Tekrarlı Permütasyon Uygulamaları

Aynı nesnelerin sıralaması tekrarlı permütasyondur.
Örnek olarak 1113 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir sorusunun cevabı P(4,4) değildir. Çünkü 1 lerin kendi içerisinde yer değiştirmesi farklı sıralama olmayacakır.
Bu nedenle hesplama bütün sıralamaların sayısı tekrarlanan elemanşların sıralama sayısına bölünmelidir.
Buna göre yukarıdaki sorunun cevabı

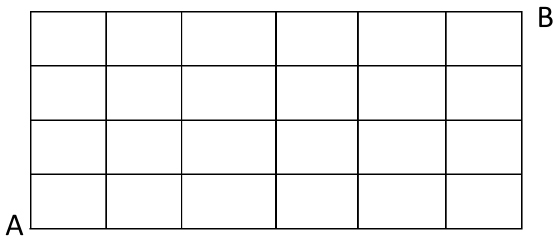
$$\frac{4!}{3!.1!} = 4$$

Olacaktır. Gerçekten yazılabilecek sayılar

1113, 1131, 1311, 3111

sayılarıdır.
Bu çalışmada esas hedefimiz tekrarlı perm,tasyonu ele alarak incelemek değildir. Gayemiz bir noktadan başka bir noktaya en kısa kaç farklı şekilde gidilebilir tarzındaki sorulara cevap aramaktır. Seçilen örnekler bu tarz örnekler olacaktır.

Örnek:



Şekil bir şehrin dik kesişen sokaklarını göstermektedir. Yukarı doğru ve sağa doğru yürüyen bir kişi A dan B ye en kısa kaç farklı şekilde gçdebilir.

Çözüm:

1. Dikkat edilirse A dan yukarı doğru YYYY ve sağa doğru SSSSSS olacaktır. Yani A dan B ye ulaşmanın bir yolu

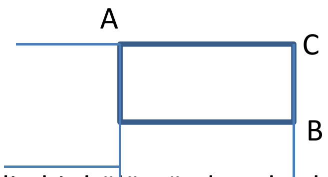
$$YYYYSSSSSS$$

Şeklindedir. Buna göre B ye kavuşmak için Y ler ve S lerin sırama sayısı A dan B ye yol sayısını verecektir. 4 tane Y ve 6 tane S olmak üzere toplam 10 eleman sıralanacağından sıralama sayısı:

$$\frac{10!}{4!\,6!} = \frac{7.8.9.10}{1.2.3.4} = 210$$

Olacaktır.

Bu tür soruların çözümünde sayma yöntemi de uygulanır. Şöyle ki başlangıç noktasından yukarı veya sağa doğru hep 1 seçenek vardır. Diğer köşelere ualşım sayısı kendinden önceki iki köşeye ulaşım sayılarının toplamına eşittir. Mesela



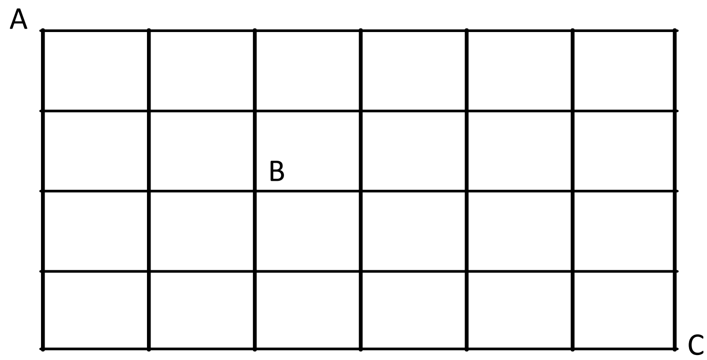
Şekil yukarıdaki şeklin bir bölümü olsun başlangıç noktasından A ya ulaşılabilecek yol sayısı a kadar, B ye ulaşılabilecek yol sayısı b olsun. C noktasına ulaşılabilecek yol sayısı a+b kadardır. Bu sayılara aşağıdaki şekilde dikkat edilirse alt sağdan üst sola doğru Pascak sayılarıdır.

2. Çözüm sayma yolu ise A dan Başlayarak Yukarı ve Sağa doğru kaç yoluun oldğnu saymaktır. Hücrelerin içerisindeki sayılar hücrenin B tarafındaki köşesine kaç türlü gelineceğini göstermektedir.

	5	15	35	70	126	210	
1	4	10	20	35	56	84	B
1	3	6	10	15	21	28	
1	2	3	4	5	6	7	
1	1	1	1	1	1	1	
A							

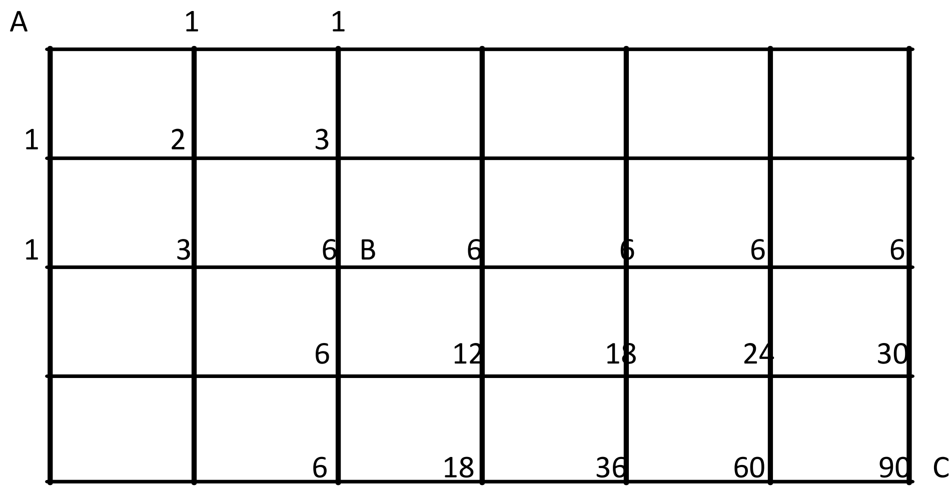
Toplam 210 farklı şekilde A dan B ye gidilebilir.

Örnek:



Şekilde dik kesişen yollar gösterilmiştir. B ye uğramak şartıyla A dan C ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidilebilir.

1. Çözüm:
   Sayarak

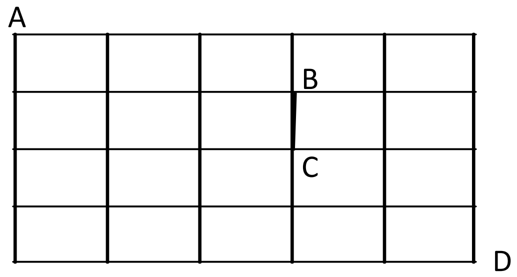


Her köşedeki sayı A dan o köşeye ulaşma sayısını göstermektedir. Toplam 90 farklı şekilde ulaşılabilir.

2. Çözüm:

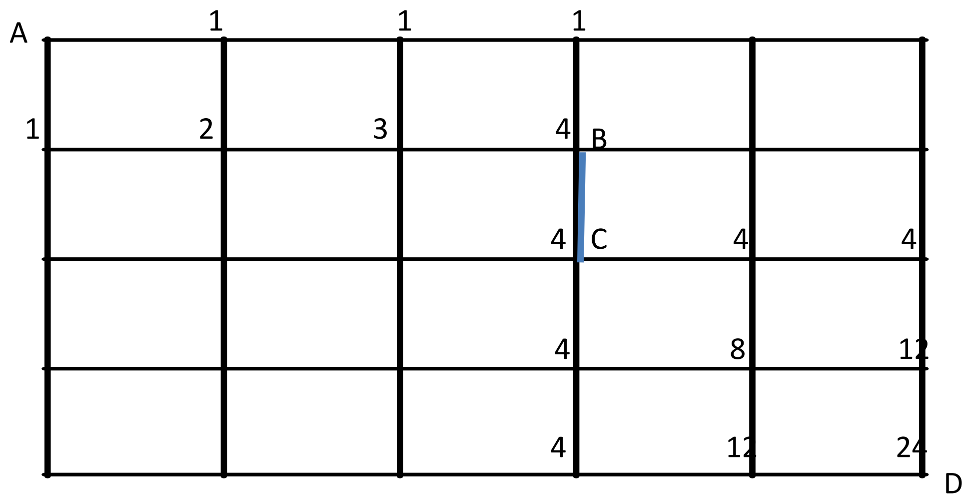
A dab B ye aass sıralamalarının sayısı $\frac{4!}{2!2!}=6$ ve B den C ye aassss sıralamalarının sayısı $\frac{6!}{2!4!}=15$ olmak üzere A dan C ye $6 \cdot 15 = 90$ farklı yoldan gidilebilir.

Örnek:



A dan [BC] yolunu kullanmak şartıyla D ye en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidilebilir.

1. Çözüm:
   Sayarak



Her köşedeki sayı A dan o noktaya ulaşılabilecek yol sayısını göstermektedir.
Toplam 24 farklı yoldan A dan D ye ulaşolabilir.

2. Çözüm:

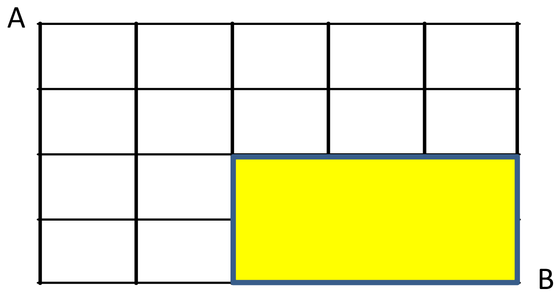
A dan B ye asss sıralamalarının sayısı kadar yol vardır. Bu da $\frac{4!}{1!3!} = 4$ tanedir.

B den C ye 1 yol vardır.

C den D ye aass sıralamalarının sayısı kadar yol vardır. Bu da $\frac{4!}{2!2!} = 6$ tanedir.

Buna göre A den D ye yol sayısı $4 \cdot 1 \cdot 6 = 24$ olarak bulunur.

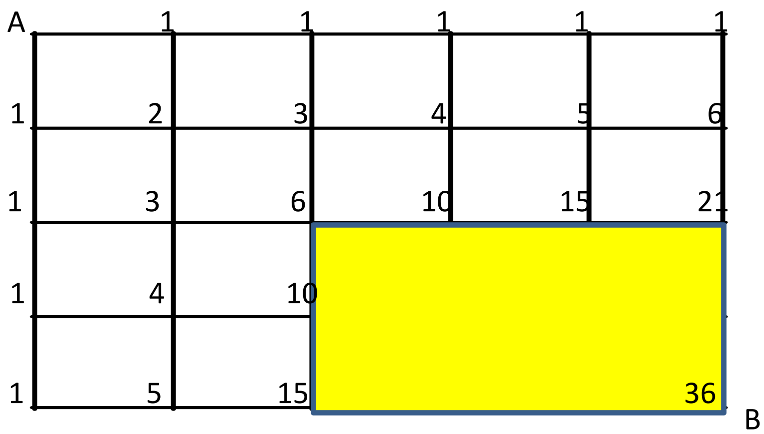
Örnek:



Şekildeki dik kesişen yolları kullanarak A dan B ye en kısa kaç farklı yoldan gidilebilir.

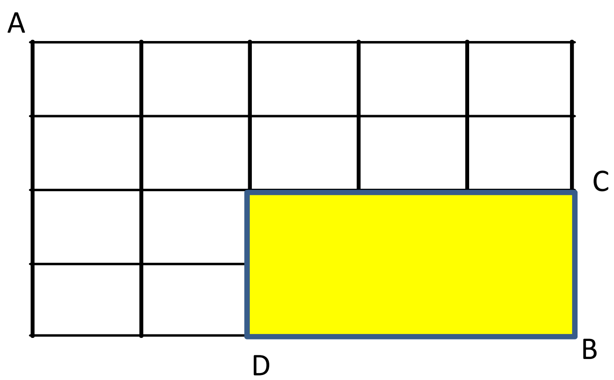
1. Çözüm:

Sayarak



Her köşedeki sayı A dan bu noktaya ulaşılabilecek en kısa yol sayısını göstermektedir. Buna göre A dan B ye en kısa 36 farklı yoldan gidilebilir.

2. Çözüm:

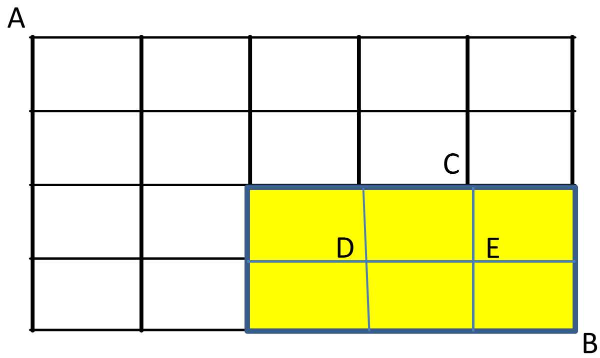


A dan D ye aaaass sıralamalarının sayısı kadar yol vardır bu da $\frac{6!}{4!2!}=15$ tanedir. D den B ye 1 yol olduğundan D üzerinden A dan B ye $15\cdot 1=15$ farklı yoldan gidilebilir.

A dan c ye aasssss sıralamalarının sayısı kadar yol vardır. Bu da $\frac{7!}{2!5!}=21$ tanedir. C den B ye 1 yol olduğundan C üzerinden A dan B ye $21\cdot 1=21$ farklı yoldan gidilebilir. A dan B ye C veya D üzerinden ulaşılabileceğine göre toplam yol sayısı $15+21=36$ farklı yoldan ulaşılabilir.

3. Çözüm:

A dan B ye kısıtlama olmasaydı yol sayısı aaaasssss sıralamalarının sayısı kadar olacaktı bu da $\frac{9!}{4!5!}=\frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=126$ yol olurdu.



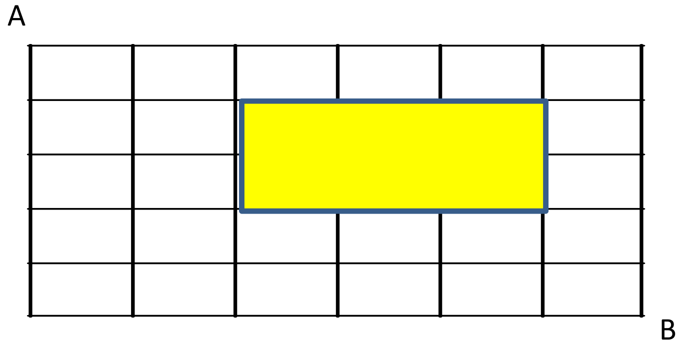
D ve E noktalarından geçen yollar kullanılamayacaktır.

D üzerinden A dan B ye yol sayısı $\frac{6!}{3!3!}\cdot\frac{3!}{1!2!}=20\cdot 3=60$ yol kullanılamaz.

[CE] yolu üzerinden A dan B ye yol sayısı $\frac{6!}{2!4!}\cdot 1\cdot\frac{2!}{1!1!}=15\cdot 1\cdot 2=30$ yol kullanılamaz.

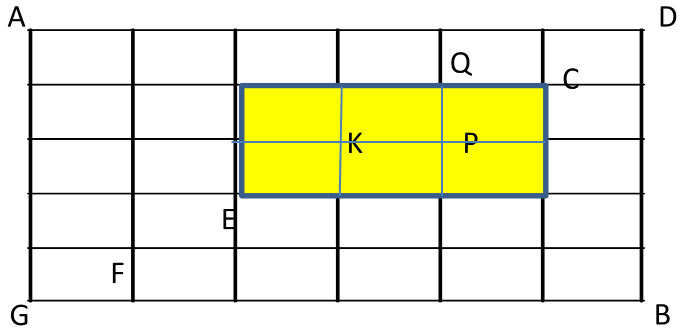
Toplam kullanılamayan yol sayısı 60 + 30 = 90 olduğundan kullanılabilecek yol sayısı $126-90=36$ olarak bulunur.

Örnek:



Şekildeki dik kesişen yollar görülmektedir. A noktasından B noktasına en kısa şekilde gitmek isteyen bir kişi boyalı bölgeden geçmemek şartıyla kaç farklı şekilde gidebilir.

1.Çözüm:

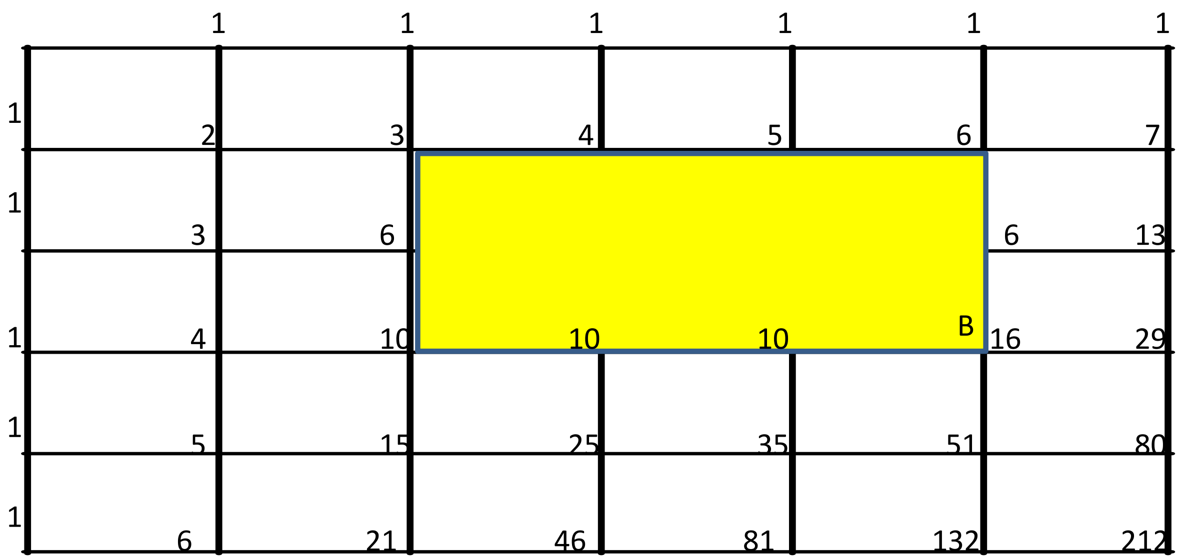


Aşağı doğru a, sağa doğru s adım atıldığını düşünelim. Aaaaassssss şeklindeki siralamalarA dan B ye ulaşmanın sayısını verecektir. Ancak boyalı alandan geçilemeyeceği için bütün yolların sayısından K noktasına uğrayarak B ye ulaşılan yolların sayısı ve QP yolu üzerinden B ye ulaşılan yolların sayısı çıkarılacaktır.
Önce şartsız sıralamaların sayısını bulalım 5 tane a ve 6 tane s olmak üzere 11 eleman tekrarlı sıralanacağından sıralama sayısı $\frac{11!}{6!5!}=\frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=462$ dir.
K ya uğrayarak B ye ulaşan yolların sayısı iki tane a ve 3 tane s nin sıralama ile üç tane a ve 3 tane s nin sırala sayısının çarpımı olacaktır. Yani $\frac{5!}{3!2!}\cdot\frac{6!}{3!3!}=10\cdot 20=200$ olur.
A dan Q ya yol sayısı $\frac{5!}{4!1!}=5$ Q dan P ye 1 yol ve P den B ye $\frac{5!}{2!3!}=10$ yol olduğundan A dan B ye QP üzerinden $5\cdot 1\cdot 10=50$ farklı yol olacaktır. Bu yollar kullanılamadığından A dan B ye yol sayısı $462-(200+50)=212$ farklı şekilde gidilebilir.

2. Çözüm:

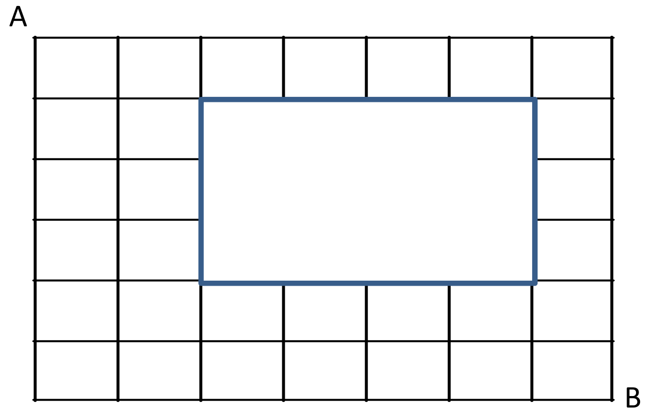
Yukarıdaki şekilde hiç boyalı bölgeyi kullanmadan
A dan D üzerinden B ye 1 yolla ulaşılır.
C noktasına uğrayarak A dan B ye $\frac{6!}{5!1!} \cdot \frac{5!}{4!1!} = 6 \cdot 5 = 30$ yolla ulaşılır.
E noktasu üzerinden A dan B ye $\frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{6!}{4!2!} = 10 \cdot 15 = 150$ yolla ulaşılır.
F üzerinden A dan B ye $\frac{5!}{4!1!} \cdot \frac{6!}{5!1!} \cdot = 5 \cdot 6 = 30$ yolla ulaşılabilir.
G üzerinden A dan B ye 1 yolla ulaşılır. Toplanırsa $1 + 30 + 150 + 30 + 1 = 212$ farklı yolla A dan B ye ulaşılır.

3. Çözüm:
Sayarak



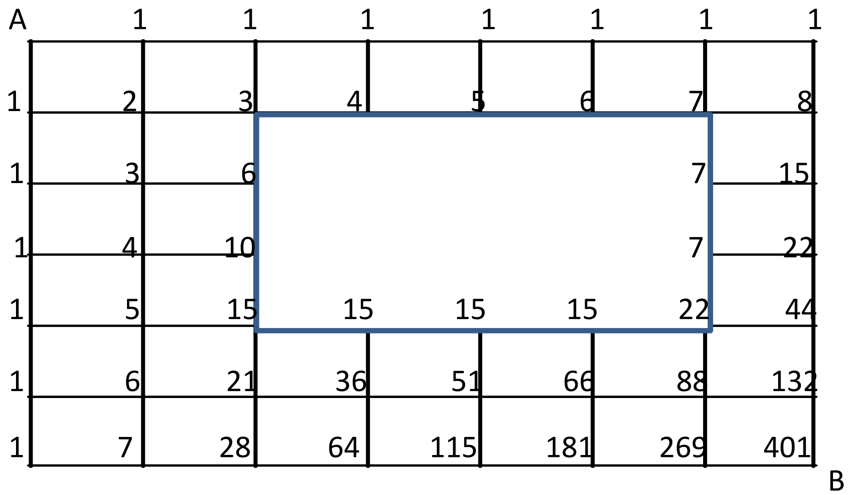
Her köşedeki sayı A dan o köşeye ulaşılabilecek yol sayılarını göstermektedir.Son köşede 212 sayısı olduğundan A dan B ye ulaşılabilecek yol sayısı 212 dir.

Örnek:



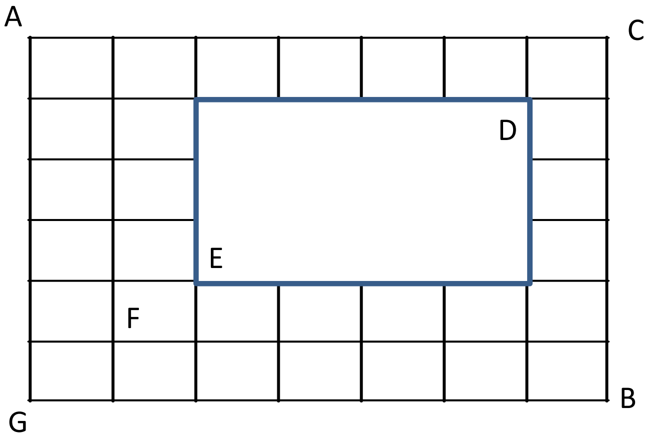
A dan B ye şekildeki dik kesişen yollardan en kısa kaç farklı yoldan gidilebilir.

1. Çözüm:
   Sayarak



Her köşedeki sayı A dan o köşeye ulaşılabilecek toplam yol sayısını göstermektedir. Yani A dan B ye 401 en kısa yoldan ulaşılabilir.

2. Çözüm:



A dan C üzerinden B ye ulaşılabilecek 1 yol vardır.

A dan D üzerinden B ye ulaşmak $\frac{7!}{1!6!}\cdot\frac{6!}{5!1!}=7\cdot 6=42$ farklı yoldan gidilebilir.

E üzerinden A dan B ye $\frac{6!}{4!2!}\cdot\frac{7!}{2!5!}=15\cdot 21=315$ farklı yoldan gidilebilir.

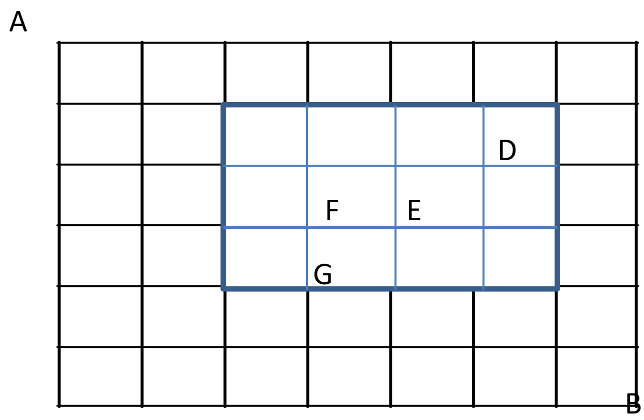
F üzerinden A dan B ye $\frac{6!}{5!1!}\cdot\frac{7!}{1!6!}=6\cdot 7=42$ farklı şekilde ulaşılabilir.

G üzerinden A dan B ye 1 yolla ulaşılabilir. Buna göre A dan B ye toplam

$$1 + 42!\,315 + 42 + 1 = 401$$

Farklı yoldan ulaşılabilir.

3. Çözüm:



Bir kısıtlama olmasaydı A dan B ye $\dfrac{13!}{6!7!}=\dfrac{8\cdot9\cdot10\cdot11\cdot12\cdot13}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}=1716$ farklı yoldan gidilebilirdi.

Ancak D üzerinden, E üzerinden ve [FG] yolu üzerinden B ye ulaşmak kısıtlandığından bu güzergah kullanılarak olabilecek yol sayısı çıkarılırsa istenen sonuca ulaşılır.

D üzerinden A dan B ye $\dfrac{7!}{2!5!}\cdot\dfrac{6!}{4!2!}=21\cdot15=315$ farklı yol kullanılamamaktadır.

E üzerinden A dan B ye $\dfrac{7!}{3!4!}\cdot\dfrac{6!}{3!3!}=35\cdot20=700$ yol kullanılamamaktadır.

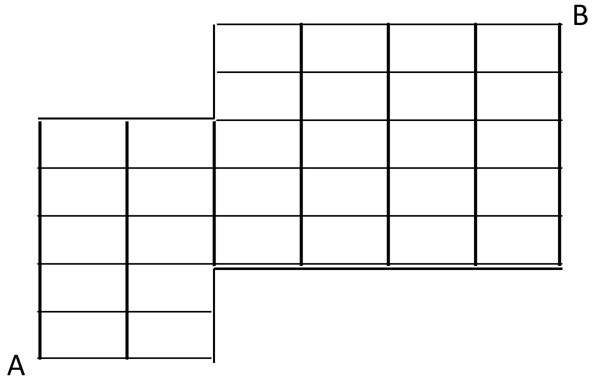
[FG] yolu kullanılabilseydi A dan B ye $\dfrac{6!}{3!3!}\cdot1\cdot\dfrac{6!}{2!4!}=20\cdot1\cdot15=300$ yol kullanılamamaktadır.

Buna göre A dan B ye ulaşılabilecek yol sayısı

$$1716-(315+700+300)=1716-1315=401$$

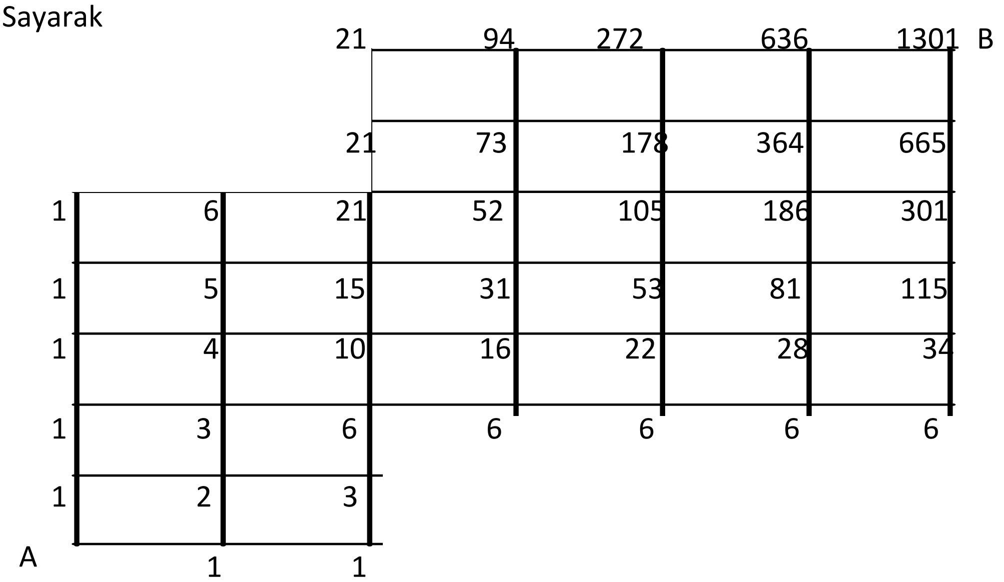
Olur.

Örnek:



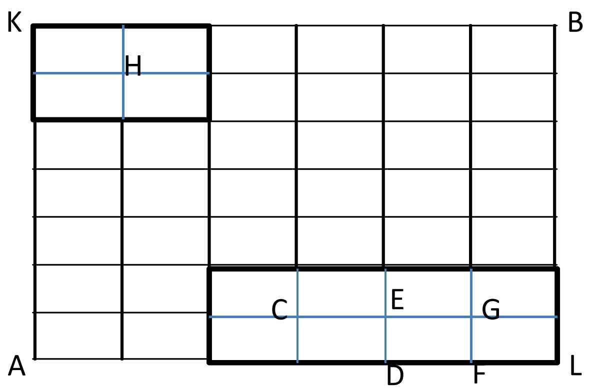
Şekildeki dik kesişen yolları kullanarak en kısa yoldan A dan B ye kaç farklı şekilde gidilebilir.

1. Çözüm:
   Sayarak



Her köşedeki sayı A dan bu köşeye ulaşılabilecek yol sayısını göstermektedir. Buna göre A dan B ye 1301 farklı şekilde ulaşılabilir.

2. Çözüm:



Şekil tam olsaydı ve kısıtlama olmasaydı A da B ye $\frac{131}{7161}=1716$ farklı şekilde ulaşılabilirdi.
Ancak C üzerinden, [DE], [FG] yolları üzerinden L, H ve K köşeleri üzerinden ulaşım sağlanamamaktadır. Bu noktalar ve yollar üzerinden olabilecek ulaşım sayısı

C üzerinden $\frac{4!}{1!3!}\cdot\frac{9!}{6!3!}=4\cdot 84=336$ farklı yol

[DE] üzerinden $1\cdot 1\cdot\frac{8!}{6!2!}=28$ farklı yol

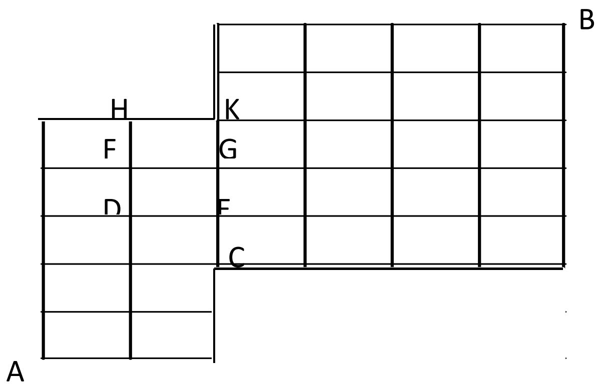
[FG] üzerinden $\frac{7!}{6!1!}=7$ farklı yol

L köşesi üzerinden 1 yol

H köşesi üzerinden $\frac{7!}{6!1!}\cdot\frac{6!}{1!5!}=7\cdot 6=42$ farklı yol

K köşesi üzerinden 1 yol olmak üzere toplam $336+28+7+1+42+1=415$ yol kullanılamamaktadır. Buna göre kullanılabilecek yol sayısı $1716-415=1301$ olur.

3.Çözüm:



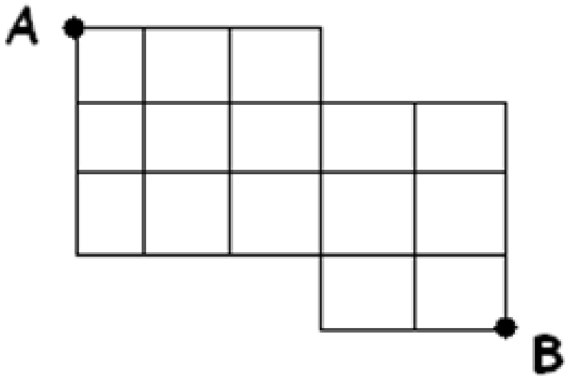
A dan C ye C den B ye yol sayısı $\frac{4+}{2!2!}\cdot\frac{9!}{5!4!}=6\cdot 126=756$ farklı yol

[DE] yolu üzerinden $\frac{4!}{1!3!}\cdot 1\cdot\frac{8!}{4!4!}=4\cdot 1\cdot 70=280$ farklı yol

[Fg] yolu üzerinden $\frac{5!}{4!1!}\cdot 1\cdot\frac{7!}{3!4!}=5\cdot 1\cdot 35=175$ farklı yol

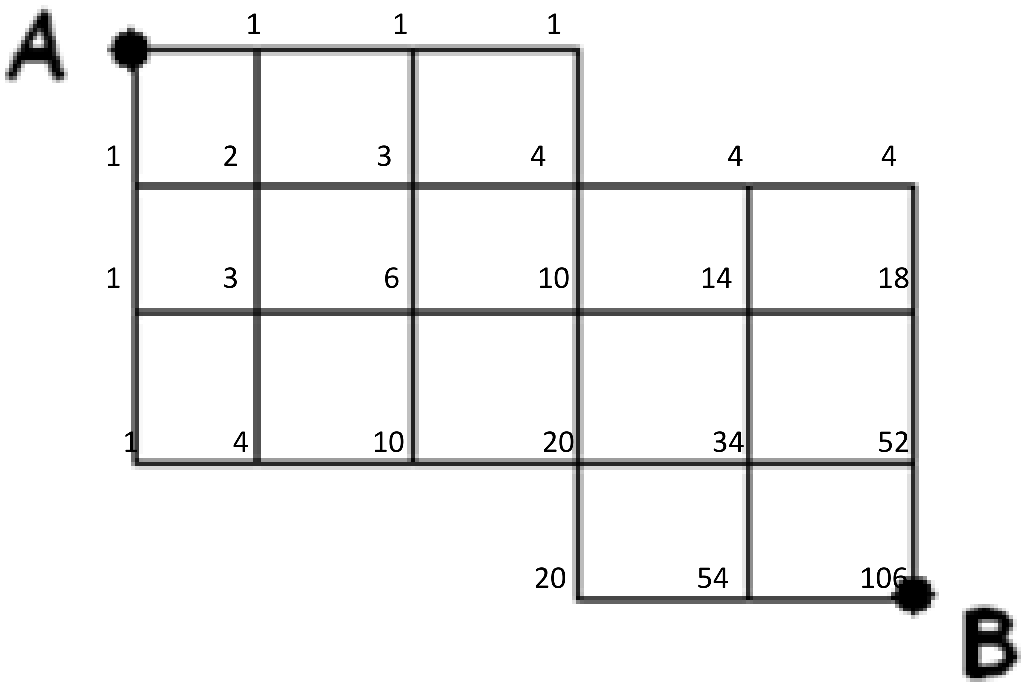
[HK] yolu üzerinden $\frac{6!}{5!1!}\cdot 1\cdot\frac{6!}{2!4!}=6\cdot 1\cdot 15=90$ farklı yol olmak üzere A dan B ye toplam $756+280+175+90=1301$ farklı yoldan gidilebilir.

Çörnek:



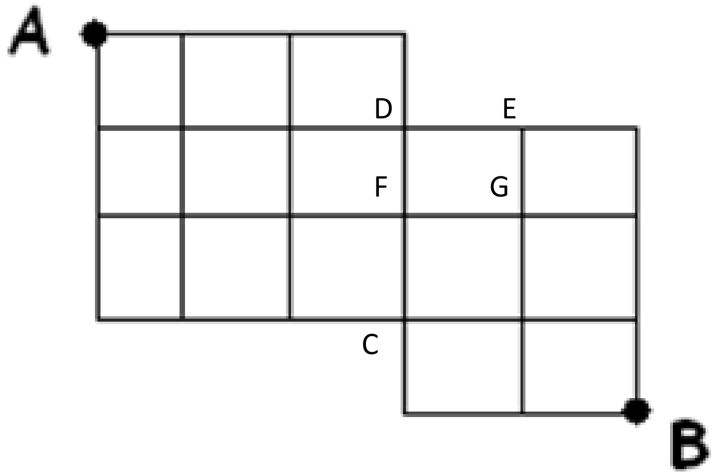
A dan B ye en kısa kaç farklı şekilde gidilebilir.

1. Çözüm:
   Sayarak



Toplam 106 farklı yoldan gidilebilir.

2. Çözüm:



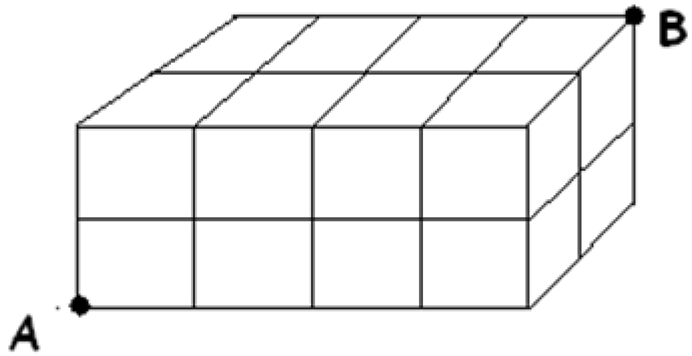
C noktası üzerinden $\frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{3!}{1!2!} = 20 \cdot 3 = 60$ farklı yol.

[DE] yolu üzerinden $\frac{4!}{1!3!} \cdot 1 \cdot \frac{4!}{3!1!} = 16$ farklı yol

[FG] yolu üzerinden $\frac{5!}{2!3!} \cdot 1 \cdot \frac{3!}{1!2!} = 30$ farklı yol olmak üzere toplam

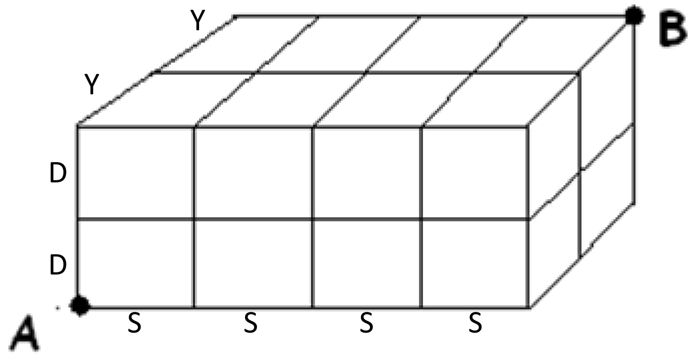
$60 + 16 + 30 = 106$ farklı yol bulunur.

Örnak:



Şekildeki dikdörtgenler prizması üzerinde A dan B ye en kısa kaç farklı yoldan gidilir.

Çözüm:



A dan B ye ulaşma SSSSDDYY sıralamalarının sayısı kadar olacaktır. Yani $\frac{8!}{4!2!2!}=\frac{5\cdot6\cdot7\cdot8}{4}=420$ farklı yoldan gidilebilir.

Örnek:

H

A A

L L L L

İ İ

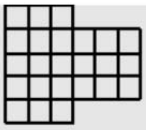
T

Sağa ve sola aşağı giderek kaç farklı şekilde HALİT yazılabilir.

Çözüm:

3 sağa ve 3 sola aşağı gidilerek HALİT yazılabileceğinden $\frac{6!}{3!3!} = 20$ farklı şekilde yazılabilir.

Örnek. *24 birimkareden oluşturulmuş yandaki şekilde kaç farklı dikdörtgen mevcuttur?*

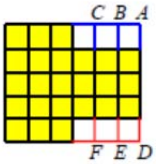


A) 315 B) 215 C) 185 D) 180 E) 175

Çözüm: Şeklin daha önceden bir dikdörtgen olduğunu ve 6 tane karesinin kesilip atıldığını düşünelim. Demek daha önceden

$C(7, 2)\cdot C(6, 2) = 21\cdot 15 = 315$

tane dikdörtgen varmış.



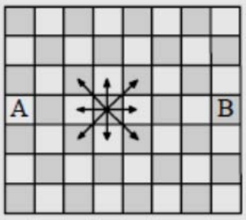
Bu 6 kare kesilip atılınca en az bir köşesi A, B, C, D, E veya F olan tüm dikdörtgenler de tarihe karışmıştır. Bakalım bir köşesi A, B veya C olan kaç dikdörtgen varmış?

Sağ üst köşesi A olan $C(6, 1)\cdot C(5, 1) = 30$ tane
Sağ üst köşesi B olan $C(5, 1)\cdot C(5, 1) = 25$ tane
Sağ üst köşesi C olan $C(4, 1)\cdot C(5, 1) = 20$ tane

olmak üzere toplam 75 tane dikdörtgen vardır. Benzer şekilde sağ alt köşesi D, E veya F olan da 75 tane dikdörtgen vardır. Fakat bunlardan A ve D köşelerine sahip 6 tanesi, B ve E köşelerine sahip 5 tanesi ve C ve F köşelerine sahip 4 tanesi 2 kere sayılmıştır. Demek ki aslında tarihe karışan $75 + 75 - 15 = 135$ dikdörtgen varmış. O halde soruda verilen şekilde $315 - 135 = 180$ dikdörtgen vardır.

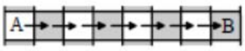
Doğru cevap: D.

Örnek. *7×8 boyutlarındaki satranç tahtasının herhangi bir karesinde bulunan bir karınca, tek hareketle komşu kareye geçebilmektedir. Buna göre karınca A karesinden B karesine 7 hareketle kaç değişik şekilde gidebilir?*

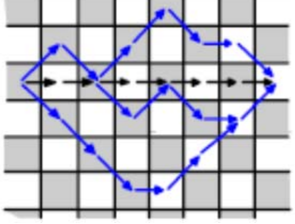


A) 140 B) 210 C) 350 D) 392 E) 393

Çözüm:



Zaten hep sağa doğru gitse, ancak 7 harekette B'ye varabilir. Dolayısıyla yatay doğrultuda sağ yönden sapılmamalıdır. Yani, karıncanın 1 kere bile yukarıya, aşağıya, sola, sol üst çapraza ve sol alt çapraza gitmesi halinde 7 harekette B'ye varması mümkün değildir. Fakat bunun yanında



iki sağa doğru hareket yerine bir üst sağa çapraz ve bir alt sağa çapraz da gidilebilir. Önce sağ alt çapraz, sonra sağ üst çapraz da olabilir. Hatta bu çapraz hareketlerin aralarında sağa doğru hareketler de serpiştirilebilir. Daha da ötesi, serpiştirilen her sağa doğru iki hareketin yerine tekrar bir sağ alt çapraza ve bir sağ üst çapraza hareket tercih edilebilir. Yalnız kaç kere üst çapraz hareketi yapılmışsa, o kadar da alt çapraz hareketi yapılmış olmalıdır ki, A ile B'yi birleştiren yatay doğrultuya tekrar dönülmüş olsun. Olayı böyle yorumladıktan sonra çözüme geçebiliriz.

Sağa doğru hareketi S ile, üst sağ çapraza doğru hareketi $Ç$ ile, alt sağ çapraza doğru hareketi de $Ç'$ ile gösterelim. Olabilecek durumları sayalım.

$$SSSSSSS = 1 \text{ durum}$$

$$SSSSSÇÇ' = \frac{7!}{5!} = 42 \text{ durum}$$

$$SSSÇÇÇ'Ç' = \frac{7!}{3!\cdot 2!\cdot 2!} = 210 \text{ durum}$$

$$SÇÇÇÇ'Ç'Ç' = \frac{7!}{3!\cdot 3!} = 140 \text{ durum}$$

var diye toplam 393 farklı güzergah yazılabilir.

Doğru cevap: E.

Örnek. *Yandaki tabloda sadece sağa ve aşağıya doğru hareket ederek kaç değişik PERMUTASYON yazısı boyamak mümkündür?*

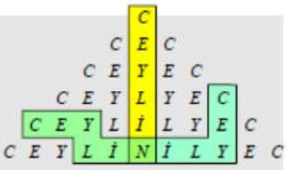
P	E	R	M	U	T
E	R	M	U	T	A
R	M	U	T	A	S
M	U	T	A	S	Y
U	T	A	S	Y	O
T	A	S	Y	O	N

A) 252 B) 250 C) 150 D) 120 E) 45

Çözüm: Şekil dikkatlice incelenirse, boyalı P kutusundan boyalı N kutusuna kaç farklı en kısa yol vardır sorusuyla nerdeyse aynı olduğu görülür. O problemlerde çizgi üzerinden gidiyorduk, burada kutudan kutuya geçeceğiz. Sağa gitmeyi S ile aşağı inmeyi A ile gösterirsek: $SSSSSAAAAA$ harflerini birer kez kullanarak kaç değişik 10 harfli kelime yazabiliyorsak o kadar $PERMUTASYON$ yazısı boyanabileceğini rahatlıkla anlarız. Bunun sayısı da $\frac{10!}{5!\,5!} = \binom{10}{5}$ olduğunu biliyoruz.

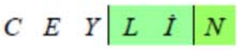
Doğru cevap: A.

Örnek. *Yandaki şekilde sola, sağa veya aşağı doğru kaç farklı CEYLİN yazısı okumak mümkündür?*

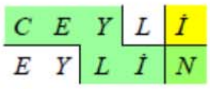


A) 63 B) 64 C) 127 D) 128 E) 255

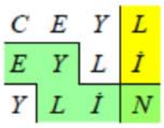
Çözüm: Şeklin simetrik olduğuna dikkat ederseniz, sadece bir yarısını saymamız yetecek. Biz sol yarıdakiler sayalım. Şeklin ortasındaki dikey yazıyı her iki yarıya da dahil etmeyelim, onu en son düşünürüz.



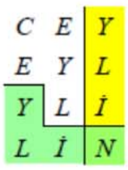
En alt satırdakini hemen cebe koyalım.



En alt iki satırda $\frac{5!}{4!\cdot 1!}=5$ tane okunabilir.



En alt 3 satırda $\frac{5!}{3!\cdot 2!}=10$ tane okunabilir.



En alt 4 satırda $\frac{5!}{2!\cdot 3!}=10$ tane okunabilir.

En alt 5 satırda $\frac{5!}{1!\cdot 4!}=5$ tane okunabilir.

Demek ki sol yarıda 1 + 5 + 10 + 10 + 5 = 31 farklı *CEYLİN* yazısı okumak mümkündür. O zaman sağ yanda da 31 farklı okunuş mümkündür. Bir de şeklin tam ortasında yukardan aşağıya doğru okunması mümkün olan *CEYLİN* yazısı var. O halde toplam 31 + 31 + 1 = 63 tanedir.

Doğru cevap: A.

Örnek. *Her defasında sadece* 1 *veya* 3 *basamak atlayan bir çocuk,* 12 *basamaklı bir merdiveni kaç değişik şekilde çıkabilir?*

A) 60 B) 90 C) 120 D) 180 E) 240

Çözüm: Canı isterse tüm basamakları teker teker çıkar. Bu 1 seçenektir. Canı isterse sadece 1 kere 3 basamak atlar, diğerlerini teker teker çıkar. Bu da 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 sayılarının kaç değişik şekilde dizilebileceği kadardır. Veya 2 kere 3 basamak atlar, diğerlerini yine tek tek çıkar. Bu da 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1 sayılarını kaç değişik şekilde sıraya dizebileceğimiz kadardır. Benzer durumda 3, 3, 3, 1, 1, 1 ve 3, 3, 3, 3 durumu vardır.

O halde cevap $1+\frac{10!}{9!}+\frac{8!}{2!\cdot 6!}+\frac{6!}{3!\cdot 3!}+1=60$ olmalıdır.

Doğru cevap: A.

Örnek. *A ile B takımlarının yapmış olduğu futbol karşılaşması 3-3 berabere bitmiştir. Bu maçı seyretmeyen ama sonucunu bilen birinin atılan golleri doğru sırada garanti bilmesi için en az kaç tahminde bulunması gerekir?*

A) 1 B) 2 C) 15 D) 20 E) 36

Çözüm: Örneğin ilk üç golü *A* takımı atmış olsun, son üç golü de *B* takımı. Bu durumu *AAABBB* yazarak gösterelim. O halde problem, *AAABBB* kelimesinin harfleriyle kaç değişik 6 harfli kelime yazılabileceğini sormaktadır.

Bunun da nasıl çözülebileceğini biliyoruz: $\frac{6!}{3!\cdot 3!}=20$.

Doğru cevap: D.

Örnek. *Tavlanın her elinde yenen* 1 *puan, mars eden* 2 *puan almakta ve yenilen puan almamaktadır. İki kişi,* 5 *puana ilk kim erişirse onun oyunu kazanmış sayılacağında anlaşarak tavla oynamaya başlıyorlar. Oyun* 5-4 *A'nın galibiyetiyle sonuçlanıyor. A ve B oyuncuları oyun esnasında birer el birbirlerini mars etmişlerse, bu oyunun her elini, kim yendi veya kim mars etti şeklinde garanti bilmek için en az kaç tahminde bulunmak gerekir?*

A) 35 B) 120 C) 180 D) 240 E) 420

Çözüm: Demek ki *A* oyuncusu 3 oyun ve 1 mars yapmış. *B* oyuncusu da 2 oyun ve 1 mars yapmış. *A*'nın aldığı oyunları *A* ile, marsı *A'* ile gösterelim. *B*'nin oyun ve marslarını da sırasıyla *B* ve *B'* ile gösterelim. O halde *AAAA'BBB'* gibi kaç değişik 7 harfli kelime yazabileceğimizi bulacağız. Fakat son oyunu *A* oyuncusu kazandığından kelimenin sonuna *A* veya *A'* gelmelidir. Eğer sona *A* gelmişse, *AAA'BBB'* gibi $6!/(2!\cdot 2!)=180$, eğer sona *A'* gelmişse, *AAABBB'* gibi $6!/(3!\cdot 2!)=60$ değişik kelime yazılabilir. O halde bu oyun 240 farklı şekilde oynanmış olabilir.

Doğru cevap: D.