

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

- ✓ Denklem ve eşitsizlikleri gerçek hayat durumlarını modellemede ve problem çözmede kullanır.
- ✓ Gerçek hayat durumlarını temsil eden sözel ifadelerdeki ilişkilerin cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri ile ilgili uygulamalar yapar.

Problemler – Tavsiye Edilen Süreleri

1. Sayı ve Kesir Problemleri – 4 ders saati
2. Yaş Problemleri – 4 ders saati
3. İşçi ve Havuz Problemleri – 6 ders saati
4. Yüzde Problemleri – 2 ders saati
5. Kâr ve Zarar Problemleri – 4 ders saati
6. Faiz Problemleri – 2 ders saati
7. Karışım Problemleri – 4 ders saati
8. Hareket Problemleri – 4 ders saati

⇒ Tavsiye Edilen Toplam Süre: 30 Ders Saati – 5 hafta

SAYI VE KESİR PROBLEMLERİ**ANAHTAR BİLGİ**

- Problem çözümlerinde önemli olan sorunun iyi anlaşılıp verilenler ve istenilenin belirlenmesidir.
- Verilenlerden faydalanarak istenilen durum için matematiksel ifade ya da denklem yazılmalıdır.
- Matematiksel İfade Etme

✓ Bir sayı x olsun. Bu sayının 3 fazlası: $x + 3$

✓ 2 katının 5 eksiği: $2x - 5$

✓ 4 eksiğinin 3 katı: $3 \cdot (x - 4)$

✓ Yarısının 1 fazlası: $\frac{x}{2} + 1$

✓ 2 fazlasının $\frac{3}{4}$ ü: $(x + 2) \cdot \frac{3}{4} = \frac{3x + 6}{4}$

✓ Sayı $\frac{1}{3}$ oranında artırılırsa: $x + \frac{x}{3} = \frac{4x}{3}$

✓ Sayı $\frac{1}{5}$ oranında eksiltirse: $x - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$

şeklinde yazılır.

Örnek 1:

Hangi sayının 3 katının 2 eksiği aynı sayının 6 fazlasına eşittir?

Çözüm:

Bu sayı x olsun. O halde,

$$3x - 2 = x + 6$$

$$2x = 8$$

$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sende:

Hangi sayının 4 eksiğinin 2 katı aynı sayının yarısının 1 fazlasına eşittir?

Çözüm:

Cevap: 6

Sıra Sende:

Bir toplulukta 16 erkek ve 10 bayan vardır. Bu topluluktan kaç evli çift ayrılırsa erkeklerin sayısı kadınların sayısının 3 katı olur?

Çözüm:

Cevap: 7

Örnek 2:

Toplamları 45 olan iki sayıdan biri diğerinin 2 katından 3 fazladır. Buna göre, büyük sayı kaçtır?

Çözüm:

I.Sayı :

$$x$$

II.Sayı:

$$2x + 3$$

$$x + 2x + 3 = 45$$

$$3x + 3 = 45$$

$$3x = 42$$

$$x = 14$$

Buna göre, büyük sayı: $2 \cdot 14 + 3 = 31$ dir.

Sıra Sende:

Toplamları 74 olan iki sayıdan biri diğerinin 3 katından 2 eksiktir. Buna göre, küçük sayı kaçtır?

Çözüm:

Cevap: 19

Örnek 3:

Bir kümeste bulunan tavuk ve tavşanların sayısı 25 tir. Bu hayvanların ayaklarının sayısı 64 olduğuna göre, kümeste kaç tane tavşan vardır?

Çözüm:

Kümeste bulunan tavşanların sayısı x olsun. O halde tavukların sayısı $25 - x$ tir.

Şimdi tüm ayakların sayısını veren bağıntıyı yazalım.

$$4x + 2.(25 - x) = 64$$

$$4x + 50 - 2x = 64$$

$$2x = 14$$

$$x = 7 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sende:

Bir kumbarada 10 kuruş ve 25 kuruşlardan oluşan 45 madeni para bulunmaktadır. Bu paraların toplam tutarı 7,5 TL olduğuna göre, 25 kuruşların sayısı kaçtır?

Çözüm:

Cevap: 20

Örnek 4:

Bir sınıftaki öğrenciler sıralara ikişerli otururlarsa 5 öğrenci ayakta kalıyor. Üçerli otururlarsa 2 sıra boş kalıyor. Buna göre, sınıfta kaç öğrenci vardır?

Çözüm:

Sınıftaki sıra sayısı x olsun.

İkişerli oturduklarında öğrenci sayısı: $2x + 5$ dir.

Üçerli oturduklarında öğrenci sayısı: $3.(x - 2)$ dir.

O halde bu iki ifade eşitlenirse,

$$2x + 5 = 3.(x - 2)$$

$$2x + 5 = 3x - 6$$

$$x = 11 \text{ bulunur.}$$

Yani sınıfta 11 tane sıra vardır.

Öğrenci sayısı: $2x + 5 = 2.11 + 5 = 27$ dir.

Sıra Sende:

Emre bir merdivenin basamaklarını üçer üçer çıkıp, ikişer ikişer iniyor. İnerken attığı adım sayısı çıkarken attığı adım sayısından 5 fazla olduğuna göre, bu merdiven kaç basamaklıdır?

Çözüm:

Cevap: 30

Örnek 5:

Mustafa bilyelerinin $\frac{2}{5}$ ini Serhat'a, $\frac{1}{3}$ ünü de Yusuf'a veriyor. Serhat, Yusuf'tan 3 bilye daha fazla aldığına göre, Mustafa'nın kaç bilyesi kalmıştır?

Çözüm:

$\frac{2}{5}$ ve $\frac{1}{3}$ kesirlerinin paydalarını 15 de eşitleyelim.

Buna göre,

$$\frac{2}{5} = \frac{2.3}{5.3} = \frac{6}{15} \quad (15 \text{ de } 6 \text{ sı})$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1.5}{3.5} = \frac{5}{15} \quad (15 \text{ de } 5 \text{ i})$$

Başlangıçta Mustafa'nın bilye sayısı $15x$ olsun.

Serhat'a $6x$, Yusuf'a $5x$ vermiştir.

Kendisine kalan ise $15x - (6x + 5x) = 15x - 11x = 4x$ tir.

$$6x - 5x = 3 \Rightarrow x = 3 \text{ olur.}$$

Mustafa'da kalan bilye sayısı: $4x = 4.3 = 12$ dir.

Örnek 6:

Caner gideceği yolun önce $\frac{1}{4}$ ünü sonra kalan yolun

$\frac{2}{3}$ ünü gidiyor. Caner'in gitmesi gereken 180 metre

daha yolu kaldığına göre, bu yolun tamamı kaç metredir?

Çözüm:

Kesirlerin paydaları olan 4 ve 3 ün en küçük ortak katı, ekok(4, 3) = 12 olduğundan yolun tamamına $12x$ diyelim. Önce tamamına $12x \cdot \frac{1}{4} = 3x$ gitmiştir.

Kalan $12x - 3x = 9x$ olur.

Sonra $9x \cdot \frac{2}{3} = 6x$ gider.

Kalan $9x - 6x = 3x$ tir.

$3x = 180 \Rightarrow x = 60$ olur.

Yolun tamamı: $12x = 12 \cdot 60 = 720$ metredir.

Sıra Sende:

Bir işçi maaşının $\frac{2}{5}$ ini ev kirasına, kalan parasının

$\frac{1}{4}$ ünü mutfak masrafına ayırınca geriye 810 TL si kaldığına göre, işçinin maaşı kaç TL dir?

Çözüm:

Cevap: 1800

Örnek 7:

4 yanlış 1 doğruyu götürdüğü 50 soruluk bir sınavda her doğru cevabın değeri 5 puandır. Bu sınavda 2 soruyu boş bırakan bir öğrenci 165 puan aldığına göre, kaç soruyu yanlış yapmıştır?

Çözüm:

x tane soruyu yanlış yapsın. Bu durumda soruya uygun denklem,

$$5 \cdot \left(48 - x - \frac{x}{4} \right) = 165 \text{ olur.}$$

$$48 - x - \frac{x}{4} = 33$$

$$15 = x + \frac{x}{4}$$

$$\frac{15}{1} = \frac{5x}{4}$$

$$5x = 60 \Rightarrow x = 12 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sende:

4 yanlışın bir doğruyu götürdüğü 40 soruluk bir sınavda her doğru cevabın değeri 5 puandır. Bu sınavda 6 soruyu boş bırakan bir öğrenci 120 puan aldığına göre, kaç soruyu doğru yapmıştır?

Çözüm:

Cevap: 26

Örnek 8:

Bir miktar para ile 5 defter ve 2 silgi ya da 2 defter ve 11 silgi alınmaktadır. Buna göre, bu para ile kaç tane silgi alınabilir?

Çözüm:

Bir defter x TL ve bir silgi y TL olsun. Buna göre,

$$5x + 2y = 2x + 11y$$

$$3x = 9y$$

$$x = 3y \text{ elde edilir.}$$

Yani 1 defterin fiyatı, 3 silginin fiyatına eşittir. O halde bu para ile 5 defter ve 2 silgi alındığından ve 5 defter; $5 \cdot 3 = 15$ silgi ettiğinden toplam, $15 + 2 = 17$ silgi alınabilir.

Sıra Sende:

Kadir parasının $\frac{2}{3}$ ü ile 7 kalem ve 5 silgi, kalan parasının $\frac{2}{5}$ i ile 1 kalem ve 3 silgi daha alıyor.

Buna göre, bir kalemin fiyatı ile kaç silgi alınabilir?

Çözüm:

Cevap: 5

Örnek 9:

Payı paydasından 3 fazla olan bir kesrin pay ve paydasına 2 eklenirse kesrin değeri $\frac{3}{2}$ oluyor. Buna göre, ilk kesrin payı ile paydasının toplamı kaçtır?

Çözüm:

Kesrin paydası x olsun. Payı $x + 3$ olur.

O halde, ilk kesir $\frac{x+3}{x}$ dir.

$$\frac{x+3+2}{x+2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x+5}{x+2} = \frac{3}{2}$$

$$3x + 6 = 2x + 10$$

$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

Paydası 4 ve payı 7 olacağından toplamı: $7 + 4 = 11$ bulunur.

Sıra Sende:

Payı paydasından 5 fazla olan bir kesrin payından 7 eksiltir ve paydasına 3 eklenirse kesrin değeri $\frac{1}{2}$ oluyor.

Buna göre, ilk kesrin payı ile paydasının toplamı kaçtır?

Çözüm:

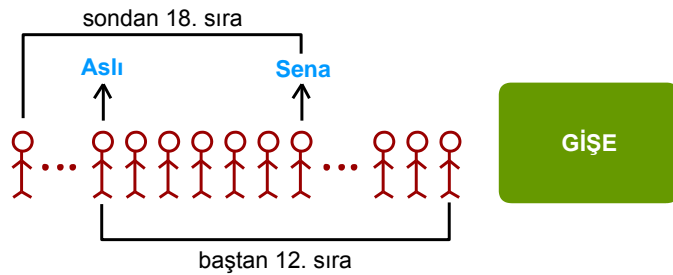
Cevap: 19

Örnek 10:

Bir bilet kuyruğunda Aslı baştan 12.sırada, Sena ise sondan 18.sıradadır. İkisinin arasında 5 kişi olduğuna göre, bilet kuyruğunda en az kaç kişi vardır?

Çözüm:

Kişi sayısının en az olması için Sena kuyrukta bilet satılan gişeye daha yakın olmalıdır.



Aslı, Sena ve aralarındaki 5 kişi iki kez sayıldığından bilet kuyruğunda en az; $12 + 18 - 7 = 23$ kişi vardır.

Sıra Sende:

Bir bilet kuyruğunda Cemre baştan 15. sırada, Semra ise sondan 24. sıradadır. Ayrıca ikisinin arasında 8 kişi vardır.

Buna göre bilet kuyruğunda bulunan kişi sayısı en az x , en fazla y olduğuna göre, $y - x$ farkı kaçtır?

Çözüm:

Cevap: 18

Örnek 11:

Bir miktar ceviz 12 çocuğa eşit olarak paylaşılıyor. Eğer 3 çocuk ceviz istemezse kalan her çocuğa ilk duruma göre 2 şer ceviz daha fazla düşüyor.

Buna göre, toplam kaç ceviz vardır?

Çözüm:

Başlangıçta her çocuk x tane ceviz alsın. Buna göre,

$$12x = 9 \cdot (x + 2)$$

$$12x = 9x + 18$$

$$3x = 18 \Rightarrow x = 6 \text{ olur.}$$

Yani ilk durumda 12 çocuğa 6 şar ceviz düştüğünden toplam ceviz sayısı, $12x = 12 \cdot 6 = 72$ dir.

Sıra Sende:

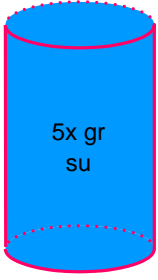
Bir miktar misket parkta oynayan 8 çocuğa eşit olarak paylaşılıyor. Eğer parka 4 çocuk daha gelirse her çocuğa ilk duruma göre 3 er misket eksik düşüyor. Buna göre, toplam kaç misket vardır?

Çözüm:

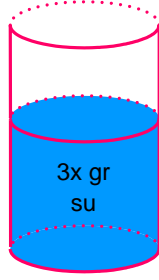
Cevap: 72

Örnek 12:

Tamamı su ile dolu bir kabın ağırlığı a gramdır. Kabın içindeki suyun $\frac{2}{5}$ i boşaltılınca kabın ağırlığı b gram olmaktadır. Buna göre, boş kabın ağırlığını a ve b türünden bulunuz?

Çözüm:

Kabin ağırlığı a gram



Kabin ağırlığı b gram

Kabin içinde 5x gram su bulunsun ve boş kabin ağırlığı y gram olsun.

Buna göre, $5x + y = a$ dır.

$$5x \cdot \frac{2}{5} = 2x \text{ olup } 5x - 2x = 3x \text{ su kaldığında}$$

$3x + y = b$ dir.

Bizden istenilen y olduğuna göre, x i yok etmeliyiz.

$$-3 / 5x + y = a$$

$$\underline{5 / 3x + y = b}$$

$$-15x - 3y = -3a$$

$$\underline{+ 15x + 5y = 5b}$$

$$2y = 5b - 3a \Rightarrow y = \frac{5b - 3a}{2} \text{ bulunur.}$$

Sıra Sende:

Tamamı su ile dolu bir kabin ağırlığı a gramdır. Kabin içindeki suyun $\frac{2}{3}$ ü boşaltılınca kabin ağırlığı b gram

olmaktadır. Buna göre, boş kabin ağırlığını a ve b türünden bulunuz.

Çözüm:

$$\text{Cevap: } \frac{3b - a}{2}$$

Örnek 13:

Bir telin bir ucundan x cm kesilirse telin orta noktası 5 cm, y cm kesilirse telin orta noktası 7 cm kayıyor, Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

Çözüm:

5 cm kaymanın olması için telin bir ucu 10 cm kesilmeli, 7 cm kaymanın olması için 14 cm kesilmelidir.

Buna göre, $x = 10, y = 14$ olup $x + y = 10 + 14 = 24$ tür.

NOT: Bir telin bir ucundan 2x cm kesilirse, telin orta noktası x cm kayar.

Sıra Sende:

Bir telin bir ucundan x cm kesilirse telin orta noktası 3 cm, y cm kesilirse telin orta noktası 5 cm kayıyor. Buna göre, x + y kaçtır?

Çözüm:**Cevap: 16****Örnek 14:**

Önce 6 adım ileri sonra 2 adım geri giderek ilerleyen bir robotun başladığı noktadan 41 adım uzaklaştığı bilinmektedir. Buna göre en az attığı adım sayısı x, en fazla attığı adım sayısı y olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

Çözüm:

Robot 6 adım ileri 2 adım geri atarak başladığı noktadan 4 adım uzaklaşmış olur. O halde 8 adımda 4 adım ilerliyor.

Bu durumda 72 adımda 36 adım ilerler. Yani 6 ileri ve 2 geri tamamlanmış oldu. (72, 8 in katı olduğundan) Bundan sonra 6 ileri gideceği için,

$72 + 5$ adımda $36 + 5$ yani 77 adımda 41 adım ilerlemiş olur. O halde $x = 77$ dir.

80 adımda 40 adım ilerleyeceğinden, 81 inci adımda 41 adım ilerlemiş olur. O halde $y = 81$ dir.

Buradan $x + y = 77 + 81 = 158$ bulunur.

Sıra Sende:

Önce 5 adım ileri sonra 2 adım geri hareket ederek ilerleyen bir robotun başladığı noktadan 22 adım uzaklaştığı bilinmektedir.

Buna göre, en az attığı adım sayısı x, en fazla attığı adım sayısı y olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?



Çözüm:**Cevap: 96****Örnek 15:**

Ersin bir kitabı her gün bir önceki günden 3 sayfa daha fazla okuyarak 5 günde bitiriyor. Ersin, 2. günün sonunda kitabın $\frac{1}{5}$ nin 1 fazlası kadar sayfa okuduğuna göre, kitap kaç sayfadır?

Çözüm:

İlk gün x sayfa okusun.

2. gün $x + 3$, 3. gün $x + 6$, 4. gün $x + 9$, 5. gün $x + 12$ sayfa okur.

Buna göre, ilk iki gün $2x + 3$ sayfa, 5 günde ise toplam $5x + 30$ sayfa okur. Verilen bağıntı yazılırsa,

$$2x + 3 = \frac{5x + 30}{5} + 1 \text{ elde edilir. Buradan,}$$

$$2x + 3 = \frac{5(x + 6)}{5} + 1$$

$$2x + 3 = x + 7 \Rightarrow x = 4 \text{ bulunur.}$$

Kitabın tamamı $5 \cdot 4 + 30 = 20 + 30 = 50$ sayfadır.

Sıra Sende:

Tuğçe bir kitabı her gün bir önceki günden 5 sayfa daha fazla okuyarak 7 günde bitiriyor.

Tuğçe'nin 6. günde okuduğu sayfa sayısı kitabın toplam sayfa sayısının $\frac{1}{5}$ i olduğuna göre, kitap kaç sayfadır?

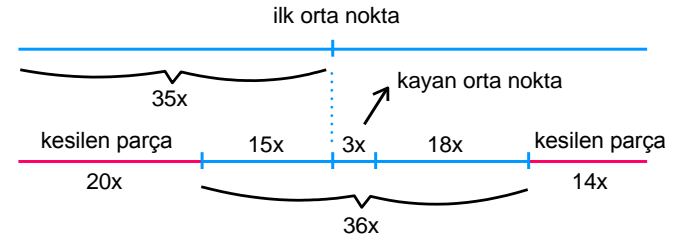
Çözüm:**Cevap: 175****Örnek 16:**

Bir telin bir ucundan $\frac{2}{7}$ si, diğer ucundan $\frac{1}{5}$ i kesilir-

se telin orta noktası ilk durumuna göre 6 cm kayıyor. Buna göre, telin ilk boyu kaç cm dir?

Çözüm:

Telin boyu $70x$ cm olsun. O halde orta noktası başlangıçtan $35x$ cm uzaklıktadır.



$$\frac{70x \cdot 2}{7} = 20x, \quad \frac{70x \cdot 1}{5} = 14x \text{ kesilen parçalardan}$$

sonra telin boyu $36x$ cm olur.

Buna göre telin yeni orta noktası $18x$ olup,

$18x - 15x = 3x$ cm kayma olmuştur.

$3x = 6 \Rightarrow x = 2$ ve telin boyu $70x = 70 \cdot 2 = 140$ cm dir.

Sıra Sende:

Bir telin bir ucundan $\frac{2}{9}$ u, diğer ucundan $\frac{1}{6}$ si kesilir-

se telin orta noktası ilk durumuna göre 4 cm kayıyor.

Buna göre, telin ilk boyu kaç cm dir?

Çözüm:**Cevap: 144****Örnek 17:**

Bir otobüse 3 kadın binerse yolcuların $\frac{2}{5}$ i kadın olu-

yor. Eğer otobüsten 12 erkek inseydi yolcuların $\frac{1}{2}$ si

erkek olacaktı. Buna göre, ilk durumda otobüste kaç kadın vardır?

Çözüm:

	Kadın	Erkek	Toplam
İlk durum	$2x - 3$	$3x$	$5x - 3$
3 kadın binerse	$2x$	$3x$	$5x$
12 erkek inerse	$2x - 3$	$3x - 12$	$5x - 15$

$$3x - 12 = \frac{5x - 15}{2} \Rightarrow 6x - 24 = 5x - 15 \Rightarrow x = 9$$

O halde, ilk durumdaki kadın yolcu sayısı:

$$2x - 3 = 2 \cdot 9 - 3 = 18 - 3 = 15 \text{ tir.}$$

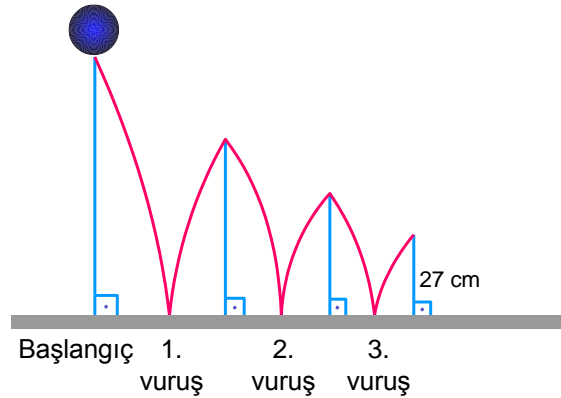
Sıra Sende:

Bir otobüse 5 kadın binerse yolcuların $\frac{1}{4}$ ü kadın oluyor. Eğer otobüsten 1 erkek inseydi otobüsteki kadın sayısı erkek sayısının $\frac{1}{5}$ i olacaktı.

Buna göre, ilk durumda otobüste kaç yolcu vardır?

Çözüm:**Cevap: 43****Örnek 18:**

Belirli bir yükseklikten bırakılan bir top yere her vuruşunda bir önceki düşüş yüksekliğinin $\frac{3}{5}$ i kadar yükselmektedir. Top yere üçüncü vuruşundan sonra 27 cm yükseldiğine göre, başlangıçta kaç cm yükseklikten bırakılmıştır?

Çözüm:

Top $250x$ yükseklikten bırakılmış olsun.

$$1. \text{ vuruştan sonra } \frac{250x \cdot 3}{5} = 150x \text{ cm,}$$

$$2. \text{ vuruştan sonra } \frac{150x \cdot 3}{5} = 90x \text{ cm,}$$

$$3. \text{ vuruştan sonra } \frac{90x \cdot 3}{5} = 54x \text{ cm}$$

yükselir.

$$54x = 27 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

O halde top başlangıçta $250x = 250 \cdot \frac{1}{2} = 125$ cm yükseklikten bırakılmıştır.

Sıra Sende:

Belirli bir yükseklikten bırakılan bir top yere her vuruşunda bir önceki düşüş yüksekliğinin $\frac{3}{4}$ ü kadar yükselmektedir. Top yere üçüncü vuruşundan sonra 54 cm yükseldiğine göre, başlangıçta kaç cm yükseklikten bırakılmıştır?

Çözüm:**Cevap: 128**