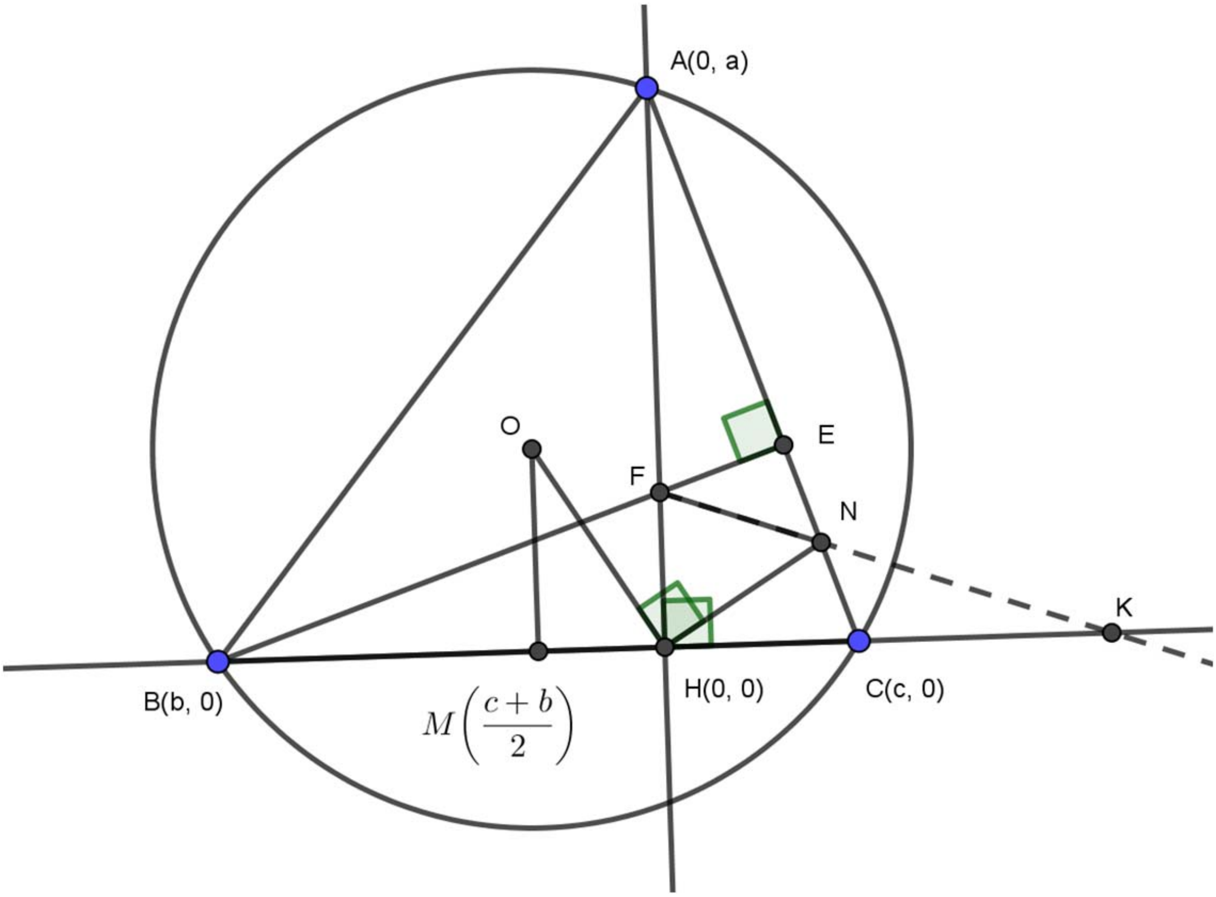
Özellik:

ABC üçgeninde O çevrel çemberin merkezi, F diklik merkezi olsun. H ve E dikme ayakları. [OH]⊥[HN] olmak üzere [FN∩BC={K} ise FBK üçgeni ikizkenardır.



İspat:

İspatı Analitik olarak yapacağız. Şekildeki gibi H(0, 0), A(0, a), B(b, 0) ve C(c, 0) olacak şekilde dik koordinat sistemine yerleştirilirse [BC] nin orta noktası $M\left(\frac{b+c}{2},0\right)$ olur.

AC doğrusunun eğimi $-\frac{a}{c}$ ve denklemi $y=-\frac{a}{c}(x-c)=-\frac{a}{c}x+a$ olur.

F noktası diklik merkezidie. |AH|=a, |HC|=c ve |BH|= – b olduğundan

$|FH|\cdot|AH|=|BH|\cdot|HC|$ olduğundan $|FH|=-\frac{bc}{a}$ yani $F\left(0,-\frac{bc}{a}\right)$ olur.

O noktasının koordinatlarını bulmak için Kenarların orta dikmelerinin kesim noktasının bulunması gerekir. [AC] nın orta noktası $\left(\frac{c}{2},\frac{a}{2}\right)$ ve bu noktadan [AC] na çizilen dikmenin denklemi $y-\frac{a}{2}=\frac{c}{a}\left(x-\frac{c}{2}\right)$ dir bu doğru ile [BC] nın orta dikmesi $x=\frac{b+c}{2}$ doğrusunun kesişme noktasının ordinatı $y=\frac{c}{a}\left(\frac{b+c}{2}-\frac{c}{2}\right)+\frac{a}{2}=\frac{a^2+bc}{2a}$ dan $O\left(\frac{b+c}{2},\frac{a^2+bc}{2a}\right)$ noktasıdır.

Buna göre OH doğrusunun eğimi $\dfrac{\frac{a^2+bc}{2a}}{\frac{b+c}{2}}=\frac{a^2+bc}{a(b+c)}$ olur. H noktasından OH doğrusuna çizilen dik doğrunun denklemi $y=-\frac{a(b+c)}{a^2+bc}x$ olur. Bu doğru ile AC doğrusunun kesişme noktası $-\frac{a}{c}x+a=-\frac{a(b+c)}{a^2+bc}$ den $x\left(\frac{1}{c}-\frac{b+c}{a^2+bc}\right)=1$ olur. Düzenlenirse

$x\left(\frac{a^2+bc-bc-c^2}{c(a^2+bc)}\right)=1$ den $x=\frac{a^2c+bc^2}{a^2-c^2}$ ve

$y\_-\frac{a}{c}\cdot\frac{c(a^2+bc)}{a^2-c^2}+a=\frac{-a^3-abc+a^3-ac^2}{a^2-c^2}=\frac{-ac(b+c)}{a^2-c^2}$ olur. Yani

$N\left(\frac{a^2c+bc^2}{a^2-c^2},\frac{-ac(b+c)}{a^2-c^2}\right)$ olur.

FB doğrusunun x ekseni ile yaptığı açımım ölçüsü α, olsun $\tan\alpha=\frac{|FH|}{|BH|}=\frac{-\frac{bc}{a}}{-b}=\frac{c}{a}$ olur.

FN doğrusun x ekseni ile yaptığı açının ölçüsü β olsun

$$\tan\beta=\frac{\frac{-ac(b+c)}{a^2-c^2}-\left(-\frac{bc}{a}\right)}{\frac{a^2c+bc^2}{a^2-c^2}-0}=\frac{\frac{-a^2bc-a^2c^2+a^2bc-bc^3}{a(a^2-c^2)}}{\frac{c(a^2+bc)}{a^2-c^2}}=\frac{-c^2\left(a^2+bc\right)}{ac\left(a^2+bc\right)}=-\frac{c}{a}$$ olur. Yani α ile β bütünlerdir. FBK üçgeninde β, K köşesindeki dış açının ölçüsüdür. Buna göre aynı köşede iç açının ölçüsü α olup m(FBK)=m(FKB olur ki nu da FBK üçheninin ikizkenar olması demektir.

Hatırlatma: Bir doğrunun eğimi x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantıdır.
Bu nedenle FN doğrusunun eğimi FBK üçgeninin K köşesindeki dış açının tanjantı olur.