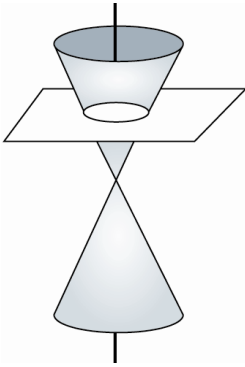
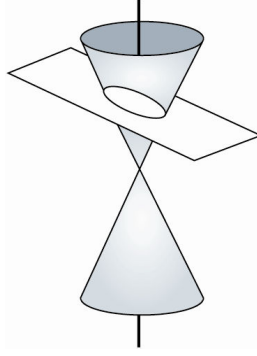


KONİKLER

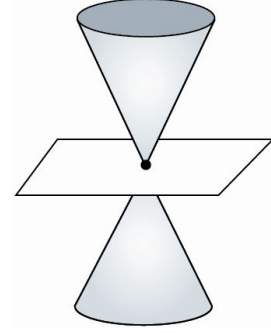
Bir dik koni ile bir düzlemin değişik açılarda kesişmesi ile oluşan arakesite **KONİK** denir.



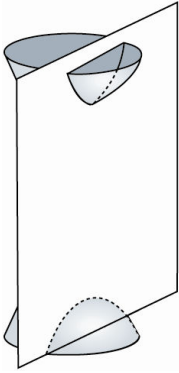
ÇEMBER



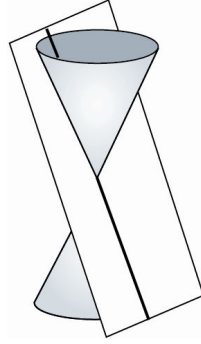
ELİPS



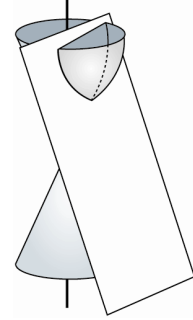
NOKTA



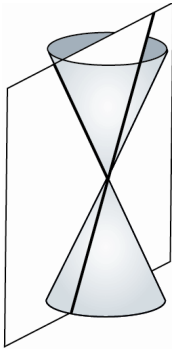
HİPERBOL



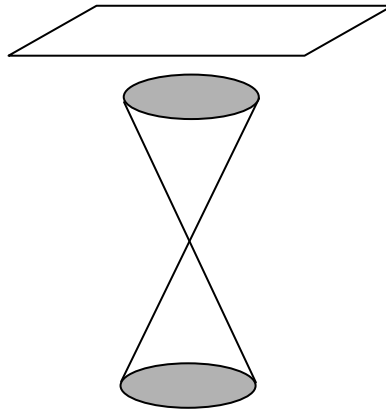
ÇAKIŞIK İKİ DOĞRU



PARABOL



KESIŞEN İKİ DOĞRU

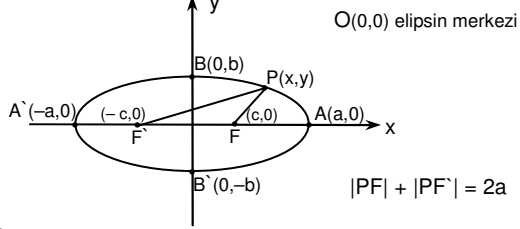


BOŞ KÜME

ELİPSİN ANALİTİK İNCELENMESİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER, HATIRLATMALAR

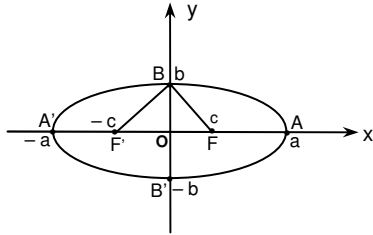
MERKEZİL ELİPS

TANIM: Düzlemde sabit iki noktaya uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yerine (kümesine) **elips** denir.



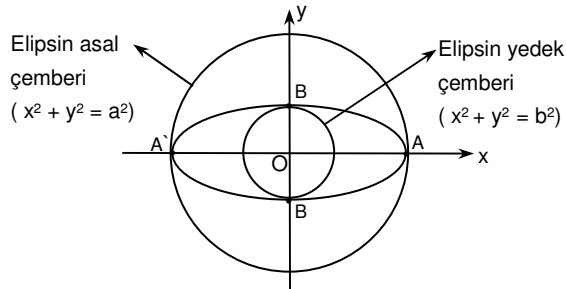
- A, A', B, B' elipsin köşeleri
- F, F': elipsin odakları
- [AA']: elipsin asal eksen (büyük eksen)
- [BB']: elipsin yedek eksen (küçük eksen)
- |AA'| = 2a elipsin asal eksen uzunluğu
- |BB'| = 2b elipsin yedek eksen uzunluğu
- |FF'| = 2c elipsin odaklar arası uzaklığı

P noktasını özel olarak B noktasına getirelim:



|BF| + |BF'| = 2a olduğundan |BF| = a dır.
BOF dik üçgeninde pisagor bağıntısı ile $b^2 + c^2 = a^2$ elde edilir.

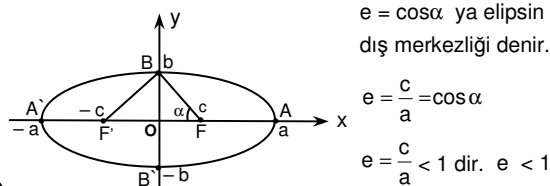
ELİPSİN ÇEMBERLERİ



***NOT:** Merkezi odaklardan biri ve yarıçapı 2a olan çembere doğrultman çemberi denir.

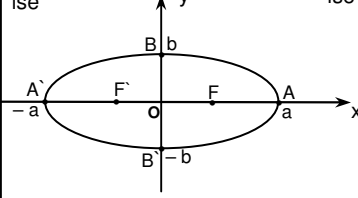
ELİPSİN DIŞ MERKEZLİĞİ

Bir elipsin odakları arasındaki uzaklığın, elipsin asal ekseninin uzunluğuna oranına elipsin dış merkezliği denir.



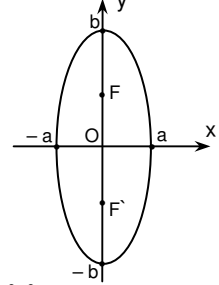
ELİPSİN DENKLEMİ

Asal eksen (odakların bulunduğu eksen) x eksenine ise



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ya da } x^2 b^2 + y^2 a^2 = a^2 b^2$$

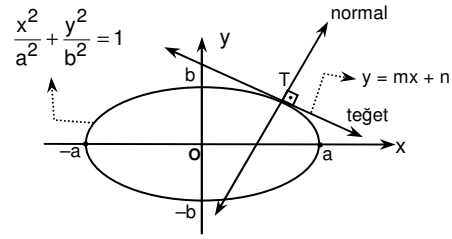
Asal eksen (odakların bulunduğu eksen) y eksenine ise



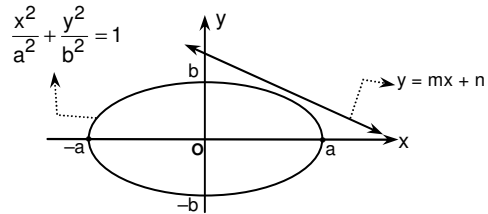
Elips ile bir doğrunun birbirine göre durumu

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsi ile $y = mx + n$ doğrusu verilsin

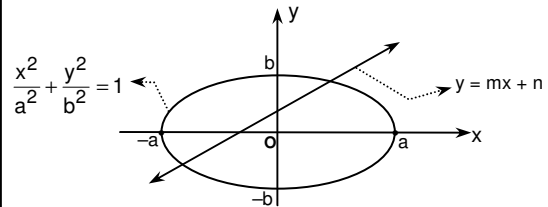
$m^2 a^2 + b^2 - n^2 = 0$ ise doğru elipse teğettir.



$m^2 a^2 + b^2 - n^2 < 0$ ise doğru elipsi kesmez.

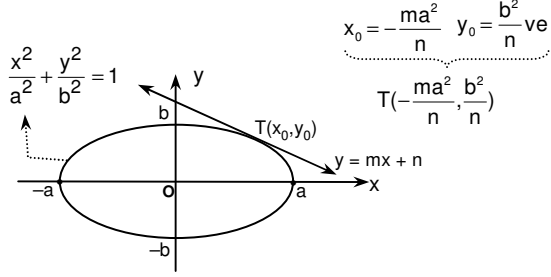


$m^2 a^2 + b^2 - n^2 > 0$ ise doğru elipsi farklı iki noktada keser



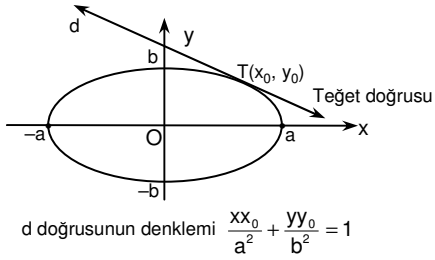
UYARI Teğellik şartında formül uygulanırken a her zaman x in paydasındaki sayıdır. Elipsin asal ekseninin y eksenine olması bir şeyi değiştirmez.

Teğetin değme noktalarının koordinatları

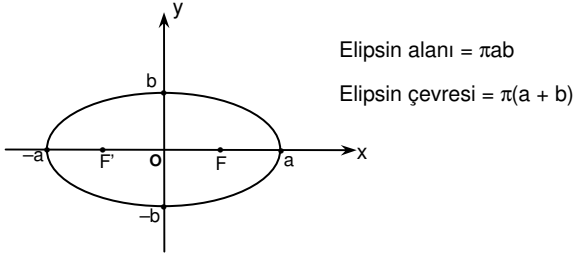


TEĞETİN DENKLEMİ

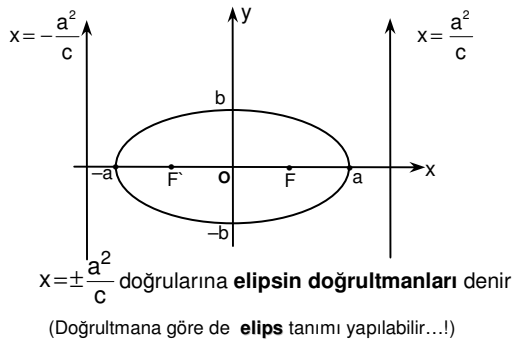
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsine üzerindeki $T(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi;



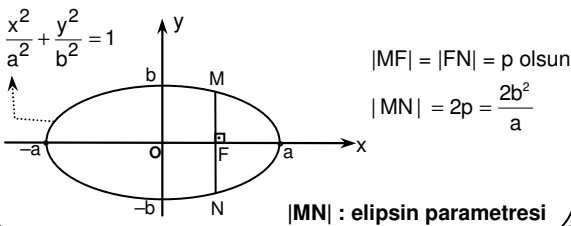
ELİPSİN ALANI VE ÇEVRESİ



ELİPSİN DOĞRULTMANI



ELİPSİN PARAMETRESİ



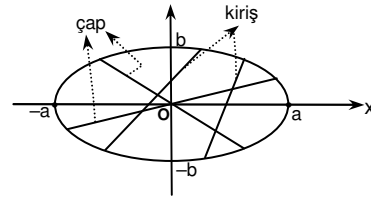
ELİPSİN PARAMETRİK DENKLEMİ

$x = a \cos \alpha$
 $y = b \sin \alpha$ olup $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ eşitliğinden $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

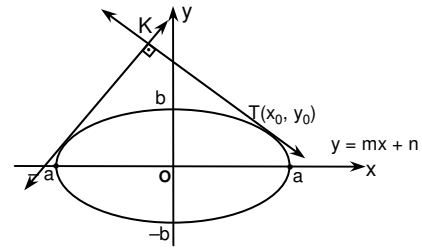
ELİPSİN KİRİŞİ VE ÇAPLARI

- Elips üzerindeki iki noktayı birleştiren doğru parçasına elipsin bir **kirişi** denir.
- Elipsin merkezinden geçen herhangi bir kirişine de elipsin bir **çapı** denir.

Sonuç olarak : Elipsin sonsuz sayıda kiriş ve çapı vardır.



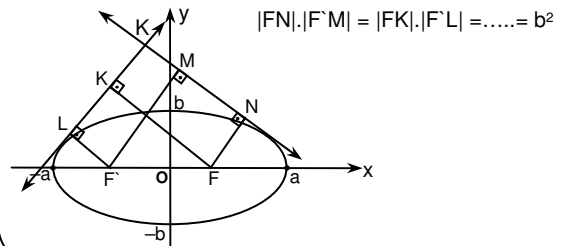
ELİPSİN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ



K noktalarının geometrik yeri bir merkezci çemberdir. Bir elipsin birbirine dik teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri bir merkezci çemberdir. Denklemi de $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ (buna **MONJ çemberi** denir.)

TEOREM:

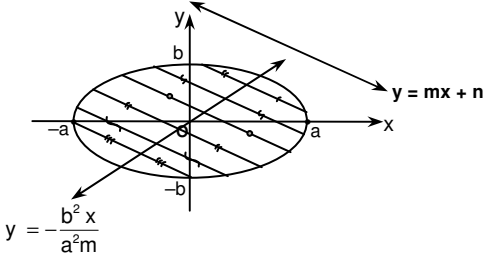
Bir elipsin odaklarından elipsin herhangi bir teğetine olan uzaklıklarının **çarpımları sabittir**.



TEOREM:

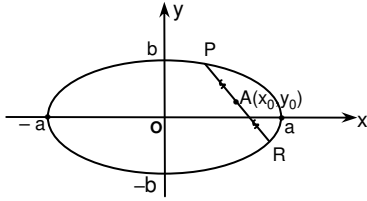
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsinin $y = mx + n$ doğrusuna paralel olan kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerinin denklemi:

$$y = -\frac{b^2 x}{a^2 m} \quad (\text{elipsin bir çapının denklemdir.})$$



TEOREM:

$A(x_0, y_0)$ noktası $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elipsinin içinde bir nokta olsun, orta noktası (x_0, y_0) olan kirişin (kirişi taşıyan doğrunun) denklemi:



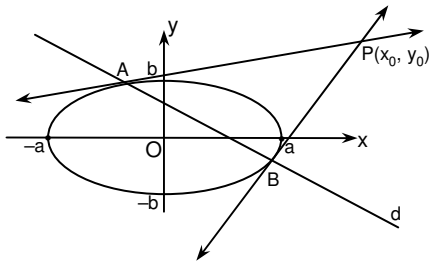
PR doğrusunun denklemi; $\frac{x_0 \cdot x}{a^2} + \frac{y_0 \cdot y}{b^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2}$

KUTUP DOĞRUSU

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

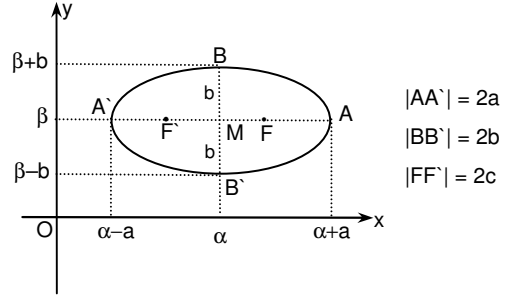
Elipsine dışındaki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetler elipse A ve B noktalarında teğet olsun:

AB doğrusuna elipsin KUTUP DOĞRUSU denir.



d doğrusunun denklemi $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$

MERKEZİL OLMAYAN ELİPSLER



Merkezinin koordinatları $M(\alpha, \beta)$ olan elipsin denklemi;

$$\frac{(x - \alpha)^2}{a^2} + \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1$$

MERKEZİN KOORDİNATLARI: $M(\alpha, \beta)$

KÖŞELERİN KOORDİNATLARI: **ODAKLARI:**

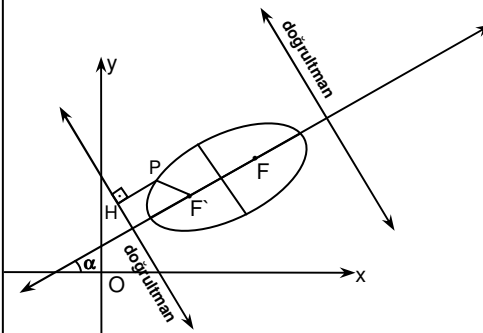
$A(\alpha + a, \beta)$ $A'(\alpha - a, \beta)$ $F(\alpha + c, \beta)$
 $B(\alpha, \beta + b)$ $B'(\alpha, \beta - b)$ $F'(\alpha - c, \beta)$

KÖŞELERİNİN KOORDİNATLARI TOPLAMI: $4(\alpha + \beta)$

ODAKLARIN KOORDİNATLARI TOPLAMI: $2(\alpha + \beta)$

DÖNDÜRÜLMÜŞ ELİPSLER

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ şeklindeki konik denklemin bir elips denklemi olabileceği genel konik denkleminde bahsedilmiştir.



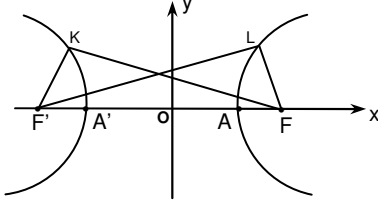
dış merkezlik $e = \frac{|PF|}{|PH|}$ olup, xy li terim bu eşitlikten gelir.

xy li terimi yok etmek için elipse α derecelik dönme uygulanır.

HİPERBOLÜN ANALİTİK İNCELENMESİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER, HATIRLATMALAR

HİPERBOL

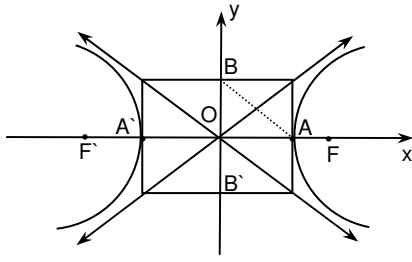
TANIM: Düzlemde sabit iki noktaya olan uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yerine **HİPERBOL** denir.



$$|KF| - |KF'| = 2a$$

$$|LF| - |LF'| = 2a$$

$|AA'| = 2a$ uzunluğuna hiperbolün asal eksen uzunluğu denir.



$$A(a, 0)$$

$$A'(-a, 0)$$

$$B(0, b)$$

$$B'(0, -b)$$

$$F'(c, 0)$$

$$F(-c, 0)$$

$A(a, 0), A'(-a, 0), B(0, b), B'(0, -b)$ hiperbolün köşeleridir.

$F(c, 0), F'(-c, 0)$ noktaları hiperbolün odakları.

$|AA'| = 2a$ hiperbolün asal eksen uzunluğu.

$|BB'| = 2b$ hiperbolün yedek eksen uzunluğu.

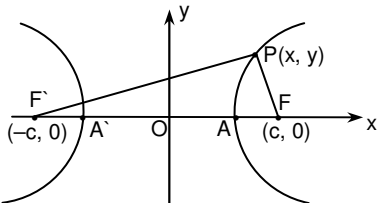
$|FF'| = 2c$ hiperbolün odaklar arası uzaklığı.

$y = \frac{b}{a}x$ ve $y = -\frac{b}{a}x$ asimptotları (hiperbolün standart

denkleminde 1 yerine 0 yazarsak elde edilen denklem

asimptotların denklemi olur)

HİPERBOLÜN DENKLEMİ



$|PF'| - |PF| = 2a$ olduğundan iki nokta arası uzaklık

bağıntısından $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ denklemi elde edilir.

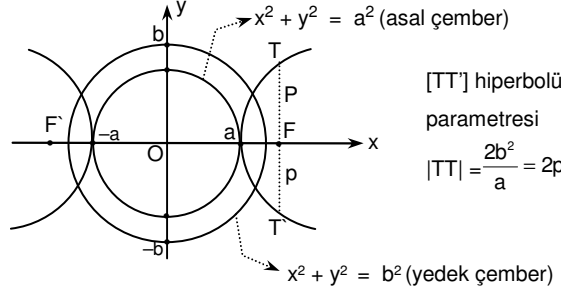
NOT: Odaklar y ekseninde ise

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ denklemi elde edilir.}$$

$$\begin{aligned} x &= a \sec \theta \\ y &= b \tan \theta \end{aligned}$$

Parametrik denklem

HİPERBOLÜN ÇEMBERLERİ ve PARAMETRESİ



$[TT']$ hiperbolün parametresi

$$|TT'| = \frac{2b^2}{a} = 2p$$

Merkezi odaklardan biri ve yarıçapı $2a$ olan çembere hiperbolün doğrultman çemberi denir

HİPERBOLÜN DIŞ MERKEZLİĞİ

$e = \text{Hiperbolün dış merkezliği} = \frac{\text{odaklar arası uzaklık}}{\text{köşeler arası uzaklık}} = \frac{c}{a}$ dir.
 $e > 1$

HİPERBOLÜN DOĞRULTMANI

$x = \pm \frac{a^2}{c}$ doğrularına hiperbolün doğrultmanları denir.

Merkezi hiperbolün odağı (F yada F'), yarıçapı hiperbolün asal eksen uzunluğuna ($2a$) eşit olan çembere **DOĞRULTMAN ÇEMBERİ** denir.

İKİZKENAR HİPERBOL

Eksen uzunlukları eşit olan ($a = b$) hiperbollere denir.

Asimptotları $y = x$ ve $y = -x$ doğrularıdır.

Hiperbol ile bir doğrunun birbirine göre durumu

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ Hiperbolü ile } y = mx + n \text{ doğruları verilsin}$$

Elipsteki teğet olma koşulu olan $a^2m^2 + b^2 - n^2 = 0$

denkleminde b^2 yerine $-b^2$ yazarsak hiperbol için teğet olma şartı olan $n^2 + b^2 - a^2m^2 = 0$ denklemi elde edilmiş olur.....)

* $n^2 + b^2 - a^2m^2 = 0$ ise doğru hiperbole teğet

* $n^2 + b^2 - a^2m^2 > 0$ ise doğru hiperbolü farklı iki noktada keser. Kesim noktasının koordinatları ortak çözüm ile bulunur.

* $n^2 + b^2 - a^2m^2 < 0$ ise doğru hiperbolü kesmez.

TEĞETİN DENKLEMİ

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Hiperbolü üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin

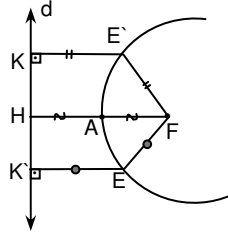
$$\text{denklemi; } d: \dots \frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

PARABOLÜN ANALİTİK İNCELENMESİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER, HATIRLATMALAR

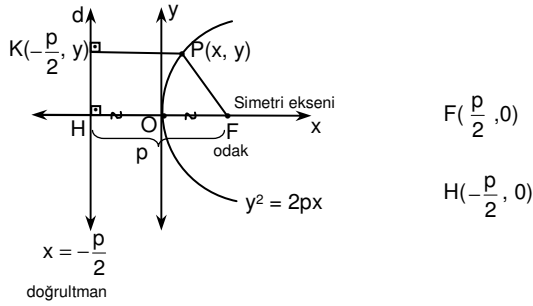
TANIM: Düzlemde sabit bir d doğrusu ve d doğrusu üzerinde bulunmayan sabit bir F noktası verilmiş olsun. d doğrusuna uzaklığı, F noktasına uzaklığına eşit olan noktaların geometrik yerine **PARABOL** denir.

d ; parabolün doğrultmanı
 FH ; parabolün simetri eksenine
 $|FH|$; parabolün parametresi
 A ; parabolün köşesi(tepe noktası)

$$e = \frac{|EF|}{|EK|} = 1 \text{ (dış merkezlik)}$$

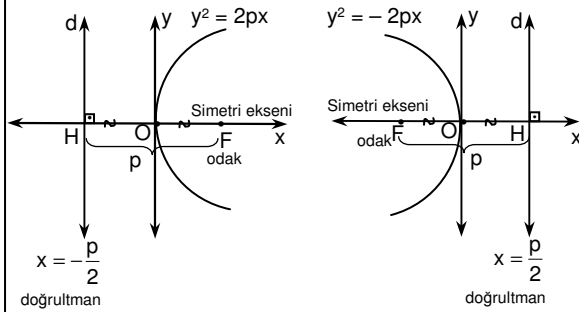


PARABOLÜN DENKLEMİ

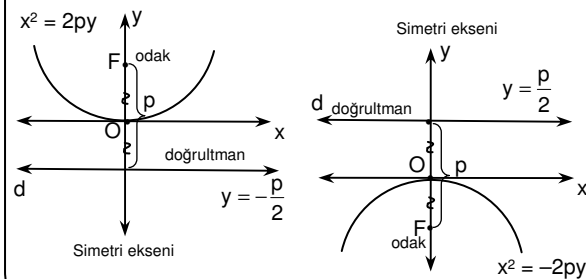


$|PF| = |PK|$ eşitliğinden $y^2 = 2px$ denklemi elde edilir.

Odak OX ekseninde ise :

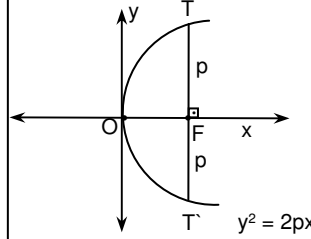


Odak OY ekseninde ise:



PARABOLÜN PARAMETRESİ

Parabolün odağından simetri eksenine dik çizilen kirişin uzunluğuna **PARABOLÜN PARAMETRESİ** denir.



$[TT']$ parabolün parametresi

$$|TT| = 2p$$

PARABOL İLE BİR DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMU

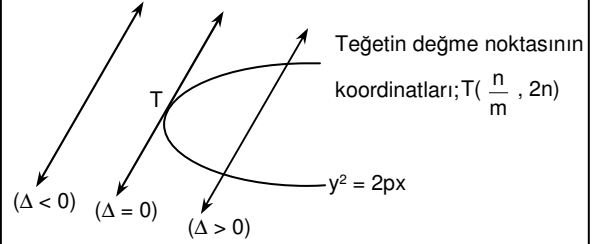
$y^2 = 2px$ parabolü ile $y = mx + n$ doğruları verilsin

$$\Delta = p(p - 2mn)$$

$p(p - 2mn) = 0$ ise doğru parabole teğettir.

$p(p - 2mn) < 0$ ise doğru parabolü kesmez.

$p(p - 2mn) > 0$ ise doğru parabolü farklı iki noktada keser.



TEĞETİN DENKLEMİ

$$y^2 = 2px$$

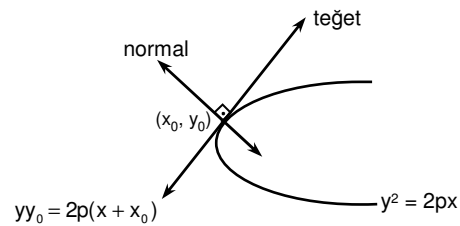
Parabolüne üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

Parabolüne üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen normalin denklemi

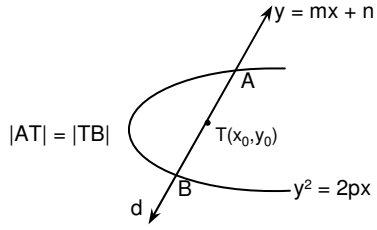
$$y - y_0 = -\frac{y_0}{p}(x - x_0)$$

NOT: Teğet ve normal denklemleri türevle de kolayca bulunabilir.....☺)



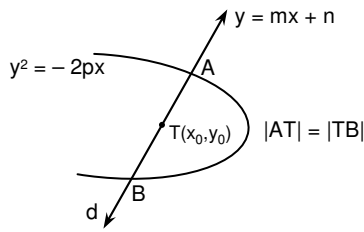
Orta noktası verilen kiriş taşıyan doğrunun eğimi

1. DURUM



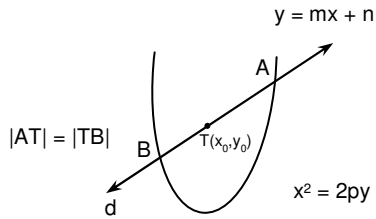
d doğrusunun eğimi; $m = \frac{p}{y_0}$

2. DURUM



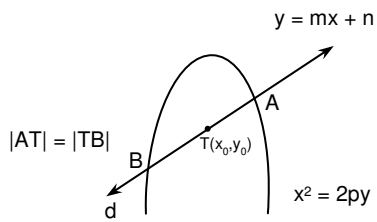
d doğrusunun eğimi; $m = -\frac{p}{y_0}$

3. DURUM



d doğrusunun eğimi; $m = \frac{x_0}{p}$

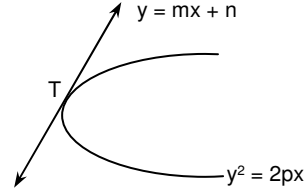
4. DURUM



d doğrusunun eğimi; $m = -\frac{x_0}{p}$

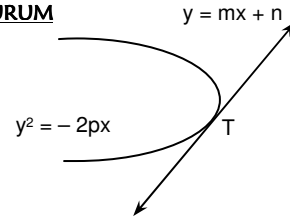
Teğet değme noktasının koordinatları

1. DURUM



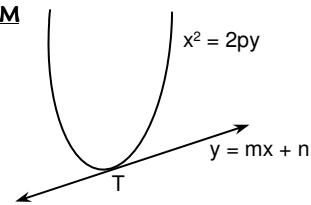
Teğetin değme noktasının koordinatları $T(\frac{n}{m}, 2n)$

2. DURUM



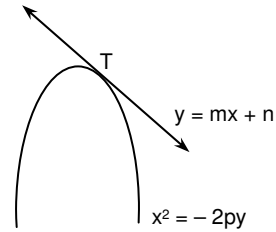
Teğetin değme noktasının koordinatları $T(-\frac{n}{m}, -2n)$

3. DURUM



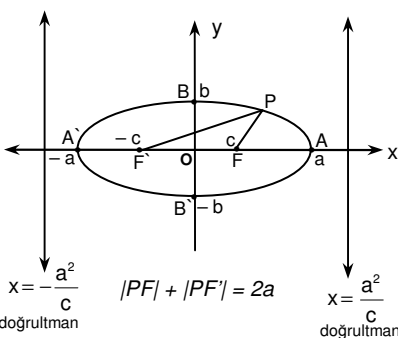
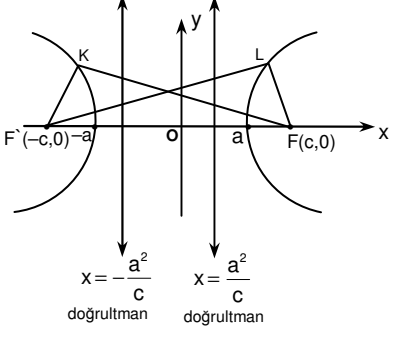
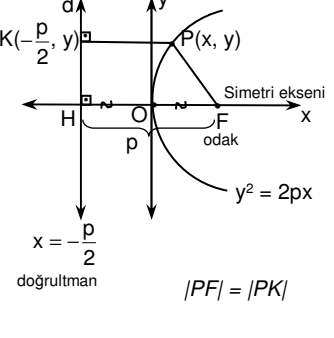
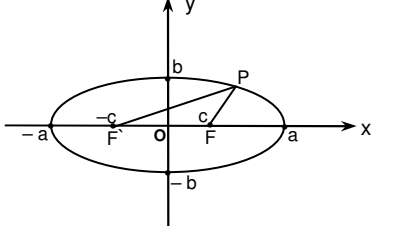
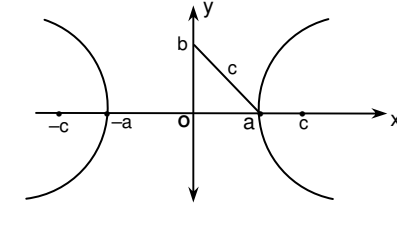
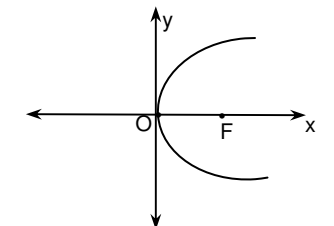
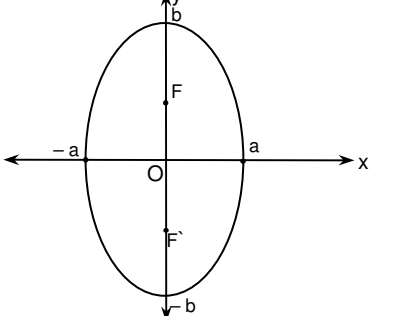
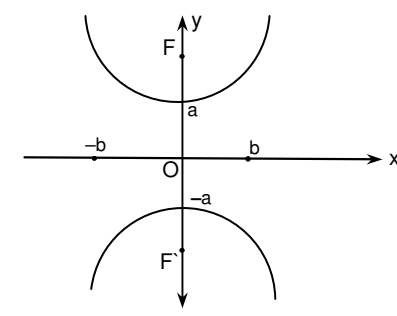
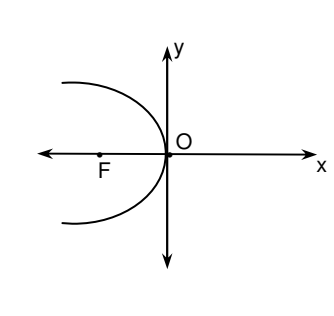
Teğetin değme noktasının koordinatları $T(-\frac{2n}{m}, -n)$

4. DURUM

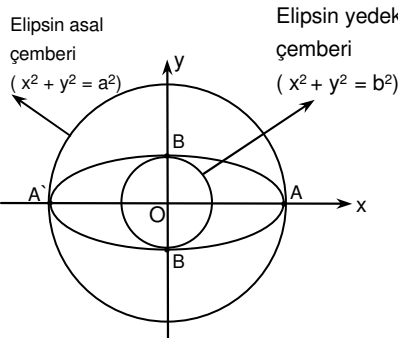
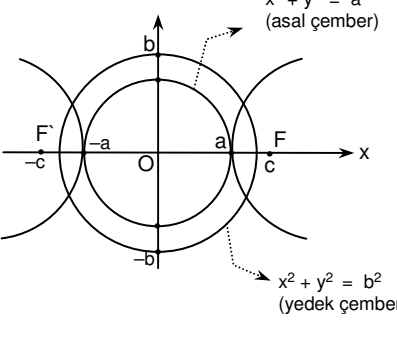


Teğetin değme noktasının koordinatları $T(\frac{2n}{m}, n)$

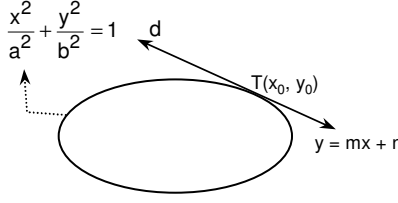
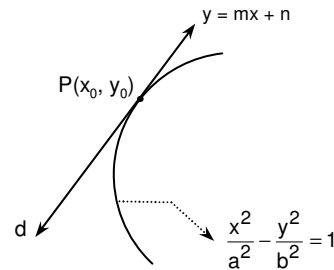
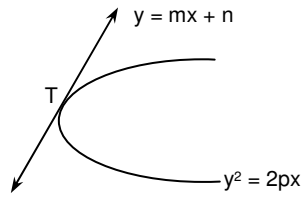
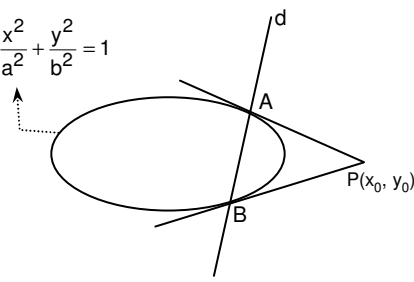
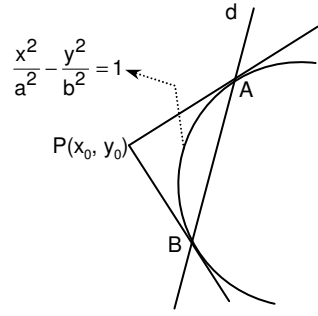
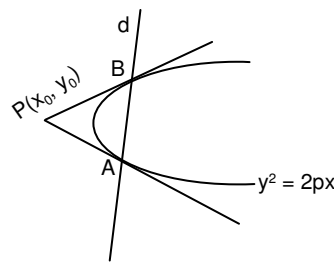
KONİKLERİN KARŞILAŞTIRMA TABLOSU -1- (ÜÇÜ BİR ARADA)

ELİPS	HİPERBOL	PARABOL
 <p style="text-align: center;">$x = -\frac{a^2}{c}$ doğrultman $PF + PF' = 2a$ $x = \frac{a^2}{c}$ doğrultman</p> <p>$AA' = 2a$ elipsin asal eksen uzunluğu. $BB' = 2b$ elipsin yedek eksen uzunluğu.</p>	 <p style="text-align: center;">$x = -\frac{a^2}{c}$ doğrultman $x = \frac{a^2}{c}$ doğrultman</p> <p>$KF - KF' = 2a$ $LF' - LF = 2a$ $AA' = 2a$ uzunluğuna hiperbolün asal eksen uzunluğu denir.</p>	 <p style="text-align: center;">$x = -\frac{p}{2}$ doğrultman $PF = PK$</p> <p>$F(\frac{p}{2}, 0)$ $H(-\frac{p}{2}, 0)$</p>
$e = \frac{c}{a} < 1$ (dış merkezlik)	$e = \frac{c}{a} > 1$ (dış merkezlik)	$e = \frac{ PF }{ PK } = 1$ (dış merkezlik)
Dış merkezliğe göre de elips, hiperbol, parabol tanımlarının yapılabildiğini unutmayalım...		
		
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ya da $x^2b^2 + y^2a^2 = a^2b^2$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ya da $x^2b^2 - y^2a^2 = a^2b^2$	$y^2 = 2px$
		
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ya da $x^2b^2 + y^2a^2 = a^2b^2$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ya da $y^2b^2 - x^2a^2 = a^2b^2$	$y^2 = -2px$
Parametresi: $\left. \begin{matrix} \frac{2b^2}{a} \\ a \end{matrix} \right\}$ b: kısa yarı eksen a: uzun yarı eksen	Parametresi: $\frac{2b^2}{a}$	Parametresi: 2p
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Elipsi ile $y = mx + n$ doğrusu verilsin $*m^2a^2 + b^2 - n^2 = 0$ ise doğru elipse teğet $*m^2a^2 + b^2 - n^2 < 0$ ise doğru elipsi kesmez $*m^2a^2 + b^2 - n^2 > 0$ ise doğru elipsi farklı iki noktada keser	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Hiperbolü ile $y = mx + n$ doğrusu verilsin $*m^2a^2 - b^2 - n^2 = 0$ ise hiperbol doğruya teğet $*m^2a^2 - b^2 - n^2 > 0$ ise doğru hiperbolü kesmez $*m^2a^2 - b^2 - n^2 < 0$ ise doğru hiperbolü farklı iki noktada keser	$y^2 = 2px$ Parabolü ile $y = mx + n$ doğrusu verilsin $p(p - 2mn) = 0$ ise doğru parabole teğettir. Değme noktası $T(\frac{n}{m}, 2n)$ dir. $p(p - 2mn) < 0$ ise doğru parabolü kesmez. $p(p - 2mn) > 0$ ise doğru parabolü farklı iki noktada keser.

KONİKLERİN KARŞILAŞTIRMA TABLOSU -2- (ÜÇÜ BİR ARADA)

ELİPS	HİPERBOL	PARABOL
 <p>*NOT: asal çember her zaman büyük çembere dir.</p>	 <p>*NOT: asal çember her zaman hiperbolün tepe noktalarından geçer.</p>	<p>*NOT: parabolün çemberleri <u>YOKTUR!</u></p>
ELİPSİN DOĞRULTMAN ÇEMBERLERİ	HİPERBOLÜN DOĞRULTMAN ÇEMBERLERİ	
<p>Merkezi elipsin odağı (F ya da F') ve yarıçapı hiperbolün asal eksen uzunluğuna (2a) eşit olan çembere doğrultman çemberi denir.</p> <p>denklemleri: Asal eksen x eksenine ise $(x - c)^2 + y^2 = 4a^2$ Asal eksen y eksenine ise $x^2 + (y - c)^2 = 4a^2$ $(x + c)^2 + y^2 = 4a^2$ $x^2 + (y + c)^2 = 4a^2$</p>	<p>Merkezi hiperbolün odağı (F ya da F') ve yarıçapı hiperbolün asal eksen uzunluğuna (2a) eşit olan çembere doğrultman çemberi denir.</p> <p>denklemleri: Asal eksen x eksenine ise $(x - c)^2 + y^2 = 4a^2$ Asal eksen y eksenine ise $x^2 + (y - c)^2 = 4a^2$ $(x + c)^2 + y^2 = 4a^2$ $x^2 + (y + c)^2 = 4a^2$</p>	<p>*NOT: doğrultman çemberleri <u>YOKTUR!</u></p>
ELİPSİN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ	HİPERBOLÜN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ	PARABOLÜN DİK KESİŞEN TEĞETLERİ
<p>Bir elipsin birbirine dik teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri bir merkezci çembere dir.</p> <p style="text-align: center;">$x^2 + y^2 = a^2 + b^2$</p> <p>(buna MONJ çemberi denir.)</p>	<p>Bir hiperbolün birbirine dik teğetlerinin kesim noktalarının geometrik yeri bir merkezci çembere dir. Denklemi</p> <p style="text-align: center;">$x^2 + y^2 = a^2 - b^2$</p>	<p>Parabolün dik kesim noktalarının geometrik yeri parabolün doğrultman doğrusudur</p>
ELİPS OLMA KOŞULU	HİPERBOL OLMA KOŞULU	PARABOL OLMA KOŞULU
<p>$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde $\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere; $\Delta < 0$ ve $A \neq C$ ve $B \neq 0$ ise, denklem elips belirtir.</p> <p style="text-align: center;">2 tane doğrultmanı var</p>	<p>$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde $\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere; $\Delta > 0$ ve denklem çarpanlarına ayrılmıyorsa hiperbol belirtir.</p> <p style="text-align: center;">2 tane doğrultmanı var</p>	<p>$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde $\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere; $\Delta = 0$ ve denklem çarpanlarına ayrılmıyor ise parabol belirtir.</p> <p style="text-align: center;">1 tane doğrultmanı var</p>

KONİKLERİN KARŞILAŞTIRMA TABLOSU -3- (ÜÇÜ BİR ARADA)

ELİPS	HİPERBOL	PARABOL
<p style="text-align: center;">Teğet değme noktasının koordinatları</p>  <p style="text-align: center;"> $x_0 = -\frac{ma^2}{n}$ $y_0 = \frac{b^2}{n}$ ve $T\left(-\frac{ma^2}{n}, \frac{b^2}{n}\right)$ </p>	<p style="text-align: center;">Teğet değme noktasının koordinatları</p>  <p style="text-align: center;"> $x_0 = -\frac{ma^2}{n}$ $y_0 = -\frac{b^2}{n}$ ve $T\left(-\frac{ma^2}{n}, -\frac{b^2}{n}\right)$ </p>	<p style="text-align: center;">Teğet değme noktasının koordinatları</p>  <p style="text-align: center;">Teğetin değme noktasının koordinatları $T\left(\frac{n}{m}, 2n\right)$</p>
<p style="text-align: center;">Elipsin değme kirişi (kutup doğrusu)</p>  <p style="text-align: center;">d; $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$</p>	<p style="text-align: center;">Hiperbolün değme kirişi (kutup doğrusu)</p>  <p style="text-align: center;">d; $\frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} = 1$</p>	<p style="text-align: center;">Parabolün değme kirişi(kutup doğrusu)</p>  <p style="text-align: center;">d; $yy_0 = p(x + x_0)$</p>

GENEL KONİKLERDE TEĞET DENKLEMLERİ

PRATİK BİLGİ:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Denkleminin katsayıların durumuna göre, bir konik üretici olduğunu biliyoruz. Verilen bu eğriye üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından

çizilen teğetin denklemi:

$$Ax_0x + B\left(\frac{x_0y + y_0x}{2}\right) + Cy_0y + D\left(\frac{x + x_0}{2}\right) + E\left(\frac{y + y_0}{2}\right) + F = 0$$

PRATİK BİLGİ:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Denklemleri ile verilen eğride D ya da E den en az biri sıfırdan farklı ise orijinden bu eğriye çizilen teğetin denklemi:

$$Dx + Ey + F = 0$$

PRATİK BİLGİ:

$$xy = K \text{ (hiperbol)}$$

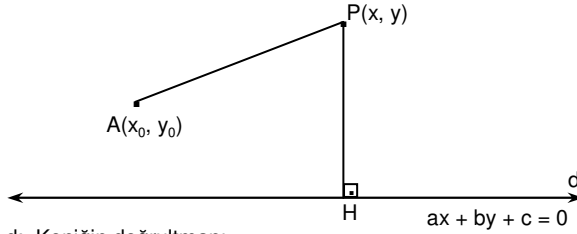
Denklemleri ile verilen eğrinin (hiperbolün) üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi:

$$\frac{x_0y + y_0x}{2} = K$$

GENEL KONİK DENKLEMİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER, HATIRLATMALAR

GENEL KONİK DENKLEMİ

Düzlemde sabit bir noktaya $A(x_0, y_0)$ ve sabit bir doğruya (d) uzaklıkları oranı (e) sabit olan noktaların ($P(x, y)$) oluşturduğu şekle konik denir. (ne hoş tanım değil mi ?:)



d: Koniğin doğrultmanı

$A(x_0, y_0)$: Koniğin odağı

$P(x, y)$: Konik üzerindeki değişken nokta.

$\frac{|PA|}{|PH|}$ Oranı sabit olup bu orana koniğin dış merkezliği denir.

$e = \frac{|PA|}{|PH|}$ (dış merkezlik = koniğin cinsini belirleyen oran)

$e < 1$ ise $P(x, y)$ noktaları bir **elips** yayı üzerindedir.

$e > 1$ ise $P(x, y)$ noktaları bir **hiperbol** yayı üzerindedir.

$e = 1$ ise $P(x, y)$ noktaları bir **parabol** yayı üzerindedir.

$e = \frac{|PA|}{|PH|}$ → İki nokta arası uzaklık
→ Noktanın doğruya olan uzaklığı

$$e = \frac{|PA|}{|PH|} = \frac{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}}{\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

Denklem düzenlenir ve gerekli kısaltmalar yapılırsa;

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ genel konik denklemi elde edilir. (Biz bu denkleme bir anlamda konik üretici de diyebiliriz)

İşte bu denklem katsayıların durumuna göre:

elips hiperbol parabol çember boş küme paralel iki doğru kesişen iki doğru çakışık iki doğru ya da nokta belirtir.	}	Bu konikler içerisinde çember denklemine xy li ifade bulunmaz. Ne ilginç!!!! Bir düşünelim bakalım nasıl oluyor da bir elips denkleminde, bir hiperbol denkleminde, bir parabol denklemine xy li bir ifade bulunabiliyor.....:
--	---	--

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ denkleminde

$\Delta = B^2 - 4AC$ olmak üzere;

1.DURUM: $\Delta < 0$ ise denklem elips, çember, nokta, ya da boş küme belirtir .

$A = C$ ve $B = 0$ ise denklem çember, nokta ya da boş küme belirtir.

$A \neq C$ ve $B \neq 0$ ise denklem elips, nokta ya da boş küme belirtir.

2.DURUM: $\Delta = 0$ ise denklem parabol, paralel iki doğru, ya da çakışık iki doğru belirtir .

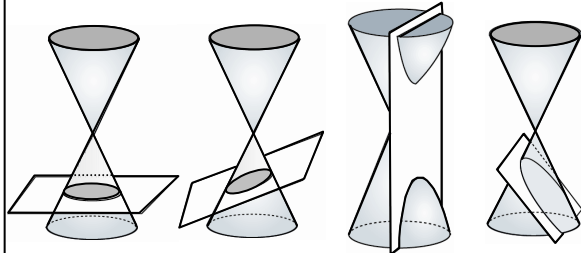
Denklem çarpanlarına ayrılabilirse paralel iki doğru ya da çakışık iki doğru belirtir.

Denklem çarpanlarına ayrılmıyor ise parabolüdür.

3.DURUM: $\Delta > 0$ ise denklem hiperbol, ya da kesişen iki doğru belirtir .

Denklem çarpanlarına ayrılabilirse kesişen iki doğru belirtir.

Denklem çarpanlarına ayrılmıyorsa hiperbol belirtir.



ÇEMBER

$\Delta < 0$

ELİPS

$\Delta < 0$

HİPERBOL

$\Delta > 0$

PARABOL

$\Delta = 0$

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ genel konik denklemi düzenlendiğinde

$(x - m)^2 + (y - n)^2 = 0$ şeklinde bir denklem elde ediliyorsa bu denklem sadece (m,n) ikilisi ile sağlanır ki bu da bozulmuş bir elips olan noktayı ifade eder.

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ genel konik denklemi düzenlendiğinde ($k > 0$ olmak üzere)

$(x - m)^2 + (y - n)^2 = -k$ şeklinde bir denklem elde ediliyorsa, bu denklemin çözüm kümesi boş küme olup bu da bozulmuş bir elipstir.

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ genel konik denklemi düzenlendiğinde $(ax + by + c)^2 = 0$ şeklinde bir

denklem elde ediliyorsa, bu denklemin çakışık iki doğru olduğunu gösterir. Diğer durumları siz düşünmeye çalışın...