İNTEGRAL

Diferansiyel Kavramı

$f : A \to R$, $y = f(x)$ fonksiyonu A da türevlenebilir bir fonksiyon olsun. y nin diferansiyeli dy dir.

$\boxed{dy = f'(x).dx}$ dir.

$y = x^2 \Rightarrow dy = 2x.dx$ dir.
$y = \sin x \Rightarrow dy =$ .....
$y = \ln x \Rightarrow dy =$ .....
$y = e^{\sin x} \Rightarrow dy =$ .....

Belirsiz İntegral

Tanım:

F(x) fonsiyonunun türevi f(x) ve diferansiyelide
$d(F(x)) = f(x).dx$

$\int f(x).dx = F(x)+c$ ifadesine belirsiz integral denir.

$\int 3x^2.dx =$ .....

$\int 4x^2.dx =$ .....

$\int \cos x.dx =$ .....

$\int f(x).dx = F(x)+c$
$F(x) \to$ ilkel fonksiyon
$f(x) \to$ integrant
$c \to$ integral sabiti denir.

Belirsiz İntegralin Özellikleri

1. Belirsiz integralin türevi integranta eşittir.

$$\frac{d}{dx}\left(\int f(x).dx\right) = f(x) \text{ dir.}$$

2. $\int a.f(x).dx = a.\int f(x).dx$

3. $\int (f(x) + g(x)).dx = \int f(x).dx + \int g(x).dx$

$\int (f(x) - g(x)).dx = \int f(x).dx - \int g(x).dx$

UYARI

$\int f(x).g(x).dx \neq \int f(x).dx . \int g(x).dx$ çarpımı ifadeleri ayrı ayrı integrallenemezler.

4. Belirsiz integralin diferansiyeli integral altındaki ifadeye eşittir.

$$d\left(\int f(x).dx\right) = f(x).dx$$

Örnek Soru

$\int f(x).dx = x^3 + 3x^2 - 6x + 4$ ise f(5) değeri kaçtır?

Örnek Soru

$\frac{d}{dx}\left(\int \cos^3 x.dx\right)$ integralinin eşiti nedir?

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Örnek Soru

$d\left(\int \arcsin x.dx\right)$ integralinin eşiti nedir?

Örnek Soru

$\int \frac{f(x)}{x}.dx = \ln x + 2x^2 + c$ (c sabit) **ise f fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**

İntegral Alma Kuralları

1. $\int x^n.dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
2. $\int a.dx = ax + c$
3. $\int e^x.dx = e^x + c$
4. $\int a^x.dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
5. $\int \sin x.dx = -\cos x + c$
6. $\int \cos x.dx = \sin x + c$
7. $\int \frac{1}{\cos^2 x}.dx = \tan x + c$
8. $\int \frac{-1}{\sin^2 x}.dx = \cot x + c$
9. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.dx = \arcsin x + c = -\arccos x + c$
10. $\int \frac{1}{1+x^2}.dx = \arctan x + c = -\operatorname{arccot} x + c$

Örnek Soru

$\int (x^2 + 3x + 4).dx =$ .....

$\int \left(\frac{2}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x}\right).dx =$ .....

$\int (3.e^x + 3^x).dx =$ .....

$\int \frac{3}{\sqrt{1-x^2}}.dx =$ .....

$\int \left(\frac{x+1}{x^2}\right).dx =$ .....

$\int 5\cos x.dx =$ .....

Örnek Soru

$\int \tan^2 x.dx$ integralinin eşiti kaçtır?

Örnek Soru

$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + x\right).dx$ integralinin eşiti nedir?

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

NOT

f [a, b] de tanımlı ve her noktada sürekli ve türevli olsun.

$\int_a^b f(x).dx = F(x) = \Big|_a^b = F(b) - F(a)$ integraline belirli integral denir.

$\int_0^2 x^2.dx =$ .....

$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \cos x.dx =$ .....

$\int_{e^2}^{e^3} \frac{1}{x}.dx =$ .....

$\int_0^{\perp} 3^x.dx =$ .....

Örnek Soru

$f : R \to R$

$f'(x) = 3x^2 + 1$ ve $f(1) = 4$
olduğuna göre, f(7) değeri kaçtır?

Örnek Soru

(2010/LYS)

$f''(x) = 6x - 2$
$f'(o) = 4$
$f(o) = 1$

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için f(1) değeri kaçtır?

Örnek Soru

$f'''(x) = 10x$
f fonksiyonunun A(1, 2) noktasında dönüm noktası vardır.

Bu noktadaki teğetinin eğimi $\frac{5}{3}$ ise f(o) kaçtır?

Örnek Soru

$\int_a^b (4x + 3).dx = 45$ ve $a+b = 3$ **olduğuna göre, a.b kaçtır?**

Örnek Soru

$\int_0^1 d(\arctan x).(x^4-1)$ **integralinin eşiti kaçtır?**

Örnek Soru

$\int_2^3 3\sin^2 x.dx + \int_2^3 3\cos^2 x.dx$ **toplamının eşiti nedir?**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

1. $\frac{d}{dx}\int (x^3 + 7x).dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) x^3+6x B) x^3+7x C) x^2+7x D) x^2+6x E) x^3+7

2. $f(x) = \int d(x^2 + 5x - 6)$ ve $f(o) = 6$

olduğuna göre, f(1) in değeri kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 14 E) 15

3. $\int x^3.d(\ln x)$

integralinin sonucu nedir?

A) x^3+c B) x^2+c C) $\frac{x^3}{3}+c$ D) $\frac{x^4}{4}+c$ E) $\ln(x^3)+c$

4. $\int_0^1 \arctan x.dy$

integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) 0 C) arctanx D) x E) $\frac{\pi}{2}$

5. $m^2 - n^2 = 35$ ve $\int_{\ln n}^{\ln m} e^x.dx = 5$

olduğuna göre m.n çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

6. $f''(x) = 6x^2$

$f'(1) = 2$

$f(1) = 4$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^4}{2} + \frac{5}{3}$ B) $\frac{x^4+7}{2}$ C) x^4+7 D) $x^4 + 7x + 1$ E) $\frac{x^4+5}{2}$

7. $\int (x^2 - 1) . f(x).dx = x^3 - 2x^2 + ax$

f(o) = 2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

8. y = f(x) eğrisinin $\left(1, \frac{2}{3}\right)$ noktasındaki teğetinin eğimi 1 dir.

$f''(x) = 4x$ olduğuna göre, f(o) kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

9. y = f(x) fonksiyonunun A(x, y) noktasındaki teğetinin eğimi y dir.

y = f(x) fonksiyonu B(4, e) noktasından geçtiğine göre, f(x) fonksiyonu hangisidir?

A) e^x B) e^{x-2} C) e^{x-3} D) $e^x - 3$ E) $e^x - 4$

10. $d\int x^3.dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $3x^2$ B) x^3 C) $3x^2+c$ D) x^3+c E) $x^3.dx$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	C	C	C	B	E	E	C	E

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

İntegral Alma Yöntemleri

1. Değişken Değiştirme Metodu:

$\int f'(x).f(x).dx$ tipindeki integrallerin çözümünde kullanılır.

$f(x) = u$ dönüşümü yapılır.

.....

.....

.....

.....

Örnek Soru

$\int (x^2+1)^2.2x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \sqrt{4x^2+3}\ .\ 8x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int e^{\sin x}.\cos x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \frac{\arctan x}{1+x^2}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \cos^2 x.\sin x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \frac{\ln^2 x}{x}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \frac{4}{x.\ln x}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Örnek Soru

$\int \frac{x}{x^2+1}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \tan x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int (\tan^3 x + \tan x).dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int_0^1 3^{x^2+3}.x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int_{e^{\pi/2}}^{e^{\pi}} \frac{\sin(\ln x)}{x}.dx$ **integralinin değeri nedir?**

Örnek Soru

$\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

NOT

$\int \sin(ax+b).dx = \frac{-1}{a}\cos(ax+b) + c$

$\int \cos(ax+b).dx = \frac{+1}{a}\sin(ax+b) + c$

$\int e^{ax+b}.dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + c$

$\int \sin(3x+4).dx =$ .....

$\int \cos(5x-2).dx =$ .....

$\int e^{7x-4}.dx =$ .....

Örnek Soru

$f(a) = e^3$ $f(b) = e^5$ olmak üzere,

$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

(2012-LYS)

$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2}.dx = \int 2.dx$ eşitliği veriliyor.

$f(o) = \frac{1}{2}$ **olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) -2 E) -1

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Örnek Soru

$$\int_{\sqrt{\pi}/4}^{\sqrt{\pi}/6} \frac{2t.dt}{1+t^4}$$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

(2011-LYS)

Bir f fonksiyonunun grafiğinin x = a noktasındaki teğetinin eğimi 1, x = b noktasındaki teğetinin eğimi ise $\sqrt{3}$ tür.

$f''(x)$ ikinci türev fonksiyonu [a, b] aralığında sürekli olduğuna göre, $\int_b^a f'(x).f''(x).dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) – 1 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

Örnek Soru

$$\int_4^9 e^{\sqrt{x}}.\frac{a}{\sqrt{x}}.dx$$

integralinde $x = u^2$ dönüşümü uygulanırsa hangi integral elde edilir?

Örnek Soru

(2012-LYS)

$\int (\arcsin x)^2.dx$

integralinde u = arcsinx dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int u.\sin^2 u.du$ B) $\int u.\cos^2 u.du$ C) $\int u^2.\sin u.du$ D) $\int u^2.\cos u.du$ E) $\int u^2.du$

Örnek Soru

$$\int_0^7 \sqrt{49-x^2}.dx$$

integralinde x = 7sint dönüşümü uygulanırsa hangi integral elde edilir?

Örnek Soru

$\int x.\arctan x.dx$

integralinde arctanx = u dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

Örnek Soru

$$\int_1^{27} \frac{1+\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[3]{x}}.dx$$

integralinde $\sqrt[3]{x}$ = u dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

Örnek Soru

$$\int_{\pi/4}^{\pi/6} (\cos x - \sin x).dx$$

integralinde $t = \frac{\pi}{2} - x$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

1. $\int (x^2 - x + 2)^4 \cdot (2x - 1).dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\frac{1}{4}(2x^2 - x)^3 + c$ B) $\frac{1}{5}(x^2 - x + 2)^5 + c$

C) $\frac{1}{5}(2x^2 - x + 2)^5 + c$ D) $\frac{1}{4}(x^2 - x + 2)^5 + c$

E) $\frac{1}{5}(x^2 - 2x + 1)^5 + c$

2. $\int (3x + 2)^4\, dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\frac{1}{15}(3x^2 + 2)^5 + c$ B) $\frac{1}{5}(3x + 2)^5 + c$

C) $\frac{1}{3}(3x + 2)^4 + c$ D) $\frac{1}{15}(3x + 1)^4 + c$

E) $\frac{1}{5}(3x + 2)^5 + c$

3. $\int \frac{\sin 2x}{3 + \cos^2 x}\, dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\ln|3 + \cos^2 x| + c$ B) $\ln|\cos^2 x| + c$

C) $3\ln|3 + \cos^2 x| + c$ D) $-\ln|3 + \cos^2 x| + c$

E) $-3\ln|3 + \cos^2 x| + c$

4. $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\, dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $x.e^{\frac{1}{x}} + c$ B) $e^{\frac{1}{x}} + x + c$

C) $e^{\frac{1}{x}} + c$ D) $-e^{\frac{1}{x}} + c$

E) $-x.e^{\frac{1}{x}} + c$

5. $\int (\tan^4 x + \tan^2 x)\, dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\frac{1}{3}\tan^3 x + c$ B) $-\frac{1}{3}\tan^3 x + c$

C) $\frac{1}{3}\tan^2 x + \tan x + c$ D) $\tan^2 x + \frac{1}{3}\tan x + c$

E) $-\frac{1}{3}\tan^3 x + \tan x + c$

6. $\int f(x)dx = x.\cos x + c$ ise $\int f(2x)dx$ **neye eşittir?**

A) $2x\cos 2x + c$ B) $\frac{1}{2}x\cos 2x + c$

C) $2x\sin 2x + c$ D) $x\cos x + c$

E) $x\cos 2x + c$

7. $\int \sin^2 x\, d(\cos x)$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\sin x - \frac{1}{3}\cos^3 x + c$ B) $\cos x - \frac{1}{3}\sin^3 x + c$

C) $-\sin x + \frac{1}{3}\cos^3 x + c$ D) $\cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x + c$

E) $-\sin x - \frac{1}{3}\sin^3 x + c$

8. $\int \sin^2 2x.\sin 4x\, dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\frac{1}{4}\sin^2 2x + \sin x + c$ B) $\frac{1}{4}\sin^2 4x + c$

C) $\frac{1}{3}\sin^2 2x + \cos x + c$ D) $-\frac{1}{3}\sin^2 2x - \cos x + c$

E) $\frac{1}{4}\sin^4 2x + c$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{a+bx}}$ **integralinin değeri nedir?**

A) $\sqrt{a+bx} + c$ B) $\sqrt[3]{a+bx} + c$

C) $\frac{3}{2b}(a+bx)^3 + c$ D) $\frac{3}{2b}\sqrt[3]{(a+bx)^2} + c$

E) $\frac{3}{2}(a+bx)^{\frac{2}{3}} + c$

10. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cos x}$

integralinde $\tan\frac{x}{2} = t$ **dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?**

A) $\int_0^{\pi/2} \frac{dt}{1+t}$ B) $\int_0^{1} dt$ C) $\int_0^{\pi} \frac{dt}{t}$

D) $\int_0^{\pi} dt$ E) $\int_0^{1} t.dt$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	D	D	A	E	D	E	D	B

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Kısmi İntegrasyon Yöntemi

$\int f(x).g(x).dx$ integralinde

$u = f(x)$ $\qquad$ $g(x).dx = dQ$

..... $\qquad$ .....

dönüşümü uygulanırsa

$\boxed{\int u.dQ = u.Q - \int Q.du}$ elde edilir.

L : Logaritmik Fonksiyon
A : Arcsin, Arccos, Arctan, Arccot
P : Polinomlar
T : Trigonometrik Fonksiyonlar
Ü : Üstel Fonksiyonlar

Örnek Soru

$\int_1^e \ln x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int x.\cos x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int x^3.e^x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int (2x^2+5).\cos 2x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int \ln(\sin x).\cos x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int e^{\sqrt{x}}.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

(2011-LYS)

$\int_1^e \ln^3 x.dx = 6 - 2e$ olduğuna göre,

$\int_1^e \ln^4 x.dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 7e – 16 $\qquad$ B) 8e – 18 $\qquad$ C) 9e – 24 $\qquad$ D) 10e – 26 $\qquad$ E) 11e – 28

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Hesabı

a) $\int \sin^n x.\cos^m x.dx$ integralinde m ve n den herhangi biri tek ise $\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$ özdeşliği kullanılır.

Örnek Soru

$\int_0^{\pi/3} \sin^3 x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \sin^5 x.\cos^3 x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{\cos x}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

b) $\int \sin^n x.\cos^m x.dx$ integralinde m ve n çift sayı ise

$$\boxed{\begin{aligned} \cos 2x &= 2\cos^2 x - 1 \\ \cos 2x &= 1 - 2\sin^2 x \end{aligned}}$$

yarım açı formülleri uygulanır.

Örnek Soru

$\int_0^{\pi/4} \sin^2 x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int \cos^2 2x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int \frac{\sin 2x}{\sin^2 x}.dx$ **integralini hesaplayınız.**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

c) $\int \sin ax.\cos bx.dx$

$\int \sin ax.\sin bx.dx$

$\int \cos ax.\cos bx.dx$

şeklindeki integrallerde ters dönüşüm formülleri uygulanır.

Ters Dönüşüm Formülleri

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

Örnek Soru

$\int \sin 3x.\cos 2x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int_0^{\pi/2} \sin 7x.\sin 5x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int_0^{\pi/4} \sin^2 x.\sin 2x.dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

Örnek Soru

$\int \sin 3x.\cos 3x.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int \frac{4.dx}{\sin^2 x.\cos^2 x}$ **integralinin sonucu kaçtır?**

Örnek Soru

$\int_0^{\pi/4} \cos^4 x.dx - \int_0^{\pi/4} \sin^4 x.dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

1. $\int_1^2 (x+1).e^x.dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

A) $2e^2$ B) $2e^2-1$ C) $2e^2-e$ D) e E) 1

2. $\int x^2.\sin x.dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2.\cos x + 2x.\sin x + 2\cos x + c$

B) $-x^2.\cos x + 2x.\sin x - 2\cos x + c$

C) $-x^2.\cos x + 2x.\sin x + 2\cos x + c$

D) $x^2.\sin x + 2x.\cos x - 2\sin x + c$

E) $x^2.\cos x - 2x.\sin x + x.\cos x + c$

3. $\int_1^e x.\ln x.dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{e^2}{4}$ B) $\frac{e^2+1}{4}$ C) $\frac{e^2-1}{4}$ D) $\frac{e-1}{4}$ E) $\frac{e+1}{4}$

4. $\int \arctan x.dx$ **integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x.\arccos x - \ln x + c$

B) $x.\arctan x + c$

C) $x.\arctan x + \sqrt{1-x^2} + c$

D) $x.\arctan x - \ln(\sqrt{1-x^2}) + c$

E) $x.\arctan x + \ln\sqrt{1+x^2} + c$

5. $\int_1^{e^{\pi/2}} \frac{\ln x.\sin(\ln x)}{x}.dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 0 C) e^2 D) $e^{\pi/2}-1$ E) 3

6. $\int \tan^3 x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\tan^3 x + \tan x + c$ B) $\tan^2 x + x + c$

C) $\tan^2 x + c$ D) $\frac{\tan^3 x}{3} + \ln|\cos x| + c$

E) $\frac{\tan^2 x}{2} + \ln|\cos x| + c$

7. $\int_3^4 (\tan 3x.\cot 3x).dx$ **integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}-3$

8. $\int \sin^5 x.dx$ **integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{5}\cos^5 x - \frac{1}{3}\cos^3 x + c$

B) $\cos^5 x + \cos^3 x + c$

C) $\cos^5 x + \cos x + c$

D) $\frac{1}{5}\cos^5 x - \cos^3 x + c$

E) $\frac{1}{5}\cos^5 x - \frac{2}{3}\cos^3 x + \cos x + c$

9. $\int_{\pi/4}^{\pi/6} \sec^2 x.\tan x.dx$ **integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

10. $\int_0^{\pi/4} \cos 3x.\cos x.dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	B	D	A	E	A	E	A	C

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi

A) $\int \frac{A}{ax^2 + bx + c}.dx$ tipindeki integraller.
$(\Delta > 0)$

$\frac{1}{x^2 - 4} = \dots\dots\dots\dots$

$\frac{1}{x^2 + x} = \dots\dots\dots\dots$

$\frac{1}{x^2 - x - 6} = \dots\dots\dots\dots$

HATIRLAYALIM

$\int \frac{f'(x)}{f(x)}.dx = \ln(f(x)) + c$

Örnek Soru

$\int \frac{3}{x^2 - x - 2}.dx$ **integralini hesaplayınız.**

Örnek Soru

$\int \frac{e^x.dx}{e^{2x} - 5e^x + 6}$ **integralinin sonucu kaçtır?**

Örnek Soru

$\int \frac{dx}{x^2 - 9}$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \frac{2\sin x}{\cos^2 x + 7\cos x + 12}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

B) $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c}.dx$ tipindeki integraller.
$(\Delta > 0)$

$\frac{x + 5}{x^2 + 4x + 3} = \dots\dots\dots\dots$

Örnek Soru

$\int \frac{10x}{x^2 - x - 6}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Örnek Soru

(1998 - ÖYS)

$$\int \frac{5x+2}{x^2-4}.dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + c$

B) $5\ln|x-2| - 2\ln|x+2| + c$

C) $2\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$

D) $\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$

E) $5\ln|x^2-4| + c$

C) $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}.dx$ tipindeki integraller.
$(\Delta < 0)$

$x^2 + 2x + 4 =$ .....

$x^2 + 10x + 28 =$ .....

HATIRLAYALIM

$$\int \frac{1}{1+x^2}.dx = \text{Arctan}x + c$$

Örnek Soru

$$\int \frac{dx}{x^2+4x+5}.dx$$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$$\int \frac{32}{1+64x^2}.dx$$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$$\int \frac{dx}{16+9x^2}.dx$$ **integralinin sonucu nedir?**

D) $\int \frac{Ax^2+Bx+C}{Dx^2+Ex+F}.dx$ tipindeki integraller.
$(\Delta > 0)$

$x^4 + x \,|\, x^2 + 1$
.....

Örnek Soru

$$\int \frac{x^3+x^2+3}{x+1}.dx$$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

(2007-ÖSS2)

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}.dx$$ **integralinin değeri nedir?**

A) $-\frac{1}{2} + \ln 2$ B) $-1 + \ln 2$ C) $\ln 2$ D) $2\ln 2$ E) $1 + 2\ln 2$

E) $\int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}.dx$ tipindeki integraller.
$(\Delta = 0)$

$\frac{2x}{(x+1)^2} =$ .....

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Örnek Soru

$\int \frac{8x}{(x-1)^2.(x+1)}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int \frac{dx}{x^3+4}$ **integralinin sonucu nedir?**

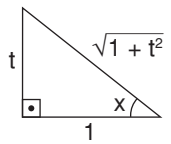
ÖZEL DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

1. $\sqrt{a^2-x^2}$ den başka köklü ifade olmayan integrallerde $\boxed{x = a\sin t}$ dönüşümü uygulanır.

2. $\sqrt{x^2-a^2}$ den başka köklü ifade bulundurmayan ifadeler $\boxed{x = \frac{a}{\cos t}}$ de dönüşümü uygulanır.

3. $\sqrt{a^2+x^2}$ den başka köklü ifade olmayan integrallerde $\boxed{x = a.\tan t}$ dönüşümü uygulanır.

4. $\int \frac{dx}{\sin x}$ veya $\int \frac{dx}{\cos x}$ tipindeki integrallerde $\boxed{\tan \frac{x}{2} = t}$ dönüşümü uygulanır.



$\boxed{\sin x = \frac{2t}{1+t^2}}$

$\boxed{\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}}$

$\boxed{dx = \frac{2.dt}{1+t^2}}$

Örnek Soru

$\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$ **integralinin eşiti nedir?**

Örnek Soru

$\int \frac{2}{\sin x}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int_0^2 x.\sqrt[3]{x+1}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

1. $\int \frac{8}{x^2 - 4x - 12}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\ln|(x+2).(x-6)| + c$
B) $\ln|(x+6).(x-2)| + c$
C) $\ln\left|\frac{x+1}{x-6}\right| + c$
D) $\ln\left|\frac{x-6}{x+2}\right| + c$
E) $\ln\left|\frac{x-2}{x+6}\right| + c$

2. $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $x + 2\arctan x + c$
B) $x - 2\arctan x + c$
C) $x + 2\text{arccot}x + c$
D) $x - 2\text{arccot}x + c$
E) $x + \cot x + c$

3. $\int \frac{6x}{(x-2).(x+1)}.dx$

integralinin sonucu nedir?

A) $2\ln|x-2| + 4\ln|x+1| + c$
B) $4\ln|x-2| - 2\ln|x+1| + c$
C) $4\ln|x+1| + 2\ln|x+1| + c$
D) $4\ln|x-2| + 2\ln|x+1| + c$
E) $2\ln|x-2| + \ln|x+1| + c$

4. $\int \frac{dx}{x^3 + 2x}$

integralinin sonucu nedir?

A) $\frac{1}{2}\ln|x| + \frac{1}{4}.\ln|x^2+2| + c$
B) $\frac{1}{2}\ln|x| - \frac{1}{4}.\ln|x^2+2| + c$
C) $\frac{1}{2}\ln|x| - \ln|x^2+2| + c$
D) $\frac{1}{2}[\ln|x| - \ln|x^2+2| + c]$
E) $\frac{1}{2}[\ln|x| + \ln|x^2+2| + c]$

5. $\int_2^3 \frac{2}{x^2 - 1}.dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln 3$
B) $\ln 2$
C) $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$
D) $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$
D) $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

6. $\int \frac{1}{\cos x.\sin x}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\ln|\sin x| - \ln|\cos x| + c$
B) $\ln|\cos x| - \ln|\sin x| + c$
C) $\ln|\cot x| + c$
D) $\ln|\tan x| + c$
E) $\ln|\sin x| + \ln|\cos x| + c$

7. $\int \frac{dx}{9 + 16x^2}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\arccos x + c$
B) $\text{arccot}x + c$
C) $\arctan x + c$
D) $\frac{1}{12}\arctan\left(\frac{4x}{3}\right) + c$
E) $\frac{1}{6}\arctan\left(\frac{3x}{4}\right) + c$

8. $\int \frac{7x + 3}{(x-1)^2.(x+1)}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

A) $\ln|x+2| + c$
B) $\ln|x-1| + 2x + c$
C) $\ln|x-1| + c$
D) $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + \frac{1}{1-x} + c$
E) $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + \frac{5}{1-x} + c$

9. $\int \frac{8x}{1 - x4}.dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5\ln|x^2 + 3) + c$
B) $3\ln|(1-x).(x^2+1)| + c$
C) $4.\ln\left|\frac{x^2+1}{x+1}\right| + c$
D) $2.\ln\left|\frac{(1-x).(x^2+1)}{x+1}\right| + c$
E) $3.\ln|(x-1).(x^2+1)| + c$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	D	B	C	A	D	E	D	

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

BELİRLİ İNTEGRAL

F.[a.b] aralığında tanımlı ve integrallenebilir bir fonksiyon

$$\int_a^b f(x).dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Özellikler:

1) $\int_a^a f(x).dx = 0$

2) $\int_a^b f(x).dx = -\int_b^a f(x).dx$

3) $a < c < b$ olmak üzere, $\int_a^b f(x).dx = \int_a^c f(x).dx + \int_c^b f(x).dx$

4) $\int_a^b k.f(x).dx = k.\int_a^b f(x).dx$

5) $\int_a^b f(x) \,.\, g(x).dx \neq \int_a^b f(x).dx \,.\, \int_a^b g(x).dx$

6) $\left|\int_a^b f(x).dx\right| \leq \int_a^b f(x).dx$

7) f fonksiyonu sürekli ve tek fonksiyon ise $\int_{-a}^a f(x).dx = 0$

8) f fonksiyonu sürekli ve çift fonksiyon ise
$\int_{-a}^a f(x).dx = 2 \,.\, \int_0^a f(x).dx$ dir.

Örnek Soru

$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos 2x.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

$\int_0^{\pi/4} 3^{\tan x}.(1 + \tan^2 x).dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

Örnek Soru

$f(2) = 4$

$f(-6) = 5$ olmak üzere,

$\int_{-6}^{2} \dfrac{f(x) - x.f'(x)}{f^2(x)}.dx$ **integralinin eşiti kaçtır?**

Örnek Soru

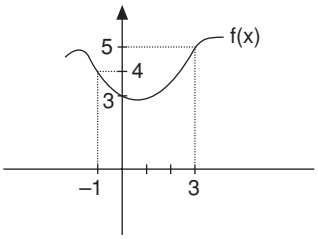
$\int_1^2 f(5x + 10).dx = 10$ ise

$\int_{15}^{20} f(x).dx$ **integralinin eşiti kaçtır?**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Örnek Soru



y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$\int_{-1}^{3} \frac{d(f^3(x))}{f^2(x)}.dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

Örnek Soru

$\int_{1/2}^{3/2} |x^2 - x|.dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

Örnek Soru

$\int_{\pi/2}^{3\pi/2} |\sin x|.dx$ **integralinin eşiti kaçtır?**

Örnek Soru

$f(x) = \begin{cases} 3, & x > 1 \\ x+1, & x \le 1 \end{cases}$ olduğuna göre,

$\int_{0}^{2} 3x.f(x).dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

(2010-LYS)

$f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 2 \\ 2x - 3, & x \ge 2 \end{cases}$ ise,

için $\int_{1}^{3} f(x + 1).dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Örnek Soru

$\frac{d}{dx}\left(\int_{-\pi^2/4}^{e^2} \frac{\arctan x}{\ln x}.dx\right)$ **integralinin sonucu kaçtır?**

Örnek Soru

$\int_{0}^{2} (x^3 - 3x^2).dx + \int_{2}^{\sqrt{3+1}} (3x - 1).dx$

integralinin toplamının sonucu kaçtır?

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

Örnek Soru

$\int_{-2}^{2} (7x^3 - 14x + 5).dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

Örnek Soru

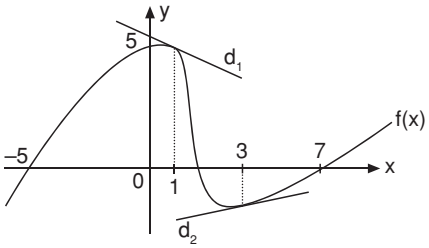
$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin x}{x^4 + 16}.dx$ **integralinin sonucu nedir?**

Örnek Soru

f(x) çift fonksiyon, $\int_{0}^{7} f(x).dx = 9$ olduğuna göre

$\int_{-7}^{0} 3.f(x).dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

Örnek Soru



$d_1 : y = -2x + 10$

$d_2 : y = 3x - 7$

olmak üzere,

$\int_{1}^{3} f'(x).f''(x).dx$ **integralinin eşiti nedir?**

İntegralin Türevi

$F(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(x).dx$ integralinin türevi

$\boxed{F'(x) = f(v(x)) \,.\, v'(x) - f(u(x)) \,.\, u'((x)}$ dir.

Örnek Soru

$f(x) = \int_{x}^{2x+1} (t^3 + 1).dt$ ise $f'(1)$ **değeri kaçtır?**

Örnek Soru

$\frac{d}{dx}\left(\int_{x}^{2x} \cos t.dt\right)$ **ifadesinin eşiti nedir?**

Örnek Soru

$\lim_{x \to 3} \frac{\int_{3}^{x} (t^3 + 3t^2 + 10).dt}{x - 3}$ **limitinin değeri kaçtır?**

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.

1. $\displaystyle\int_{1}^{\sqrt{e}} \frac{\sin(\pi \ln x)}{x}.dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $-\frac{1}{\pi}$ D) $\frac{1}{\pi}$ E) π

2. $\displaystyle\int_{-2012\pi}^{2012\pi} (\cos^2 x - \pi x^2).\sin x.dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\pi-1$ B) $-2\pi+1$ C) 0 D) π^2-1 E) e^2+1

3. $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+e^{-x}}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) $\ln\frac{e+1}{2}$ E) $\ln(e-1)$

4. $f(x) = \begin{cases} -1, & x \le 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$ olmak üzere,

$\displaystyle\int_{-1}^{2} x^2.f(x).dx$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{91}{5}$ B) $\frac{91}{15}$ C) $\frac{101}{15}$ D) $\frac{34}{9}$ E) $\frac{17}{6}$

5. $f(0) = 1$ ve $f(2) = 4$ olmak üzere,

$\displaystyle\int_{0}^{2} f^2(x).f'(x).dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

6. $\displaystyle\int_{0}^{2} |x^2 - x|.dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

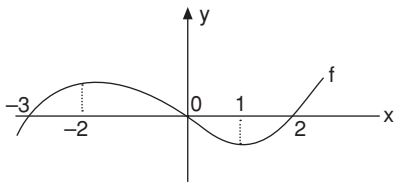
A) 0 B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 5

7. $f(x) = \frac{d}{dx}\left(\displaystyle\int_{x}^{2x} t.\ln t.dt\right)$ olduğuna göre,

$f'\left(\frac{1}{2}\right)$ **kaçtır?**

A) 6 B) 4 C) e+1 D) e E) 2

8.



Yukarıdaki fonksiyon f fonksiyonuna aittir.

$g(x) = \displaystyle\int_{5}^{x} f(t).dt$ **fonksiyonunun yerel maximum noktasının apsisi kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) 0 D) 1 E) 2

9. $f(x) = 2x + 3$ olmak üzere,

$\displaystyle\int_{5}^{7} d(f^{-1}(x)) \frac{dx}{1+e^{-2}}$ **integralinin sonucu kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

10. $f(x) = x^x$ olduğuna göre,

$\displaystyle\int_{-1}^{1} d(f(x))$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) –1 E) –2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	D	B	C	C	E	C	D	C

SEÇKİN GRUP DERSHANESİ

Tüm hakları SEÇKİN GRUP DERSHANESİ'ne aittir.