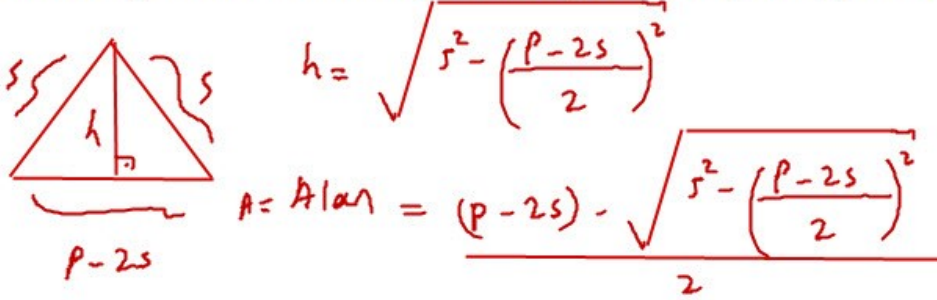


Çevresi sabit üçgenin alanı, üçgen eşkenar olursa maximum olur.

İlk önce üçgenin tabanı sabitlenmiş ikizkenar üçgen seçeriz. çevresi p, ikizkenarları s olsun


$$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{p-2s}{2}\right)^2}$$
$$A = \text{Alan} = \frac{(p-2s) \cdot \sqrt{s^2 - \left(\frac{p-2s}{2}\right)^2}}{2}$$

$$\frac{dA}{ds} = \frac{P \cdot (3s - P)}{\sqrt{P \cdot (4s - P)}} = 0 \quad 3s - P = 0 \quad 3s = P$$
$$s = P/3$$

İkiz kenarlar çevrenin 3'te biriyse ; $P - \frac{2P}{3} = \frac{P}{3} = \text{taban}$ olur.

Üçgenimiz eşkenar olunca alanı max. olur.

soru :

çevresi sabit olan bir üçgenin alanı eşkenar olduğunda maksimum olur

çözüm :

Alan S, çevre 2a ve $2a = x + y + z$ olsun

$S = \sqrt{a \cdot (a-x)(a-y)(a-z)}$ burada iki değişkenli bir fonksiyona dönüştürürsek

$$f(x, y) = S^2 = a \cdot (a-x)(a-y)(a-z) = a \cdot (a-x)(a-y)(x+y-a)$$

$$f_x = -a(a-y)(x+y-a) + a(a-x)(a-y) = 0 \Rightarrow (a-y)(2a-2x-y) = 0$$

$$f_y = -a(a-x)(x+y-a) + a(a-x)(a-y) = 0 \Rightarrow (a-x)(2a-2y-x) = 0$$

iki eşitlik ortak çözümlerse

$$x = y = \frac{2a}{3} \text{ ve buradanda } z = \frac{2a}{3} \text{ olur yani üçgen eşkenar olmalıdır...}$$

e.karaburun

bodrum

Çevresi sabit olan bir üçgenin alanı, tüm kenarları eşit olunca maksimum değerini alır.

İSPAT: Üçgenin kenarları $x, y,$ ve z olsun. Çevresi ise $2p$ olsun.. Lagrange çarpanları metodundan;

$$f(x, y, z) = \sqrt{p \cdot (p-x) \cdot (p-y) \cdot (p-z)} \quad g(x, y, z) = x + y + z - 2p = 0$$

f fonksiyonu $f(x, y, z) = p \cdot (p-x) \cdot (p-y) \cdot (p-z)$ şeklinde alınabilir. O zaman,

$$\nabla f(x, y, z) = \lambda \nabla g(x, y, z)$$

$$f_x = \lambda g_x \quad f_y = \lambda g_y \quad f_z = \lambda g_z \quad \text{olur.}$$

$$f_x = -p(p-y)(p-z) = \lambda \cdot 1$$

$$f_y = -p(p-x)(p-z) = \lambda \cdot 1$$

$$f_z = -p(p-x)(p-y) = \lambda \cdot 1$$

λ lar birbirine eşitlenirse,

$$\cancel{-p}(p-y)(\cancel{p-z}) = \cancel{-p}(p-x)(\cancel{p-z}) \quad x=y$$

$$\cancel{-p}(\cancel{p-x})(p-z) = \cancel{-p}(p-x)(\cancel{p-y}) \quad y=z$$

Genel olarak $x=y=z$ olarak bulunur..