

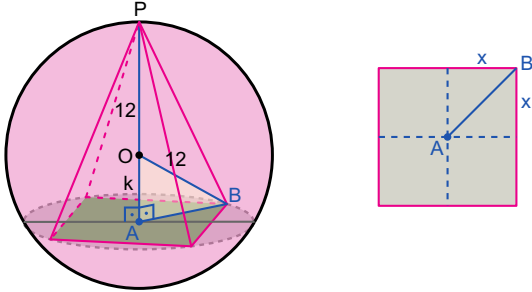
SORU :

Yarıçapı 12 cm olan bir kürenin içine tabanı dikdörtgen şeklinde olan bir piramit yerleştirilecektir.

Buna göre, piramidin hacminin en büyük değerini alması için yüksekliği kaç cm olmalıdır?

ÇÖZÜM :

Kürenin içine en büyük hacimli dikdörtgen piramit yerleştirilecekse, bu piramit kare dik piramit olmalıdır.



Piramidin tabanı bir kenarı $2x$ olan kare olsun.

$$|AB| = x\sqrt{2}$$

OAB dik üçgeninden, $k = \sqrt{144 - 2x^2}$

Piramidin yüksekliği; $|AP| = \sqrt{144 - 2x^2} + 12$

Piramidin hacmi; $V = 4x^2 \cdot (k + 12) \Rightarrow V(x) = 4x^2 \cdot (\sqrt{144 - 2x^2} + 12)$

$$V'(x) = 8x \cdot (\sqrt{144 - 2x^2} + 12) + 4x^2 \cdot \frac{-4x}{2\sqrt{144 - 2x^2}} = 0$$

$$8x \cdot (\sqrt{144 - 2x^2} + 12) = \frac{8x^3}{\sqrt{144 - 2x^2}}$$

$$\sqrt{144 - 2x^2} + 12 = \frac{x^2}{\sqrt{144 - 2x^2}}$$

$$144 - 2x^2 + 12\sqrt{144 - 2x^2} = x^2$$

$$12\sqrt{144 - 2x^2} = 3x^2 - 144$$

$$(4\sqrt{144 - 2x^2})^2 = (x^2 - 48)^2$$

$$16 \cdot 144 - 32x^2 = x^4 - 96x^2 + 48 \cdot 48$$

$$x = 8$$

Piramidin yüksekliği; $|AP| = \sqrt{144 - 2 \cdot 8^2} + 12 = 16$