SORU:

$a_1, a_2,...,a_n$ ve A pozitif tamsayılar olmak üzere;

EKOK$(a_1, a_2,...,a_n)$ = A eşitliğini sağlayan kaç farklı

$(a_1, a_2,...,a_n)$ n-lisi vardır?

ÇÖZÜM: $p_1, p_2,...,p_m$ birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere;

$$A= p_1^{x_1} . p_2^{x_2} ... p_m^{x_m}$$

şeklinde asal çarpanlara ayrılmış olsun.

EKOK$(a_1, a_2,...,a_n)$ = A eşitliğini sağlayan

$a_1, a_2,...,a_n$ değerlerinden her birine $p_1, p_2,...,p_m$ asal sayıları dağıtılacaktır.

Birbiri ile özdeş x_i adet p_i asalı (i, m+1 den küçük sayma sayı) $a_1, a_2,...,a_n$ sayılarının herbirine $(x_i +1)$ farklı şekilde dağıtılabilir. O halde EKOK şartı gözetilmeden, herhangi bir a sayısına yapılacak dağıtım sayısı

$$\mathbf{(x_i +1)^n}$$

şeklidedir.

EKOK şartının sağlanması için a sayılarının herhangi birinde x_1 adet p_1 asalı, yine a sayılarının herhangi birinde x_2 adet p_2 asalı …… bulunmalıdır.

Bu şartı garantilemek için Aksini hesaplayıp Tümleme prensibini kullanalım.

EKOK şartının sağlanmadığı Aksi hal şöyle ki, a sayılarının hiçbirinde x_1 adet p_1 asalı, yine a sayılarının herhangi birinde x_2 adet p_2 asalı …… bulunmamalıdır. Bu durumu garantilemek için birbiri ile özdeş x_i -1 adet p_i asalını (i, m+1 den küçük sayma sayı) dağıtalım.

O halde EKOK şartı sağlanmayacak şekilde , belirlenen herhangi bir a sayısına yapılacak dağıtım sayısı

$$\mathbf{x_i^{\ n}}$$

şeklidedir. Buna göre belirlediğimiz a sayısı için yapılacak dağıtım sayısı,

$$\mathbf{(x_i +1)^n - x_i^{\ n}}$$

şeklinde olmalıdır. (i, m+1 den küçük sayma sayı)

SONUÇ olarak istenen şartı sağlayan dağılım sayısı

$$[(x_1 +1)^n – x_1^n]. [(x_2 +1)^n – x_2^n]…[(x_m +1)^n – x_m^n]$$

ile hesaplanır.

Özel Durum: (n=2 için)

$(2 x_1 +1). (2 x_2 +1)… (2 x_m +1)$

ÖRNEK1: a,b pozitiftamsayılar ekok(a,b)=400

Olduğuna göre kaç farklı (a,b) ikilisi vardır.

Çözüm: 400= $2^4.5^2$ olduğuna göre 4 tane 2 sayısını a ve b kutularına 5.5 şekilde dağıtabiliriz. İki kutuya 3 tane 2 sayısını 4.4 şekilde dağıtırsak 5.5-4.4=9 farklı ikilideki sayılarda 2^4 kesinlikle çarpandır. Benzer şekilde 2 tane 5 sayısı da 3.3-2.2=5 farklı şekilde dağıtılarbilir. Aranan ikili sayısı 9.5=45 olmalıdır.

Yada,$(2 x_1 +1)(2 x_2 +1)$= (2 .4+1)(2 .2+1)=45.

ÖRNEK2: a,b,c pozitif tamsayılar ekok(a,b,c)=16 olduğuna göre kaç farklı (a,b,c) üçlüsü vardır.

Çözüm: 16=2^4 olmak üzere 4 tane 2 sayısı, a,b ve c gibi üç kutuya 5.5.5 sayıda dağıtılır.3 tane 2 sayısı üç kutuya 4.4.4 sayıda dağıtılırsa 5.5.5-4.4.4=61 sayıda dağılımda mutlaka 2^4 sayısı a, b, c kutularının en az birinde vardır.

SORU: a,b,c pozitif tamsayılar ekok(a,b,c)=400 olduğuna göre kaç farklı (a,b,c) üçlüsü vardır.

Cevap: $(5^3 – 4^3). (3^3 – 2^3)$