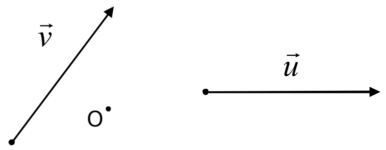
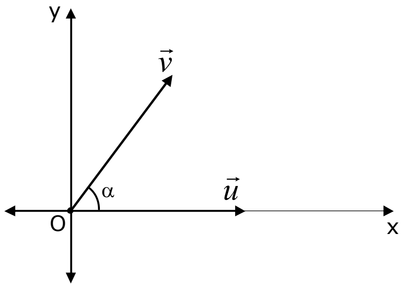


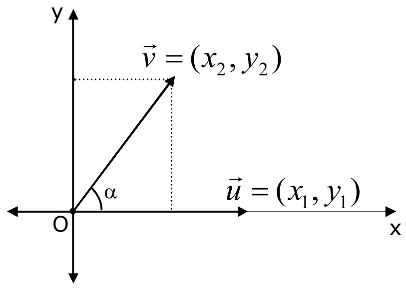
Düzlemde $\vec{u}$ ve $\vec{v}$ vektörleri ile bir O noktası şekildeki gibi verilmiş olsun.

$\vec{u}$ ve $\vec{v}$ vektörlerinin taşıyıcılarının belirttiği dar açının ölçüsüne α diyelim.

$\vec{u}$ ve $\vec{v}$ vektörlerini O noktasına taşıyalım. $\vec{u}$ vektörünü taşıyan doğruyu x ekseni, O noktasından x eksenine çizilen dik doğruyu y ekseni olarak alalım.



Bu koordinat sisteminde $\vec{u}=(x_1,y_1)$ ve $\vec{v}=(x_2,y_2)$ olsun.



Şekilden; $x_1=|\vec{u}|$, $y_1=0$, $x_2=|\vec{v}|\cdot\cos\alpha$ ve $y_2=|\vec{v}|\cdot\sin\alpha$ olarak bulunur.

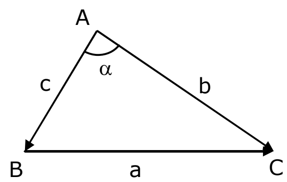
$$\vec{u}\cdot\vec{v}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$$

$$\Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\alpha+0\cdot|\vec{v}|\cdot\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\alpha$$

eşitliği ispatlanmış olur.

Bir üçgenin iki kenarının uzunluğu ile bunların belirttiği açının ölçüsü verildiğinde, üçüncü kenarın uzunluğunun bulunması (Kosinüs Teoremi)



$$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}-2\cdot\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \left|\overrightarrow{BC}\right|^2=\left|\overrightarrow{AC}\right|^2+\left|\overrightarrow{AB}\right|^2-2\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\cos\alpha$$

$$\Rightarrow a^2=b^2+c^2-2\cdot b\cdot c\cdot\cos\alpha$$