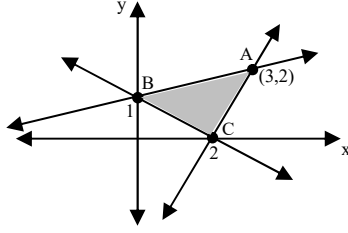


Bir Dönüşüm Örneği

Soru



Şekilde,

$$\begin{cases} x - 3y + 3 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \\ 2x - y - 4 \leq 0 \end{cases}$$

eşitsizlik sistemi ile belirtilen ABC üçgensel bölgesi verilmiştir.

P(x, y) noktaları ABC üçgensel bölgesinde ise, D(2x - y, x + 2y) noktalarının kümesine karşılık gelen cebirsel ifadeyi bulunuz. D noktalarının kümesini yine aynı koordinat sisteminde gösteriniz.

Çözüm

Burada (x, y) noktalarının, yine aynı koordinat sisteminde (2x - y, x + 2y) noktalarına dönüştürülmesi söz konusudur.

$$(x, y) \rightarrow (2x - y, x + 2y)$$

Dönüştürülmüş (x, y) noktalarının, yine aynı koordinat sistemindeki koordinatlarına (x', y') dersek, bu dönüşüm;

$$\begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

denklemleri ile belirtilir. Bu denklemler x ve y'ye göre çözümlerse;

$$\begin{cases} x = \frac{2}{5}x' + \frac{1}{5}y' \\ y = \frac{-1}{5}x' + \frac{2}{5}y' \end{cases}$$

elde edilir. x ve y'nin bu değerleri, ABC üçgensel bölgesini belirten eşitsizlik sisteminde yerlerine konularsa (x', y') noktalarının aynı koordinat sisteminde sağlayacağı eşitsizlik sistemi elde edilir:

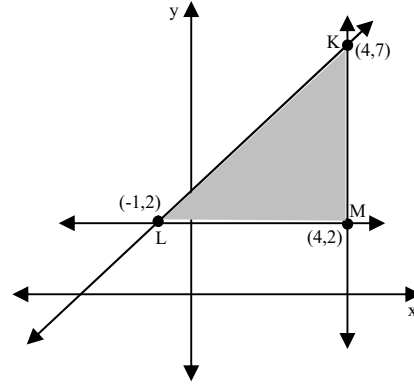
$$\begin{cases} x' - y' + 3 \geq 0 \\ y' - 2 \geq 0 \\ x' - 4 \leq 0 \end{cases}$$

Muharrem Şahin

Koordinat sistemi aynı kaldığından üsleri atabiliriz:

$$\begin{cases} x - y + 3 \geq 0 \\ y - 2 \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \end{cases}$$

Kümenin grafiği de aşağıdaki gibi olur.



Dikkat edilirse, A(3,2) noktası K(4,7) noktasına; B(0,1) noktası L(-1,2) noktasına; C(2,0) noktası M(4,2) noktasına dönüşmüştür.

A, B, C noktalarının x ve y koordinatları

$$\begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = x + 2y \end{cases}$$

sisteminde yerlerine konularak K, L, M noktalarının koordinatları daha başlangıçta bulunabilirdi.

(x, y) noktalarının,

$$\begin{cases} x = \frac{2}{5}x' + \frac{1}{5}y' \\ y = \frac{-1}{5}x' + \frac{2}{5}y' \end{cases}$$

eşitleri de AB, BC, AC doğrularının

$$AB : x - 3y + 3 = 0,$$

$$BC : x + 2y - 2 = 0,$$

$$AC : 2x - y - 4 = 0$$

denklemlerinde yerlerine konularak KL, LM, KM doğrularının denklemleri bulunabilirdi.

$$\begin{cases} x' = a_1x + b_1y + c_1 \\ y' = a_2x + b_2y + c_2 \end{cases}$$

türündeki dönüşümler **Afin Dönüşümler** diye adlandırılırlar. Bu tür dönüşümlerde noktaların doğrusallığı korunur. Yani bir doğru yine bir doğruya dönüşür. Bu yüzden böyle test sorularının çözümünde köşeleri dönüştürmek yeterli olur. **Öteleme, dönme, yansıma, homoteti** dönüşümleri **Afin Dönüşümler**in özel durumlarıdır.