

Etkinlik – 3.1

- a. Her x doğrusu kendisiyle çakışık olacağından $(x, x) \in \beta$ olup, β yansıyandır.
- $x // y \Leftrightarrow y // x$ önermesi geçerlidir. Buna göre, $(x, y) \in \beta$ ve $(y, x) \in \beta$ olacağından β simetrik tir.
- $x // y$ ve $y // z$ ise $x // z$ olur.
- Buna göre;
- $(x, y) \in \beta$ ve $(y, z) \in \beta$ ise $(x, z) \in \beta$ olup β geçişkendir.
- Öyleyse, β bir denklik bağıntısıdır.
- b. Her bir denklik sınıfındaki bütün doğru ikilileri ya birbirine paraleldir, ya da birbiriyle çakışık tır.
- Böyle doğruların belirttiği özellik doğrultu terimiyle adlandırılır.

Etkinlik – 3.2

$\{d_1, d_2, d_3, d_4\}$, $\{d_5, d_6\}$, $\{d_9, d_{10}, d_{11}\}$, $\{d_7\}$, $\{d_8\}$ kümeleri 5 farklı doğrultu belirtir.

Etkinlik – 3.3

- a. $(\overline{AB}, \overline{AB}) \in \beta$ olacağı açıktır.
- Buna göre, β yansıyandır.
- $(\overline{AB}, \overline{CD}) \in \beta$ ise $(\overline{CD}, \overline{AB}) \in \beta$ olur. β simetrik tir.
- $(\overline{AB}, \overline{CD}) \in \beta$ ve $(\overline{CD}, \overline{EF}) \in \beta$ ise $(\overline{AB}, \overline{EF}) \in \beta$ olur. β geçişkendir.
- Öyleyse; β bir denklik bağıntısıdır.
- $(\overline{AB}, \overline{CD}) \in \beta$ ise $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ veya $\overline{AB} = \overline{CD}$ yazılır ve bu “ \overline{AB} yönlü doğru parçası \overline{CD} yönlü doğru parçasına eşitir.” diye okunur.
- β 'nın denklik sınıflarından her biri bir vektör belirtir. Her bir vektör, denklik sınıfının herhangi bir elemanı ile gösterilebilir. Vektörleri belirtmek için özel semboller de kullanılabilir.

Örneğin; $\{\overline{AB}, \overline{CD}, \dots, \overline{PR}, \dots\}$ denklik sınıfı

$\overline{AB}, \overline{CD}, \dots, \overline{PR}, \dots$ veya $\vec{a}, \vec{b}, \vec{v}, \dots$ sembollerinden biri ile gösterilebilir.

Buna göre; $\overline{AB} = \overline{CD}$ ise \overline{AB} ve \overline{CD} farklı yönlü doğru parçaları olsa bile, \vec{v} gibi aynı vektörü gösterirler.

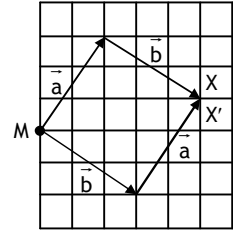
- b. Y kümesine girerek, eş yönlü doğru parçalarını aynı vektör torbasına koyup çıkarsak, elde ettiğimiz küme V kümesi olur.

Etkinlik 3.4

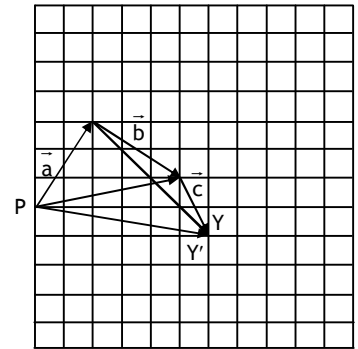
- a. $C(8, 2)$
- b. Kenarlar 3; yüz köşegenleri 6; cisim köşegenleri 4 olmak üzere 13 doğrultu.
- c. Köşeler $C(8, 2)$ kadar doğru parçası belirteceğinden $2 \cdot C(8, 2)$ kadar yönlü doğru parçası belirtebilirler.
- d. Belirtilen doğru parçalarından, aynı doğrultuda olanlar eşitir.
- Buna göre, doğrultu sayısının iki katı (bir doğrultuda iki farklı yön vardır.) kadar vektör belirtilebilir. $2 \cdot 13 = 26$ tane

Etkinlik – 3.5

- a. $\vec{a} + \vec{b} = \overline{MX}$
 $\vec{b} + \vec{a} = \overline{MX'}$
 $\overline{MX} = \overline{MX'}$
 X ve X' noktaları çakışıktır.



- b. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \overline{PY}$
 $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \overline{PY'}$
 $\overline{PY} = \overline{PY'}$ olup
 Y ve Y' çakışıktır.



c. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (Toplamda değişme öz.)
 $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (T. birleşme öz.)

d. $\overline{\overline{AA}} = \overline{\overline{BB}} = \dots = \vec{0}$
 $\overline{\overline{AA}}$ vektörünün uzunluğu sıfırdır.
Doğrultusu ve yönü belirsizdir.

Etkinlik -3.6

a. $\overline{\overline{AA}} + \overline{\overline{AB}} = \overline{\overline{AB}} \Rightarrow \vec{0} + \vec{v} = \vec{v}$ (2)

$$\overline{\overline{AB}} + \overline{\overline{BB}} = \overline{\overline{AB}} \Rightarrow \vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$$
 (3)

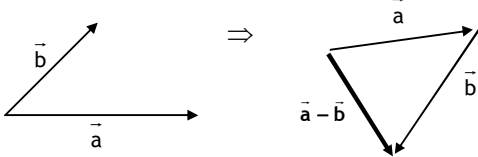
$$\vec{0} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$$
 (1)

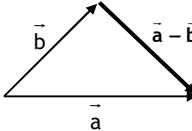
(2) ve (3)'ten; $\vec{0} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$ (1) elde edilir.

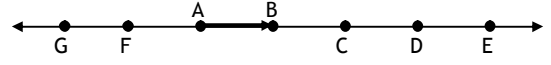
$\vec{0}$ toplama işleminin etkisiz (birim) elemanıdır.

b. $\overline{\overline{AB}} + \overline{\overline{BA}} = \overline{\overline{AA}}$
 $\Rightarrow \overline{\overline{AB}} = \overline{\overline{AA}} - \overline{\overline{BA}} \Rightarrow \overline{\overline{AB}} = \vec{0} - \overline{\overline{BA}}$
 $\Rightarrow \overline{\overline{AB}} = -\overline{\overline{BA}}$

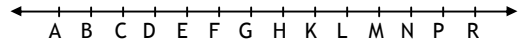
Etkinlik - 3.7

(1) 

(2)  $\vec{b} + (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}$

Etkinlik - 3.8

- $0 < k < 1$ ise; $P \in]AB[$
- $k = 1$ ise; P ile B çakışık
- $2 < k < 3$ ise; $P \in]CD[$
- $k = 4$ ise; P ile E çakışık
- $k = 0$ ise; P ile A çakışık
- $-1 < k < 0$ ise; $P \in]FA[$
- $k = -1$ ise; P ile F çakışık
- $-2 < k < -1$ ise; $P \in]GF[$

Etkinlik - 3.9

- a. 1. $\overline{\overline{AF}} + \overline{\overline{FD}} + \overline{\overline{DE}} = \overline{\overline{AE}} = \overline{\overline{GX}}_1 = \overline{\overline{X}}_2\overline{\overline{R}} = \overline{\overline{GM}} = \overline{\overline{LR}}$
 $\Rightarrow X_1$ ile M ve X_2 ile L çakışıktır.
2. $\overline{\overline{EK}} + \overline{\overline{FC}} + \overline{\overline{KN}} = \overline{\overline{BX}}_3 = \overline{\overline{X}}_4\overline{\overline{P}}$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\overline{\overline{BF}} + \overline{\overline{FC}} + \overline{\overline{CF}} = \overline{\overline{BF}} = \overline{\overline{KP}}$
 $\Rightarrow X_3$ ile F ve X_4 ile K çakışıktır.
3. $2\overline{\overline{KP}} + 3\overline{\overline{PM}} + \overline{\overline{HC}} = \overline{\overline{FX}}_5 = \overline{\overline{X}}_6\overline{\overline{C}}$
 $\overline{\overline{AB}} = \vec{u}$ diyelim.
 $2 \cdot 4\vec{u} + 3 \cdot (-2\vec{u}) + (-5\vec{u}) = \overline{\overline{FX}}_5 = \overline{\overline{X}}_6\overline{\overline{C}}$
 $\Rightarrow -3\vec{u} = \overline{\overline{FX}}_5 = \overline{\overline{X}}_6\overline{\overline{C}}$
 $\Rightarrow -3\vec{u} = \overline{\overline{FC}} = \overline{\overline{FC}}$
 $\Rightarrow X_5$ ile C ve X_6 ile F çakışıktır.
4. $2\overline{\overline{BF}} - 3\overline{\overline{EH}} - \overline{\overline{FC}} = \overline{\overline{KX}}_7 = \overline{\overline{X}}_8\overline{\overline{D}}$
 $\Rightarrow 2 \cdot 4\vec{u} - 3 \cdot 3\vec{u} - (-3\vec{u}) = \overline{\overline{KX}}_7 = \overline{\overline{X}}_8\overline{\overline{D}}$
 $\Rightarrow 2\vec{u} = \overline{\overline{KX}}_7 = \overline{\overline{X}}_8\overline{\overline{D}}$
 $\Rightarrow 2\vec{u} = \overline{\overline{KM}} = \overline{\overline{BD}}$
 $\Rightarrow X_7$ ile M ve X_8 ile B çakışıktır.

b. 1. $\vec{CK} + \vec{FM} + \vec{PH} = m \cdot \vec{KN}$

$$\Rightarrow 6\vec{u} + 5\vec{u} + (-5\vec{u}) = m \cdot 3\vec{u}$$

$$\Rightarrow 6\vec{u} = m \cdot 3\vec{u}$$

$$\Rightarrow 6 = 3m \Rightarrow m = 2$$

2. $\vec{BF} + \vec{FA} - \vec{EA} = m \cdot \vec{FD}$

$$\Rightarrow \vec{BF} + \vec{FA} + \vec{AE} = m \cdot \vec{FD}$$

$$\Rightarrow \vec{BE} = m \cdot \vec{FD}$$

$$\Rightarrow 3\vec{u} = m \cdot (-2\vec{u}) \Rightarrow m = \frac{-3}{2}$$

3. $3\vec{MF} + 2\vec{DK} + \vec{KF} = m \cdot \vec{PK}$

$$\Rightarrow 3 \cdot (-5\vec{u}) + 2 \cdot 5\vec{u} + (-3\vec{u}) = m \cdot (-4\vec{u})$$

$$\Rightarrow -8\vec{u} = m \cdot (-4\vec{u}) \Rightarrow m = 2$$

4. $4\vec{EM} + 3\vec{KF} - 2\vec{FN} + \vec{ND} = m \cdot \vec{CE}$

$$\Rightarrow 4 \cdot 6\vec{u} + 3 \cdot (-3\vec{u}) - 2(6\vec{u}) + (-8\vec{u}) = m \cdot 2\vec{u}$$

$$\Rightarrow -5\vec{u} = m \cdot 2\vec{u} \Rightarrow m = \frac{-5}{2}$$

Etkinlik - 3.10

$$|\vec{a}_1| = 4,$$

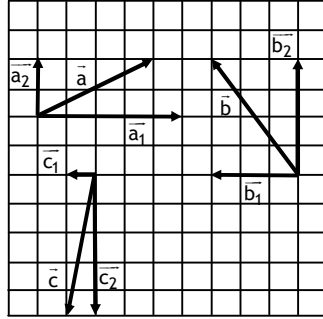
$$|\vec{a}_2| = 2,$$

$$|\vec{b}_1| = 3$$

$$|\vec{b}_2| = 4$$

$$|\vec{c}_1| = 1$$

$$|\vec{c}_2| = 5$$



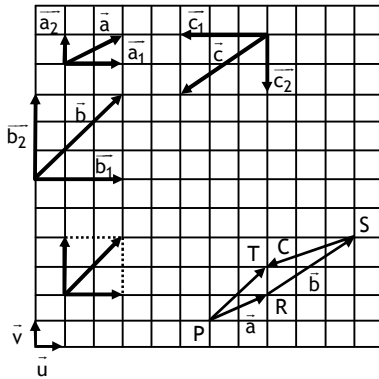
Etkinlik 3.11

a. Vektörlerin yatay ve dikey bileşenleri şekilde gösterilmiştir.

b. $\vec{MX} = 2\vec{u}$

$$\vec{MY} = 2\vec{v}$$

$$\vec{MX} = 2\vec{u} + 2\vec{v}$$



c. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{PR} + \vec{RS} + \vec{ST} = \vec{PT}$

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 2\vec{u} + 2\vec{v}$$

Etkinlik - 3.12

1. $\vec{AC} + \vec{DG} = \vec{AX}$

$$\vec{AC} = 5\vec{u} + \vec{v} \text{ ve}$$

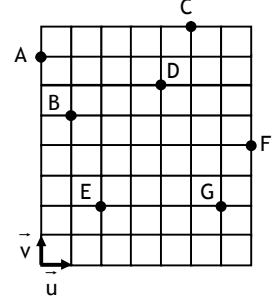
$$\vec{DG} = 2\vec{u} - 4\vec{v} \text{ ise}$$

$$\vec{AX} = 7\vec{u} - 3\vec{v} \text{ olur.}$$

A'dan yatay doğrultuda 7 birim,

düşey doğrultuda -3 birim gidilirse F'ye varılır.

$$\vec{AX} = \vec{AF} \text{ olup X ile F çakışiktir.}$$



2. $\vec{BE} + 2\vec{GF} = \vec{BY}$,

$$\vec{BE} = \vec{u} - 3\vec{v} \text{ ve } \vec{CF} = \vec{u} + 2\vec{v} \text{ ise}$$

$$\vec{BY} = (\vec{u} - 3\vec{v}) + 2(\vec{u} + 2\vec{v})$$

$$\Rightarrow \vec{BY} = 3\vec{u} + \vec{v} \text{ olur.}$$

$$\vec{BY} = \vec{BD} \text{ olup Y ile D çakışiktir.}$$

3. $\vec{AD} - 2\vec{DC} = \vec{AZ}$

$$\vec{AD} = 4\vec{u} - \vec{v} \text{ ve } \vec{DC} = \vec{u} + 2\vec{v} \text{ ise}$$

$$\vec{AZ} = (4\vec{u} - \vec{v}) - 2(\vec{u} + 2\vec{v})$$

$$\Rightarrow \vec{AZ} = 2\vec{u} - 5\vec{v} \text{ olur.}$$

$$\vec{AZ} = \vec{AE} \text{ olup Z ile E çakışiktir.}$$

4. $2\vec{AE} - \vec{DE} + \vec{EB} = \vec{BT}$,

$$\vec{AE} = 2\vec{u} - 5\vec{v}, \vec{DE} = -2\vec{u} - 4\vec{v}$$

$$\text{ve } \vec{EB} = -\vec{u} + 3\vec{v} \text{ ise}$$

$$\vec{BT} = 2(2\vec{u} - 5\vec{v}) - (-2\vec{u} - 4\vec{v}) + (-\vec{u} + 3\vec{v})$$

$$\Rightarrow \vec{BT} = 5\vec{u} - 3\vec{v} \text{ olur.}$$

$$\vec{BT} = \vec{BG} \text{ olup T ile G çakışiktir.}$$

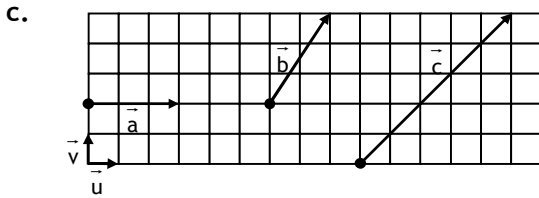
Etkinlik – 3.13

$$a. \vec{a} = k \cdot \vec{b} \Rightarrow |\vec{a}| = k \cdot |\vec{b}| \Rightarrow k = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$$

b. $m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $m\vec{u}$ ve $n\vec{v}$ vektörleri aynı doğrultuda olmayacağından $m\vec{u}$ ve $n\vec{v}$ vektörleri (m,n) 'nin $(0,0)$ 'dan farklı hiçbir değeri için eşit olamazlar.

$$(m,n) = (0,0) \text{ durumunda da } \vec{u} = \frac{n}{m} \vec{v} \text{ ya da}$$

$$\vec{v} = \frac{m}{n} \vec{u} \text{ eşitlikleri yazılamaz.}$$



$$\vec{a} = 3\vec{u}, \vec{b} = 2\vec{u} + 3\vec{v}, \vec{c} = 5\vec{u} + 5\vec{v}$$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

$$\Rightarrow 5\vec{u} + 5\vec{v} = x(3\vec{u}) + y(2\vec{u} + 3\vec{v})$$

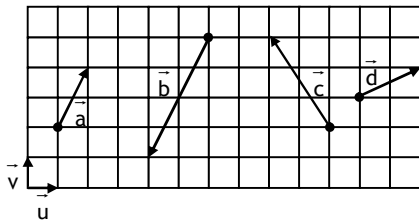
$$\Rightarrow 5\vec{u} + 5\vec{v} = (3x + 2y)\vec{u} + 3y\vec{v}$$

$$\Rightarrow 3x + 2y = 5, \quad 3y = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{9}; \quad y = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \vec{c} = \frac{5}{9}\vec{a} + \frac{5}{3}\vec{b}$$

$$\Rightarrow 5\vec{a} + 15\vec{b} - 9\vec{c} = 0$$

Etkinlik – 3.14

$$a. \vec{a} = \vec{u} + 2\vec{v}; \quad \vec{b} = -2\vec{u} - 4\vec{v};$$

$$\vec{c} = -2\vec{u} + 3\vec{v}; \quad \vec{d} = 2\vec{u} + \vec{v}$$

$$b. m_1\vec{a} + n_1\vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow m_1(\vec{u} + 2\vec{v}) + n_1(-2\vec{u} - 4\vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow (m_1 - 2n_1)\vec{u} + (2m_1 - 4n_1)\vec{v} = 0$$

$$\Rightarrow m_1 - 2n_1 = 0 \text{ ve } 2m_1 - 4n_1 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 = 2n_1$$

$m_1 = 2n_1$ eşitliğini sağlayan sınırsız sayıda (m_1, n_1) ikilisi yazılabileceği için \vec{a} ve \vec{b} doğrusal bağımlıdır.

$$n_1 = k \in \mathbb{R} \text{ dersek,}$$

$$(m_1, n_1) = (k, 2k) \text{ olur.}$$

$$k\vec{a} + 2k\vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} = -2\vec{b}$$

$$c. m_2\vec{c} + n_2\vec{d} = 0$$

$$\Rightarrow m_2(-2\vec{u} + 3\vec{v}) + n_2(2\vec{u} + \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow (-2m_2 + 2n_2)\vec{u} + (3m_2 + n_2)\vec{v} = 0$$

$$\Rightarrow -2m_2 + 2n_2 = 0 \text{ ve}$$

$$3m_2 + n_2 = 0$$

$$\Rightarrow m_2 = 0 \text{ ve } n_2 = 0$$

$(0,0)$ 'dan başka (m_2, n_2) ikilisi bulunmadığı için \vec{c} ve \vec{d} doğrusal bağımsızdır.

$$d. m_3\vec{a} + n_3\vec{b} + p_3\vec{c} = 0$$

$$\Rightarrow m_3(\vec{u} + 2\vec{v}) + n_3(-2\vec{u} - 4\vec{v}) + p_3(-2\vec{u} + 3\vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow (m_3 - 2n_3 - 2p_3)\vec{u} + (2m_3 - 4n_3 + 3p_3)\vec{v} = 0$$

$$\Rightarrow m_3 - 2n_3 - 2p_3 = 0 \text{ ve}$$

$$2m_3 - 4n_3 + 3p_3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_3 - 2n_3 - 2p_3 = 0 \\ 2m_3 - 4n_3 + 3p_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p_3 = 0 \text{ ve } m_3 = 2n_3$$

Bu son eşitlikleri sağlayan sınırsız sayıda

(m_3, n_3, p_3) üçlüsü yazılabileceği için $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri doğrusal bağımlıdır.

$$n_3 = k \in \mathbb{R} \text{ dersek } m_3 = 2k \text{ ve}$$

$$(m_3, n_3, p_3) = (2k, k, 0) \text{ olur.}$$

$$2k\vec{a} + k\vec{b} + 0 \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{b} + 0 \cdot \vec{c} \text{ yazılır.}$$

Burada kat sayısı sıfır olan \vec{c} vektörü \vec{a} ve \vec{b} türünden yazılamaz.

$$e. m_4 \vec{b} + n_4 \vec{c} + p_4 \vec{d} = 0$$

$$\Rightarrow m_4(-2\vec{u} - 4\vec{v}) + n_4(-2\vec{u} + 3\vec{v}) + p_4(2\vec{u} + \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2m_4 - 2n_4 + 2p_4 = 0 \\ -4m_4 + 3n_4 + p_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -m_4 - n_4 + p_4 = 0 \\ 4m_4 - 3n_4 - p_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3m_4 - 4n_4 = 0 \text{ olur.}$$

$$n_4 = 3k \text{ dersek, } m_4 = 4k \text{ ve } p_4 = 7k \text{ olur.}$$

$$4k\vec{b} + 3k\vec{c} + 7k\vec{d} = 0$$

$$\Rightarrow 4\vec{b} + 3\vec{c} + 7\vec{d} = 0 \text{ bulunur.}$$

$$\vec{b} = -\frac{3}{4}\vec{c} - \frac{7}{4}\vec{d},$$

$$\vec{c} = -\frac{4}{3}\vec{c} - \frac{7}{3}\vec{d} \text{ ve}$$

$$\vec{d} = -\frac{4}{7}\vec{b} - \frac{3}{7}\vec{c} \text{ yazılır.}$$

$$f. m_5 \vec{a} + n_5 \vec{b} + p_5 \vec{c} + r_5 \vec{d} = 0$$

$$\Rightarrow m_5(\vec{u} + 2\vec{v}) + n_5(-2\vec{u} - 4\vec{v}) + p_5(-2\vec{u} + 3\vec{v}) + r_5(2\vec{u} + \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_5 - 2n_5 - 2p_5 + 2r_5 = 0 \\ 2m_5 - 4n_5 + 3p_5 + r_5 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2m_5 + 4n_5 + 4p_5 - 4r_5 = 0 \\ 2m_5 - 4n_5 + 3p_5 + r_5 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 7p_5 - 3r_5 = 0$$

$$p_5 = 3k \text{ dersek; } r_5 = 7k \text{ olur.}$$

4 bilinmeyenli 2 denklem olduğundan, bir bilinmeyene daha keyfi değer verilebilir.

$$n_5 = t \text{ olsun.}$$

$$2m_5 - 4t + 9k + 7k = 0$$

$$\Rightarrow m_5 = 2t - 8k \text{ olur.}$$

$(m_5, n_5, p_5, r_5) = (2t - 8k, t, 3k, 7k)$ 4'lüsü sınırsız sayıda değer alabilir. Örneğin; $k = 1$ ve $t = 5$ için, $(m_5, n_5, p_5, r_5) = (2, 5, 3, 7)$ olur.

$2\vec{a} + 5\vec{b} + 3\vec{c} + 7\vec{d} = 0$ eşitliğinden her bir vektör diğerleri türünden yazılabilir.

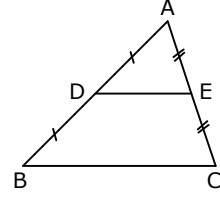
Etkinlik - 3.15

$$\vec{DE} = \vec{DA} + \vec{AE}$$

$$\Rightarrow \vec{DE} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

$$\Rightarrow \vec{DE} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AC})$$

$$\Rightarrow \vec{DE} = \frac{1}{2}\vec{BC} \text{ olur.}$$



Etkinlik - 3.16

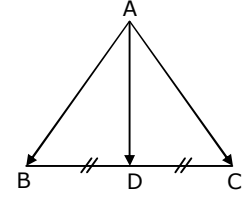
$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD}$$

$$\Rightarrow \vec{AD} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC}$$

$$\Rightarrow \vec{AD} = \vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AC})$$

$$\Rightarrow \vec{AD} = \vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

$$\Rightarrow \vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$$



Etkinlik - 3.17

$$\vec{FG} = \vec{FA} + \vec{AG}$$

$$\Rightarrow \vec{FG} = \frac{1}{3}\vec{BA} + \frac{3}{4}\vec{AC}$$

$$\Rightarrow \vec{FG} = \frac{1}{3}\vec{BA} + \frac{3}{4}(-\vec{BA} + \vec{BC})$$

$$\Rightarrow \vec{FG} = -\frac{9}{12}\vec{BA} + \frac{3}{4}\vec{BC}$$

Etkinlik - 3.18

$$a. \vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AB} + \vec{BF} \quad (1)$$

$$+ \vec{EF} = \vec{EC} + \vec{CD} + \vec{DF} \quad (2)$$

$$2\vec{EF} = \vec{AB} + \vec{CD}$$

$$\Rightarrow \vec{EF} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$$

