-a^2=-\frac{1}{2a}(x-a)$$

$$\Rightarrow \quad y=-\frac{1}{2a}x+a^2+\frac{1}{2}$$

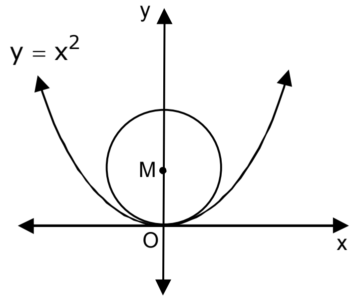
olarak bulunur.

Normal denkleminde $x=0$ konulursa M noktası $M\left(0,a^2+\dfrac{1}{2}\right)$ olur. $P\left(a,a^2\right)$ olduğundan

$|MP|=\sqrt{a^2+\dfrac{1}{4}}$ olur.

a değeri sıfıra yaklaşırken $|MP|$ değeri de, eğrinin orijindeki eğrilik yarıçapı değerine yaklaşacaktır.

$a=0$ İÇİN $|MP|=|MO|=r=\dfrac{1}{2}$ OLUR.



Açıklama

$a\neq 0$ iken bulunacak $|MP|=\sqrt{a^2+\dfrac{1}{4}}$ değerleri $P\left(a,a^2\right)$ noktalarındaki eğrilik yarıçapları olmayacaktır. Çünkü; orijin dışındaki noktaların en büyük eğrilik çemberlerinin merkezlerinin y ekseni üzerinde olacağını söyleyemeyiz. Orijindekinin merkezinin y ekseni üzerinde olacağını da, sezgimize dayanarak söylemiştik.

MO üzerinde, $|MK|+|KO|=|MO|$ koşulunu sağlayan her K merkezli, $|KO|$ yarıçaplı çember P'de eğriye içten teğet olur. İçten teğet olan bu çemberlerin en büyüğü $M\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ merkezli ve $\dfrac{1}{2}$ yarıçaplı olanıdır. Örneğin; $T(0,1)$ merkezli ve 1 yarıçaplı çember eğriye içten değil dıştan teğet olur.

Bu çözüm ve açıklamalarımız sezgisel düzeyde kalmaktadır. Problemin tam olarak çözümü daha üst kavramları gerektirmektedir.