

a, b, c, d farklı gerçel sayılar olmak üzere, a ve b , $x^2 - 2cx - 5d = 0$ denkleminin, c ve d ise, $x^2 - 2ax - 5b = 0$ denkleminin kökleri ise, $a + b + c + d$ nedir?

- $x^2 - 2cx - 5d = 0$ denkleminin kökleri a ve b ise,

kökler toplamı: $a + b = 2c$, **kökler çarpımı:** $a \cdot b = -5d$

- $x^2 - 2ax - 5b = 0$ denkleminin kökleri c ve d ise,

kökler toplamı: $c + d = 2a$, **kökler çarpımı:** $c \cdot d = -5b$

- Kökler toplamlarını taraf tarafa toplarsak,

$$b + d = a + c$$

- Kökler çarpımlarını taraf tarafa çarparsak,

$$a \cdot c = 25$$

- $x = a$, I. denklemi sağlar, $a^2 - \underbrace{2ac}_{50} - 5d = 0 \Rightarrow a^2 - 5d = 50$

$$x = c, \text{ II. denklemi sağlar, } c^2 - \underbrace{2ac}_{50} - 5b = 0 \Rightarrow c^2 - 5b = 50$$

Taraf tarafa toplam; $a^2 + c^2 - 5(b + d) = 100$

$$(a + c)^2 - 2ac - 5(\underbrace{b + d}_{a+c}) = 100$$

$$(a+c)^2 - 5(a+c) - 150 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + c = -10 \text{ olamaz. Çünkü } a \cdot c = 25 \text{ olduğundan } a = c = -5 \text{ olur. } a \neq c \text{ olmalı.} \\ a + c = 15 \Rightarrow a + b + c + d = 30 \end{cases}$$