SORU :

Gerçek sayılar kümesinde sürekli bir f fonksiyonu

$f : [-12, 12] \to [0, \infty)$ olarak tanımlanıyor.

- Her x gerçek sayısı için $f(x) = f(x+4)$ tür.
- $\displaystyle\int_{-12}^{0} f(x)\,dx = A - 12$
- $\displaystyle\int_{-2}^{6} f(2x)\,dx = \frac{A+8}{2}$

olduğuna göre, $\displaystyle\int_{-12}^{12} f(x)\,dx$ kaçtır?

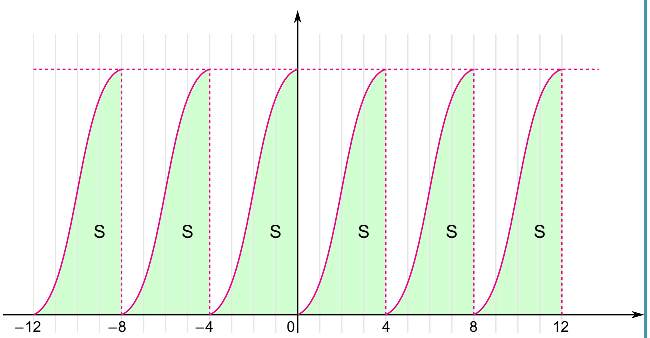
ÇÖZÜM :

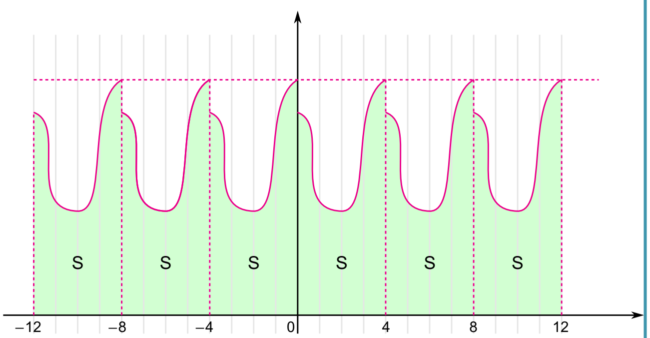
- $f : [-12, 12] \to [0, \infty)$ ise, $f(x) \geqslant 0$

  f negatif olmayan bir fonksiyondur.

- Her x gerçek sayısı için $f(x) = f(x+4)$ ise, f periyodu 4 olan bir fonksiyondur.

Bu şartları sağlayan örnek iki fonksiyon aşağıda çizilmiştir.





Yukarıdaki örneklerden $\displaystyle\int_{k}^{k+4} f(x)\,dx = S$ dir.

- $\displaystyle\int_{-2}^{6} f(2x)\,dx = \frac{A+8}{2}$ integralde $2x = \chi$ dönüşümü yapılırsa, $\displaystyle\int_{-4}^{12} f(x)\,dx = A + 8$ olur.

Örnek grafiklerden, $\displaystyle\int_{-4}^{12} f(x)\,dx = A + 8 \Rightarrow \boxed{4S = A + 8}$ olduğu görülür.

- $\displaystyle\int_{-12}^{0} f(x)\,dx = A - 12 \Rightarrow \boxed{3S = A - 12}$

- $\left.\begin{array}{l} 4S = A + 8 \\ 3S = A - 12 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{S = 20}$

- $\displaystyle\int_{-12}^{12} f(x)\,dx = 6S = 6 \cdot 20 = \boxed{120}$