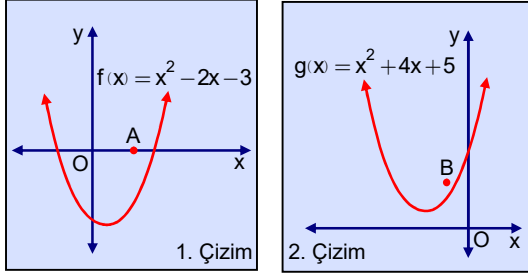


Problem (TMOZ'dan Esinlenme)

Sevgi,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x - 3 \text{ ve}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 + 4x + 5$$

fonksiyonlarının grafiklerini iki ayrı kağıda, farklı dik koordinat sistemlerinde çizmiştir.

f fonksiyonunun grafiğini çizdiği 1. çizimdeki koordinat sisteminde birim uzunluğu 2 cm; g fonksiyonunun grafiğini çizdiği 2. çizimdeki koordinat sisteminde birim uzunluğu 1 cm olarak almıştır.

Sevgi koordinat eksenlerini paralel tutarak, f'nin grafiğini çizdiği koordinat sistemindeki A(2,0) noktası ile g'nin grafiğini çizdiği koordinat sistemindeki B(-1,3) noktasını çakıştırıp bu iki grafiği aynı kağıda taşıyor.

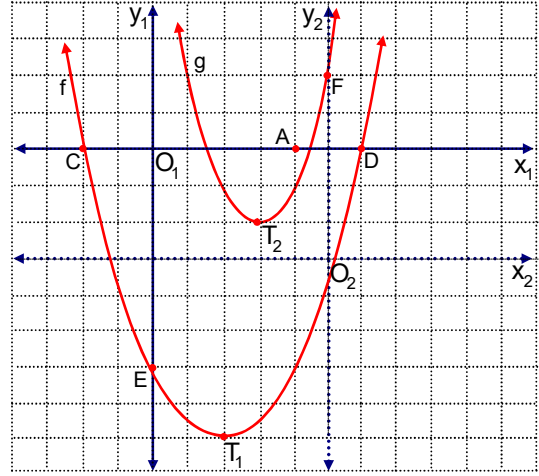
- Son durumda, parabollerin tepe noktaları arasındaki uzaklık kaç cm olur?
- Son durumda g parabolünün, f'nin çizildiği sistemdeki denklemini bulunuz.
- Son durumda f parabolünün, g'nin çizildiği sistemdeki denklemini bulunuz.

Siz Çözünüz

- f fonksiyonunun grafiği çizildikten sonra, koordinat eksenleri birim uzunluğun 1 cm olduğu bir koordinat sisteminin eksenleri ile çakıştırılsaydı, f fonksiyonunun denklemi ne olurdu?
- g fonksiyonunun grafiği çizildikten sonra, koordinat eksenleri birim uzunluğun 2 cm olduğu bir koordinat sisteminin eksenleri ile çakıştırılsaydı, g fonksiyonunun denklemi ne olurdu?

Kullanılabilecek bilgi

Tepe noktası (r,k) olan parabolün denklemi, $y = a(x-r)^2 + k$ olur.

Çözüm
a.

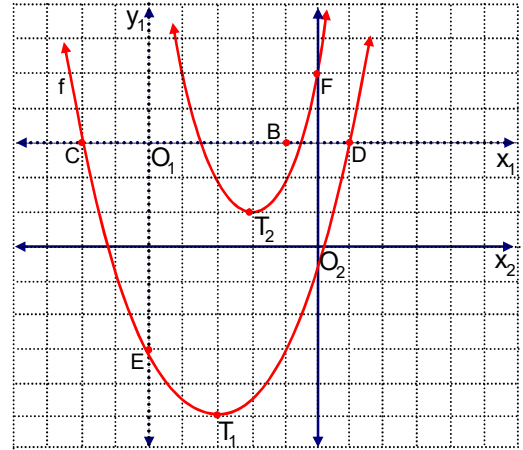
Şekildeki küçük karelerin kenarları birer cm'dir. A ve B noktalarının çakıştırılması sonucu yatay eksenler arasındaki uzaklık 3 cm, düşey eksenler arasındaki uzaklık 5 cm olur.

Parabollerin T_1 ve T_2 tepeleri arasındaki yatay uzaklığın 1 cm ve düşey uzaklığın 6 cm olduğu görülür.

$$|T_1T_2| = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37} \text{ cm bulunur.}$$

- x_1, y_1 sisteminde g parabolünün tepe noktası $T_2(3/2, -1)$ ve g üzerindeki bir nokta $F(5/2, 1)$ olur.

Bu bilgi ile $g(x) = 2(x - 3/2)^2 - 1$ bulunur.

c.

x_2, y_2 sisteminde f parabolünün tepe noktası $T_1(-3, -5)$ ve f üzerindeki bir nokta $D(1, 3)$ olur.

Bu bilgi ile $f(x) = 1/2(x + 3)^2 - 5$ bulunur.