

1. Birbirinden farklı a, b ve c doğal sayıları için

$$\frac{6^a \cdot 15^b}{9^b \cdot 10^c}$$

ifadesi bir tam sayıya eşittir.

Buna göre; aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $a < b < c$     B)  $b < a < c$     C)  $b < c < a$   
D)  $c < a < b$     E)  $c < b < a$

### Çözüm

Üsleri daha kolay karşılaştırabilmek için, tabanları asal çarpanlarına ayırırım:

$$\frac{6^a \cdot 15^b}{9^b \cdot 10^c} = \frac{2^a \cdot 3^a \cdot 3^b \cdot 5^b}{3^b \cdot 3^b \cdot 2^c \cdot 5^c} = \frac{2^a \cdot 3^a \cdot 5^b}{2^c \cdot 3^b \cdot 5^c} \in \mathbb{Z}$$

Paydanın 1 olabilmesi için

$$(c < a) \wedge (b < a) \wedge (c < b) \Rightarrow c < b < a$$

olması gerekir.

**Yanıt E**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Sorunun çözümü, "Asal sayılar", "Üslü sayılar" ve "Eşitsizlik" konularındaki temel bilgileri gerektirir.

Sorunun zorluk düzeyi, "kolay" sayılır.

### Siz Çözünüz – 1

I. Birbirinden farklı a, b ve c doğal sayıları için

$$\frac{12^a \cdot 14^b}{(-4)^c \cdot (-22)^a}$$

ifadesi bir tam sayıya eşit olduğuna göre; a, b ve c sayıları kaç değişik biçimde sıralanabilir?

II. a ve b pozitif tam sayıları,

$$96 \cdot a = 5 \cdot b^3$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Eşitliği sağlayan en küçük a ve b sayıları için a + b toplamı kaçtır?

2. p ve r birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere,

$$180 \cdot r$$

sayısı p sayısının bir tam katıdır.

Buna göre; p asal sayısı aşağıdaki sayılardan hangisini kesinlikle tam böler?

- A)  $12 \cdot r$     B)  $18 \cdot r$     C)  $20 \cdot r$   
D)  $30 \cdot r$     E)  $45 \cdot r$

### Çözüm

$$\frac{180 \cdot r}{p} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot r}{p} \in \mathbb{N} \text{ olmalıdır.}$$

$p = 2$ ,  $p = 3$  veya  $p = 5$  olabilir.

Bu da; p'nin,  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot r = 30 \cdot r$  'yi kesinlikle bölebileceğini gösterir.

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Sorunun konusu, "Asal sayı kavramı" dır.

Çözümü, Lise matematiğinin temel bilgileri ile yapılabilecek temel yorumları gerektirir.

Sorunun zorluk düzeyi, "kolay" sayılır.

### Siz Çözünüz – 2

p, r ve s birbirinden farklı asal sayılardır.

$60 \cdot r$  ve  $126 \cdot s$  sayıları p sayısının birer tam katıdır.

Buna göre; aşağıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

- a. p asal sayısı  $r \cdot s$  sayısını tam bölebilir.  
b. p asal sayısı  $70 \cdot r$  sayısını tam bölebilir.  
c. p asal sayısı  $30 \cdot s$  sayısını tam bölebilir.  
d. p asal sayısı  $33 \cdot r \cdot s$  sayısını tam bölebilir.  
e. p asal sayısı  $35 \cdot r \cdot s$  sayısını tam bölebilir.  
f. p asal sayısı  $210 \cdot r$  sayısını kesinlikle tam böler.  
g. p asal sayısı  $1470 \cdot r \cdot s$  sayısını kesinlikle tam böler.

3. x ve y pozitif gerçel sayılar olmak üzere;

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 8 \\ 2x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $x \cdot y$  çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

### Çözüm

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 8 \\ 2x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} -2/ \quad x^2 + 3y^2 = 8 \\ + \quad 2x^2 + y^2 = 6 \\ \hline -5y^2 = -10 \end{array}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{2} \text{ ve } x = \sqrt{2} \Rightarrow x \cdot y = 2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt A**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Sorunun çözümü, “İki bilinmeyenli denklemler” konusundaki temel bilgilere dayanır.

Sorunun zorluk düzeyi, “kolay” sayılır.

### Siz Çözünüz – 3

I. x ve y gerçel sayılar olduğuna göre,

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 13 \\ 2x + y^2 = 6 \end{cases}$$

denklemler sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

II. x ve y gerçel sayılar olduğuna göre,

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 13 \\ 2x^2 + y = 0 \end{cases}$$

denklemler sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

4. m ve n pozitif tam sayılar olmak üzere;

$$EBOB(m,n) + EKOK(m,n) = 289 \text{ ve}$$

$$m + n \neq 289$$

olduğu biliniyor.

Buna göre;  $m + n$  toplamı kaçtır?

- A) 41 B) 43 C) 45 D) 47 E) 49

### Çözüm

$$EBOB(m,n) = b \text{ olsun.}$$

x ve y aralarında asal olmak üzere,

$$m = x \cdot b \text{ ve } n = y \cdot b \text{ diyebiliriz.}$$

Bu durumda;  $EKOK(m,n) = x \cdot y \cdot b$  olur.

$$EBOB(m,n) + EKOK(m,n) = 289$$

$$\Rightarrow b + x \cdot y \cdot b = 289 \Rightarrow b \cdot (1 + x \cdot y) = 289$$

$$\Rightarrow b = 1 \text{ ve } x \cdot y = 288 = 3^2 \cdot 2^5$$

$x = 1$  ve  $y = 288$  değerleri bu eşitliği sağlar;

$m = 1$  ve  $n = 288$  olup  $m + n = 289$  bulunur.

Ancak; bu istenmemektedir.

$$b = 1 \text{ ve } x \cdot y = 288 = 3^2 \cdot 2^5$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ ve } y = 32 \Rightarrow x + y = 41 \text{ bulunur.}$$

$$b = 17 \text{ iken de } x = 1 \text{ ve } y = 16 \text{ olur.}$$

$$m + n \neq 289 \text{ koşulu sağlanmaz.}$$

**Yanıt A**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Sorunun “ebob, ekok” konusundaki bilgilere dayandırıldığı açıktır.

Sorunun zorluk düzeyi, “orta” sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 4

a ile b doğal sayıları için,

$$EKOK(a,b) = 840 \text{ ve } 2a = 3b$$

olduğuna göre;

$a + b$  toplamı kaçtır?

5. a, b, c ve d gerçel sayılar olmak üzere;

$$\left. \begin{array}{l} ax^2 + bx + 12 \geq 0 \\ cx^2 + dx + 24 \leq 0 \end{array} \right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulmak için aşağıdaki tablo yapılarak çözüm kümesi  $[-2, -1] \cup [4, 6]$  olarak bulunuyor.

x	$-\infty$	-2	-1	4	6
			○	○	
		○			○
Ortak çözüm kümesi					

Buna göre; a + b + c + d toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

### Çözüm

Köklerin çarpımının negatif olduğu görülürse;

$$-1 \cdot 4 = \frac{24}{c} \Rightarrow c = -6,$$

$$-1 + 4 = \frac{-d}{c} \Rightarrow d = 18,$$

$$-2 \cdot 6 = \frac{12}{a} \Rightarrow a = -1 \text{ ve}$$

$$-2 + 6 = \frac{-b}{a} \Rightarrow b = 4 \text{ bulunur.}$$

$$a + b + c + d = -1 + 4 - 6 + 18 = 15 \text{ olur.}$$

**Yanıt A**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Eşitsizlik bilgileri"ni, "İkinci derece denkleminde köklerle kat sayılar arasındaki ilişkiler"i sorgulamaktadır.

a ile c'nin işaretlerinin negatif olduğu görülürse gerisi kolay gelir.

Sorunun zorluk düzeyi, "orta" ya da "orta üstü" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 5

I. a, b, c ve d gerçel sayılar olmak üzere;

$$\left. \begin{array}{l} ax^2 + bx + 12 \geq 0 \\ cx^2 + dx - 36 \leq 0 \end{array} \right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulmak için aşağıdaki tablo yapılarak çözüm kümesi  $[-2, 1] \cup [4, 6]$  olarak bulunuyor.

x	$-\infty$	-2	1	4	6
			○	○	
		○			○
Ortak çözüm kümesi					

Buna göre; a + b + c + d toplamının alabileceği değerleri bulunuz.

II. a, b, c ve d gerçel sayılar olmak üzere;

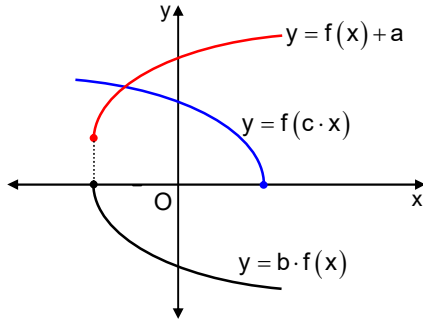
$$\left. \begin{array}{l} ax^2 + bx + 12 \geq 0 \\ cx^2 + 6x + d \leq 0 \end{array} \right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulmak için aşağıdaki tablo yapılarak çözüm kümesi  $[-4, -2] \cup [-1, 3]$  olarak bulunuyor.

x	$-\infty$	-4	-2	-1	3
			○	○	
		○			○
Ortak çözüm kümesi					

Buna göre; a + b + c + d toplamı kaçtır?

6. a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere; dik koordinat sisteminde  $f(x)+a$ ,  $b \cdot f(x)$  ve  $f(c \cdot x)$  fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Buna göre; a, b ve c sayılarının işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, -      B) +, -, +      C) +, -, -  
D) -, +, +      E) -, -, +

### Çözüm

#### I. yol

Verilen grafikte  $f(x)+a$  fonksiyonunun,  $b \cdot f(x)$  fonksiyonunun x eksenine göre simetrisinin y ekseninin pozitif yönünde a birim ötelenmiş olduğu;

$f(c \cdot x)$  fonksiyonunun da,  $-b \cdot f(x)$  fonksiyonunun y eksenine göre simetriği olduğu varsayılabilir.

Böyle yorumlandığında;

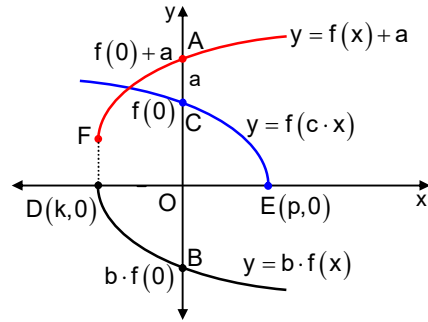
$$f(x)+a = -b \cdot f(x)+a \Rightarrow f(x) = -b \cdot f(x) \\ \Rightarrow b = -1;$$

$$f(c \cdot x) = -b \cdot f(-x) \Rightarrow c = -1 \text{ bulunur.}$$

a pozitif, b ve c negatiftir.

Bu çözüm yolu, bir test sınavında kullanılabilir. Ancak; özel bir durumla ilgili yargılarla genel durumu açıklamak, sağlıklı bir çözüm yolu değildir.

#### II. yol



$f(x)+a$ ,  $b \cdot f(x)$ ,  $f(c \cdot x)$  fonksiyonları y eksenini A, B, C noktalarında kessin.

$b \cdot f(x)$  ve  $f(c \cdot x)$  fonksiyonlarının x eksenine kestiği noktalar  $D(k, 0)$  ve  $E(p, 0)$  olsun.

$A(0, f(0)+a)$ ,  $B(0, b \cdot f(0))$  ve  $C(0, f(0))$  olur.

$$f(0)+a - f(0) = a > 0;$$

$$f(0) > 0 \text{ ve } b \cdot f(0) < 0 \Rightarrow b < 0$$

olduğu görülür.

$$b \cdot f(x) \leq 0 \text{ ve } b \cdot f(k) = 0 \Rightarrow f(k) = 0;$$

$k < 0$  ve  $p > 0$  olduğu şekilden görülmektedir.

$$f(k) = f(c \cdot p) = 0 \Rightarrow k = c \cdot p \Rightarrow c < 0 \text{ olur.}$$

a pozitif, b ve c negatiftir.

**Yantı C**

#### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Fonksiyonların grafikleri" ve "Fonksiyonlarda dönüşümler" konularındaki ilk bilgiler üzerine kurulmuştur.

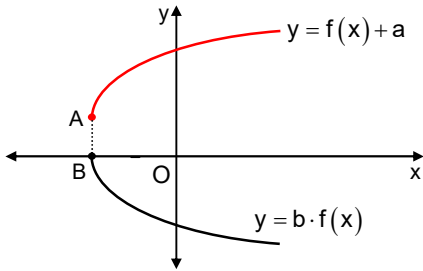
I. yoldaki "özel duruma indirgeme" önerimizle yaklaşıldığında, soru "kolay"dır.

Ancak; tam çözüme girilirse, zamana karşı bir sınavda "orta üstü" sayılır.

**Siz Çözünüz – 6**

I. a ve c gerçel sayılar olmak üzere; dik koordinat sisteminde  $f(x)+a$  ve  $b \cdot f(x)$  fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.

A ve B noktalarının apsisi eşittir.

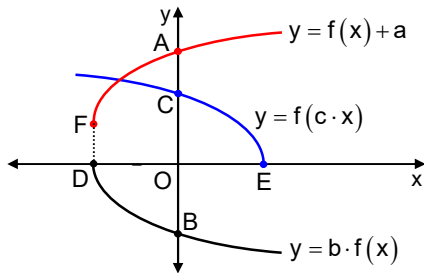


Buna göre; A noktasının ordinatının a olduğunu gösteriniz.

II. a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere; dik koordinat sisteminde  $f(x)+a$ ,  $b \cdot f(x)$  ve  $f(c \cdot x)$  fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.

Fonksiyonların eksenleri kestiği noktalar A, B, C, D, E ile gösterilmiştir.

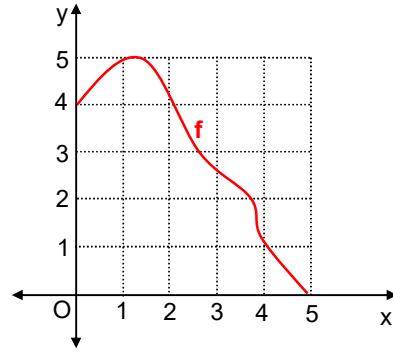
$f(x)+a$  fonksiyonunun uç noktası F'dir.



Buna göre; aşağıdakilerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- a.  $|AC| = |FD|$                       b.  $|OB| > |OC|$   
c.  $|DO| + c \cdot |OE| = 0$             d.  $|AO| = |BC|$   
e.  $|AO| > |OB|$                       f.  $|OC| > |CA|$

7. Dik koordinat düzleminde  $[0,5]$  kapalı aralığında tanımlı  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



$(f \circ f \circ f)(x)$  fonksiyonu en büyük değerini  $x = a$  noktasında aldığına göre; a sayısı aşağıdaki açık aralıkların hangisindedir?

- A) (0,1)                      B) (1,2)                      C) (2,3)  
D) (3,4)                      E) (4,5)

**Çözüm**

Fonksiyonun grafiğinden yararlanarak,

$$\begin{aligned} (f \circ f \circ f)(a) &= f((f \circ f)(a)) = 5 \\ \Rightarrow 1 < (f \circ f)(a) < 2 \\ \Rightarrow 1 < f(f(a)) < 2 \\ \Rightarrow 3 < f(a) < 4 \\ \Rightarrow 2 < a < 3 \quad \text{bulunur.} \end{aligned}$$

**Yanıt C**

**Sorunun konusu ve zorluk düzeyi**

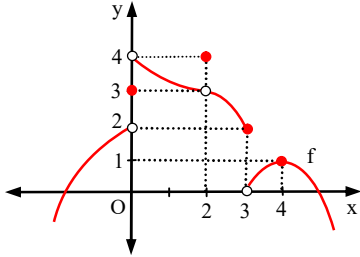
Soru "Bileşke fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri" konusundaki bilgileri yoklamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi, "orta" sayılabilir.

**Siz Çözünüz – 7**

I. R'den R'ye f fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.

Sürekli eğri parçaları, düşey eksenli parabol parçalarıdır.



Buna göre,  $(f \circ f \circ f \circ f)(2)$  değeri hangi ardışık iki tam sayı arasındadır?

II. R'den R'ye f, g ve h fonksiyonları için

$$(g \circ f)(x) = 5 - 6x,$$

$$(h \circ f)(x) = 2x + 1 \text{ ve}$$

$$h(3) = 5$$

olarak verilmiştir.

Buna göre;  $g(3)$  değeri kaçtır?

III. R'den R'ye f ve g fonksiyonları

$$f(x) = 2x - 3 \text{ ve } g(x) = 3x - 2$$

kuralları ile verilmiştir.

$$(f \circ g)(a) = (g \circ f)(2a) \text{ ise; } a \text{ kaçtır?}$$

IV. R'den R'ye f ve g fonksiyonları

$$f(x) = 2x - 7 \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} x + 4, & x < 1 \text{ ise} \\ 2x, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

$(f \circ g)(a) = (g \circ f)(a)$  ise; a sayısı aşağıdaki aralıklardan hangisindeki?

- A)  $[-2, -1)$       B)  $[-1, 0)$       C)  $[0, 1)$   
D)  $[1, 2)$       E)  $[2, 3)$

8. İki basamaklı bir AB doğal sayısı ile ilgili

p: AB sayısı çifttir.

q: AB sayısı asaldır.

$$r: A + B = 11$$

önergeleri veriliyor.

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q' \wedge r)$$

önergeleri doğru olduğuna göre,

A · B çarpımı kaçtır?

- A) 18    B) 20    C) 24    D) 28    E) 30

**Çözüm**

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q' \wedge r) \equiv 1$$

$$\Rightarrow [(p \Rightarrow q) \equiv 1] \wedge [(q' \wedge r) \equiv 1] \text{ olmalıdır.}$$

p doğru ise q yanlıştır. Bu durumda;  $p \Rightarrow q$  önermesinin doğru olması için p önermesi yanlıştır olmalıdır.

Öyleyse; verilen bileşik önermenin doğru olması için p yanlıştır, q yanlıştır, r doğru olmalıdır:

AB tektir; AB asal değildir;  $A + B = 11$ 'dir.

$$AB = 65 \Rightarrow A \cdot B = 30 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt E**

**Sorunun konusu ve zorluk düzeyi**

Soruda, "Mantık" ile "Asal sayılar" birlikte sorgulanmıştır.

Sorunun zorluk düzeyi, "orta" sayılabilir.

**Siz Çözünüz – 8**

$$p: x^2 = 4,$$

$$q: x = 2 \text{ ve}$$

$$r: (x + 2) \cdot (x - 1) = 0$$

önergeleri veriliyor.

$(p \Rightarrow q) \wedge r$  önermesini doğru yapan x gerçel sayılarının kümesi kaç elemanlıdır?

9.  $x^2 - 2x + c = 0$

denkleminin diskriminantı aynı zamanda bu denklemin bir kökü olduğuna göre,  $c$  gerçel sayısının alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 4    D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{1}{4}$

### Çözüm

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c = 4 - 4c$$

$x^2 - 2x + c = 0$  denkleminin köklerinden biri  $4 - 4c$  ise, bu kök denklemi sağlar:

$$(4 - 4c)^2 - 2(4 - 4c) + c = 0 \\ \Rightarrow 16c^2 - 23c + 8 = 0 \text{ olur.}$$

Elde ettiğimiz denklemin gerçel kökleri vardır.

Bu köklerin çarpımı da,  $c_1 \cdot c_2 = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$  bulunur.

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "İkinci dereceden denklemler" konusunun temel bilgilerini sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi, "ortanın altı" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 9

$a$  ile  $b$ , sıfırdan ve birbirinden farklı gerçel sayılar olmak üzere,

I.  $x^2 + ax + b = 0$ ,

II.  $x^2 + bx + a = 0$

denklemleri veriliyor.

Bu denklemlerin birer kökleri ortaktır.

Denklemlerin farklı köklerinin toplamı kaçtır?

10. Gerçel katsayılı ve dördüncü dereceden olan bir  $P(x)$  polinomu, her  $x$  gerçel sayısı için  $P(x) \geq x$  eşitsizliğini sağlıyor.

$$P(1) = 1$$

$$P(2) = 4$$

$$P(3) = 3$$

olduğuna göre,  $P(4)$  kaçtır?

- A) 20    B) 22    C) 24    D) 26    E) 28

### Çözüm

$$P(x) \geq x \Rightarrow f(x) = P(x) - x \geq 0 \text{ olur.}$$

$P(x)$ 'in dördüncü dereceden olduğu,

$$f(1) = P(1) - 1 = 0 \text{ ve } f(3) = P(3) - 3 = 0$$

olduğu verilmiştir.

Bu verilere göre;  $(1,0)$  ve  $(3,0)$  noktaları,  $f$  fonksiyonunun minimum noktalarıdır.

Öyleyse;  $f$  fonksiyonunun kuralı

$$f(x) = a \cdot (x-1)^2 \cdot (x-3)^2 \text{ biçiminde yazılabilir.}$$

$$f(x) = P(x) - x = a \cdot (x-1)^2 \cdot (x-3)^2$$

$$\Rightarrow P(x) = a \cdot (x-1)^2 \cdot (x-3)^2 + x$$

$$\Rightarrow P(2) = a + 2 = 4$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ ve } P(4) = 22 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt B**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Fonksiyonların katlı kökleri" ve "Fonksiyonların eşitlikleri ve eşitsizlikleri"nde ortaya çıkacak katlı köklerin yorumlanması becerilerini sorgulama üzerine kurulmuştur.

Sorunun "katlı kökler" ile ilgisini görebilen öğrenci için, soru "zor" sayılmayabilir.

Ancak; zamana karşı bir sınavda, sorunun zorluk düzeyi "zor" görünmektedir.

**Siz Çözünüz – 10**

I. Gerçek katsayılı, ikinci dereceden bir  $f$  polinom fonksiyonu, her  $x$  gerçel sayısı için  $f(x) \leq x^2 - 2x$  eşitsizliğini sağlamaktadır.

$f(1) = -3$  ve  $f(3) = 3$  olduğuna göre;  
 $f(5)$  kaçtır?

II. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı ve her  $x$  gerçel sayısı için,

$$x^2 \leq f(x) \leq 3x^2 - 8x + 8$$

eşitsizliğini sağlayan, ikinci dereceden  $f$  polinom fonksiyonlarından biri,

$$f(x) = 2x^2 + mx + n \text{ fonksiyonudur.}$$

Buna göre;  $f(6)$  kaçtır?

III.  $a$  gerçel sayısı,

$$\sqrt{x^2 + 1} \leq \sqrt{x^2 + 2x + a} \leq \sqrt{x^2 + 4x + 5}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesinin en geniş olmasını sağlayacak biçimde seçilmiştir.

Buna göre;  $a$  kaçtır?

IV. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı,

$$f(x) = 2x^2 + 2mx + m^2 - 4$$

parabollerini,  $m$  gerçel sayısı değiştikçe, bir  $y = g(x)$  parabolüne teğet kalırlar.

Buna göre;  $g(x)$  parabolünün denklemini bulunuz.

V. Gerçek katsayılı ve dördüncü dereceden bir  $y = g(x)$  polinom fonksiyonu

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^3$$

fonksiyonunu  $(-1, f(-1))$  ve  $(0, f(0))$  noktalarında kesmekte;  $(1, f(1))$  noktasında  $f$  fonksiyonuna teğet olmaktadır.

$g(2) = 20$  olduğuna göre;  $y = g(x)$  fonksiyonunun kuralını bulunuz.

11.  $a$  ve  $b$  birer rakam olmak üzere,

$$A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{1, 4, 5, 7\}$$

$$C = \{a, b\}$$

kümeleri veriliyor.

$(A \cup C) \times (B \cup C)$  kartezyen çarpımının eleman sayısı 28 olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

$$A) 5 \quad B) 6 \quad C) 8 \quad D) 9 \quad E) 11$$

**Çözüm**

$(A \cup C)$  kümesi en çok 7 elemanlı,  $(B \cup C)$  kümesi en çok 6 elemanlı olabilir.

Öyleyse;  $s[(A \cup C) \times (B \cup C)] = 28$  olması için,  $s(A \cup C) = 7$  ve  $s(B \cup C) = 4$  olması gerekir.

$C = \{1, 4\}$  seçilmesi bunu sağlar.

$1 + 4 = 5$  bulunur.

**Yanıt A**

**Sorunun konusu ve zorluk düzeyi**

Soru, "Küme kavramı" üzerine temel bilgilerle, düşünme becerisini sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "orta" sayılabilir.

**Siz Çözünüz – 11**

$a$  ve  $b$  birer rakam olmak üzere,

$$A = \{5, 6, 7, 8, 9\} \text{ ve } B = \{1, 4, 5, 7\} \text{ kümeleri}$$

veriliyor.

I.  $C = \{a, b\}$  ve  $s[(A \cup C) \times (B \cup C)] = 42$  ise,  $a + b$  toplamı en çok kaçtır?

II.  $C = \{a, b, c\}$  ve  $s[(A \cup C) \times (B \cup C)] = 48$  ise,  $a + b$  toplamı en az kaçtır?



12. Bir  $(a_n)$  aritmetik dizisi için,

$$a_2 = 2a_1 + 1$$

$$a_6 + a_{22} = 34$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,  $a_7$  kaçtır?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

### Çözüm

Dizinin ortak farkı  $d$  olsun.

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_6 = a_1 + 5 \cdot d, \quad a_{22} = a_1 + 21 \cdot d$$

olur.

Bu değerleri yerlerine koyalım:

$$a_1 + d = 2a_1 + 1$$

$$a_1 + 5 \cdot d + a_1 + 21 \cdot d = 34$$

$$d = \frac{9}{7} \text{ ve } a_1 = \frac{2}{7} \text{ bulunur.}$$

$$a_7 = a_1 + 6 \cdot d \Rightarrow a_7 = \frac{2}{7} + 6 \cdot \frac{9}{7} = 8 \text{ olur.}$$

**Yanıt C**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Aritmetik diziler" ve "Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler" konularının ilk bilgilerini sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "kolay" sayılır.

### Siz Çözünüz – 12

- I. Bir aritmetik dizinin 4 üncü terimi 2 ve ilk 6 teriminin toplamı 6 ise 8. terimi kaçtır ?
- II. Genel terimi  $a_n$  olan bir aritmetik dizide  $a_3 + a_5 - a_4 = 5$  ve  $a_2 + a_8 = 6$  ise,  $a_6$  kaçtır?
- III. Genel terimi  $a_n$  olan bir geometrik dizide  $a_1 + a_2 + a_3 = 26$  ve  $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 216$  ise,  $a_4$  kaçtır ?

13. Bir hesap makinesinde işlem yapıldığında makine; işlemin sonucu tam sayı ise o sayıyı, ondalıklı sayı ise bu sayının tam kısmı ile birlikte virgülden sonraki ilk iki basamağını görüntülemektedir.

Nevzat, bu hesap makinesine  $\ln(9,6)$  işlemini yaptırdığında ekranda 2,26 değerini,  $\ln(0,3)$  işlemini yaptırdığında ise ekranda  $-1,20$  değerini görüyor.

Nevzat, bu hesap makinesine  $\ln(0,5)$  işlemini yaptırdığında ekranda hangi değeri görür?

- A)  $-0,61$     B)  $-0,65$     C)  $-0,69$   
D)  $-0,73$     E)  $-0,77$

### Çözüm

Verilen değerlerle istenen değer arasındaki ilişki kullanılır:

$$\ln(9,6) - \ln(0,3) = \ln\left(\frac{9,6}{0,3}\right) = \ln 32 = 5 \cdot \ln 2$$

$$\Rightarrow 2,26 - (-1,20) = 3,46 = 5 \cdot \ln 2$$

$$\Rightarrow \ln 2 \approx 0,69 ;$$

$$\ln(0,5) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2 \approx -0,69 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt C**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Logaritma konusu" üzerine bilgi ve becerileri sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "kolay" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 13

- I.  $\log_{(a \cdot b)} a = 2$  ise  $\log_b (a \cdot b)$  değeri kaçtır ?
- II.  $\log 12 = 1,079$  ve  $\log 8 = 0,903$  olarak alınırsa,  $\log 180$  kaç olur?

14.  $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$  kümesindeki rakamlardan birbirinden farklı rastgele iki tanesi seçiliyor.

Seçilen rakamların çarpımının çift sayı olduğu bilindiğine göre, bu rakamların toplamının da çift sayı olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{1}{3}$    C)  $\frac{1}{4}$    D)  $\frac{1}{5}$    E)  $\frac{1}{6}$

### Çözüm

$$M = \{(x,y) \mid x \cdot y \text{ çifttir. } x,y \in A\}$$

$$N = \{(x,y) \mid x \cdot y \text{ ve } x + y \text{ çifttir. } x,y \in A\}$$

$$\text{İstenen olasılık; } P(N/M) = \frac{P(N \cap M)}{P(M)} \text{ olur.}$$

A kümesinin tüm ikililerinin sayısından, tek sayıların oluşturduğu ikililerin sayısı çıkarılırsa, geriye çarpımları çift sayı olan ikililerin sayısı kalır:

$$s(M) = C(7,2) - C(4,2) = 15 \text{ olur.}$$

$$\text{Tüm ikililerin sayısı } s(E) = C(7,2) = 21 \text{ olup}$$

$$P(M) = \frac{s(M)}{s(E)} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \text{ bulunur.}$$

Seçilecek ikililerin elemanlarının hem toplamının hem çarpımının çift olması, bu sayıların ikisinin de çift olmasını gerektirir. A kümesinin 2, 4, 6 elemanlarının ikilileri bu koşulu sağlar:

$$s(N) = s(N \cap M) = C(3,2) = 3$$

$$\Rightarrow P(N \cap M) = \frac{s(N \cap M)}{s(E)} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7} \text{ bulunur.}$$

İstenen olasılık;

$$P(N/M) = \frac{P(N \cap M)}{P(M)} = \frac{1/7}{5/7} = \frac{1}{5} \text{ bulunur.}$$

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Sayma ve koşullu olasılık konusu" üzerine bilgi ve becerileri sorgulamaktadır.

Çözümü, konuyu tam aktarabilme amacıyla uzun uzun anlattım.

Konuyu bilen bir öğrenci, istenen olasılığı;

$$P = \frac{C(3,2)}{C(7,2) - C(4,2)} = \frac{1}{5}$$

olarak, hemen bulabilirdi.

Sorunun zorluk düzeyi "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 14

I. Melek ile Bengü 4 seçmeli dersten ikişer tanesini rastgele seçmişlerdir.

Seçmeli derslerden birinde karşılaştıklarında, aynı dersi seçmiş olduklarını görmüşlerdir.

Seçtikleri diğer derslerin farklı olması olasılığı kaçtır?

II. 4'ü kız, 6'sı erkek olan bir grup bir çayevinin kapısından rastgele bir sıra ile girmişlerdir.

Çayevine ilk giren iki kişiden en az birinin kız olduğu bilinmektedir.

Çayevine ilk girenin bir kız olması olasılığı kaçtır?

III. 5 kız ve 6 erkek, karşı cinslerden birer kişi olmak üzere, ikişer ikişer dansedeceklerdir.

Selin adlı kız Ali ve Can adlı erkeklerle dansetmeyecektir. Bunun dışında, kızlar eşlerini rastgele bir sıra ile, rastgele seçecektir.

Aynı anda dansa kalkıyor.

Selin'in dansta olması olasılığı kaçtır?

**15.** 100 kişilik bir proje ekibinin elinde belirli sayıda proje vardır ve ekipteki herkes bu projelerin bir kısmında görevlendirilecektir.

Ekipteki herkesin eşit sayıda projede görev alması ancak herhangi iki kişinin görev aldığı projelerin tamamen aynı olmaması istenmektedir. Bu durum, herkes 3 projede görev alırsa sağlanamamakta fakat herkes 4 projede görev alırsa sağlanabilmektedir.

Buna göre;

ekibin elindeki proje sayısı kaçtır?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

### Çözüm

Proje sayısı  $n$  olsun.

Herkesin 3 projede görev alması koşuluyla 100 kişinin her birine 3 proje verilememekte; herkesin 4 projede görev alması durumunda 100 kişinin her birine 4 proje verilebilmektedir.

Her kişiye  $n$  projenin farklı bir 3'lüsü ya da 4'lüsü verilebilirse, herhangi iki kişinin görev aldığı projelerin tamamen aynı olmaması sağlanabilecektir.

Buna göre;  $C(n,3) < 100 \leq C(n,4)$  olmalıdır.

$n = 9$  için eşitsizlik sağlanır.

Ekibin elinde 9 proje vardır.

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Sıralama ve sayma konusu" üzerine bilgi ve becerileri sorgulamaktadır.

"Ekipteki herkesin eşit sayıda projede görev alması"nın istendiği, ancak; "her projenin eşit sayıda alt ekip tarafından incelenmesi"nin gerekmediği anlaşılırsa çözüm kolaylaşır.

Bu biçimiyle, sorunun çözümünü en sona bıraktığımı belirtirsem, soruyu "zor" bulduğum anlaşılır.

### Siz Çözünüz – 15

**I.** Bir proje ekibinin elinde, her birinin üzerinde çalışılacak olan, 5 farklı proje vardır.

Ekiptekilerin her birinin üçer projede görev alması, ancak; herhangi iki kişinin görev aldığı projelerin tamamen aynı olmaması istenmektedir.

**a.** Proje ekibi en az kaç kişi olabilir?

**b.** Proje ekibi olası en az sayıda kişiden oluştuğunda A, B, C, D, E projelerinin kişilere koşullara göre dağıtımını kaç değişik biçimde gerçekleştirebilir?

**c.** Proje ekibi en çok kaç kişi olabilir?

**d.** Proje ekibi olası en çok sayıda kişiden oluştuğunda, koşullara göre, her bir proje kaç kişi tarafından incelenir?

**e.** Her projeyi 3 kişinin incelemesi istendiğine göre; proje ekibi kaç kişi olmalıdır?

**f.** Her projeyi 3 kişinin incelemesi sağlanırsa projelerin dağıtımını kaç değişik biçimde gerçekleştirebilir?

**II.** 20 kişilik proje ekibinin elinde, her birinin üzerinde çalışılacak olan, 6 proje vardır.

Ekiptekilerin her birinin eşit sayıda projede görev alması, ancak; herhangi iki kişinin görev aldığı projelerin tamamen aynı olmaması istenmektedir.

**a.** Ekipteki herkesin 3 projede görev alması sağlanabilir mi?

Bu sağlanabilirse; her proje üzerinde çalışan kişi sayısı nasıl değişebilir?

**b.** Ekipteki herkesin 4 projede görev alması sağlanabilir mi?

Bu sağlanabilirse; her proje üzerinde çalışan kişi sayısı nasıl değişebilir?

16.  $n$  bir doğal sayı olmak üzere,

$$\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^n$$

ifadesinin açılımındaki tüm katsayıların aritmetik ortalaması 0,2 olduğuna göre, bu açılımdaki  $x^2$ 'li terimin katsayısı kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

### Çözüm

$$f(x) = \left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^n \text{ olsun.}$$

$f(x)$ 'in açılımındaki katsayıların toplamı

$$f(1) = (1-2)^n = (-1)^n \text{ olur.}$$

Katsayıların aritmetik ortalaması 0,2 olduğuna göre,  $n$  çift olup  $f(1) = 1$  olur.

Açılımın terim sayısı  $n+1$  olacağına göre; katsayıların aritmetik ortalaması,

$$\frac{1}{n+1} = 0,2 \text{ olacağından } n = 4 \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} & \left(x^3 - 2x^{-2}\right)^4 \\ &= \dots + C(4,r) \cdot (x^3)^{(4-r)} \cdot (-2x^{-2})^r + \dots \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot (4-r) + (-2) \cdot r = 2 \Rightarrow r = 2$$

$r = 2$  değeri yerine konulursa,

$$C(4,2) \cdot (x^3)^2 \cdot (-2x^{-2})^2 = 24 \cdot x^2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt C**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Binom açılımı" üzerinedir. Konu ile ilgili temel bilgileri sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 16

I.  $a$  bir asal sayıya karşılık gelmektedir.

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{a}\right)^4 \text{ açılımı yapıldığında, rasyonel terimlerin katsayılarının toplamı kaç olur?}$$

II.  $x$  sıfırdan farklı bir gerçel sayı ve  $n$  birden büyük bir doğal sayı olduğuna göre,

$$\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{3n}$$

açılımındaki sabit terimi bulunuz.

III.  $x$  bir gerçel sayı,  $n$  bir doğal sayıdır.

$$(x^2 - x - 4)^n$$

açılımında sabit terim  $-64$  olduğuna göre,  $x^3$ 'ün katsayısı kaçtır?

IV.  $x$  ve  $y$  birer gerçel sayıdır.

$$(x^2 - 2y - 1)^6$$

açılımında,  $x^4 \cdot y$ 'nin katsayısı kaçtır?

V.  $x$  ve  $y$  birer gerçel sayı,  $n$  sayma sayısıdır.

$$(x^2 + 2xy)^n$$

açılımında, terimlerden biri  $k \cdot x^r \cdot y^s$ 'dir.

Buna göre;  $r = 7$  ise  $k$  kaçtır?

17. 1'den büyük gerçel sayılar kümesi üzerinde bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = 3\ln(x^2 - 1) + 2\ln(x^3 - 1) - 5\ln(x - 1)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} e^{f(x)}$  değeri kaçtır?

- A) 30 B) 36 C) 60 D) 64 E) 72

### Çözüm

Logaritmanın özellikleri kullanılarak,

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln \left[ \frac{(x^2 - 1)^3 \cdot (x^3 - 1)^2}{(x - 1)^5} \right] \\ &= \ln \left[ \frac{(x - 1)^3 \cdot (x + 1)^3 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x^2 + x + 1)^2}{(x - 1)^5} \right] \\ &= \ln \left[ (x + 1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)^2 \right] \text{ olduğu görülür.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} e^{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} e^{\ln \left[ (x + 1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)^2 \right]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[ (x + 1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)^2 \right] \\ &= 72 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Yanıt E**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Logaritma, üstel fonksiyon, çarpanlara ayırma, limit" konuları üzerine temel bilgileri sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "orta" sayılabilir.

### Siz Çözdünüz – 17

I.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[ \ln(x^2 - 1) - \ln(x^2 + 2x - 3) \right]$

değerini bulunuz.

II.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x^2 - 1)}{\ln(x^2 + 2x - 3)}$  değerini bulunuz.

III.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[ \ln x - \ln(x - 1) \right]$  değerini bulunuz.

IV.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln x}{\ln(x - 1)}$  değerini bulunuz.

V.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[ \ln(x^2 - x) - \ln x \right]$  değerini bulunuz.

VI.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x^2 - x)}{\ln x}$  değerini bulunuz.

VII. 2'den büyük gerçel sayılar kümesi üzerinde bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = \log_2(x^2 - 4) - \log_2(x^3 - 8)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} 4^{f(x)}$  değeri kaçtır?

VIII. 2'den büyük gerçel sayılar kümesi üzerinde bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = \frac{\log_2(x^2 - 4)}{\log_2(x^3 - 8)}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} 4^{f(x)}$  değeri kaçtır?

18. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olan bir f fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq a \\ 5x - 8, & a < x \leq b \\ 7, & x > b \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre; a + b toplamı kaçtır?

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

### Çözüm

f fonksiyonunun gerçel sayılar kümesinde sürekli olması için, f(a) değeri fonksiyonun x = a değerindeki sağdan limitine; f(b) değeri de fonksiyonun x = b değerindeki sağdan limiti olan 7'ye eşit olmalıdır.

$$f(a) = a^2 - 4 = 5a - 8$$

$$\Rightarrow a = 1 \text{ veya } a = 4;$$

$$f(b) = 5b - 8 = 7 \Rightarrow b = 3 \text{ bulunur.}$$

a < b olduğundan, a = 1 ve b = 3 olmalıdır.

a + b = 4 olur.

**Yanıt A**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Sürekli" konusundaki temel bilgileri sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 18

I. R'den R'ye;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 3}{x - 1} & x \neq 1 \text{ ise} \\ b & x = 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu R'de sürekli ise, a + b kaçtır?

II. R'den R'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & x < 1 \text{ ise} \\ a + b & x = 1 \text{ ise} \\ x^2 - bx + 4 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonu R'de sürekli ise, a · b kaçtır?

III. R'den R'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + 1 & x < 0 \text{ ise} \\ x^2 + ax + b & 0 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 2x + a & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonu R'de sürekli olduğuna göre, f(3) – f(–2) değeri kaçtır?

IV. R'den R'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a \cdot x + 2}{(x - 1) \cdot (x - 2)} & x < 1 \text{ ise} \\ b & x = 1 \text{ ise} \\ \frac{c \cdot x + d}{(x - 1) \cdot (x + 2)} & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonu R'de sürekli olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

V. R'den R'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a \cdot x + b}{x^2 - x} & x < 0 \text{ ise} \\ \frac{a \cdot x - 2}{x + 2} & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonu R'de sürekli olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  değeri kaçtır?

19. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olan bir f fonksiyonu

$$f(x) = ax^a + bx^b$$

biçiminde tanımlanıyor.

$f(1) = 6$  ve  $f'(1) = 20$  olduğuna göre,

$f''(1)$  kaçtır?

A) 44 B) 46 C) 48 D) 50 E) 52

### Çözüm

$$f(x) = ax^a + bx^b \Rightarrow f'(x) = a^2x^{a-1} + b^2x^{b-1};$$

$$f(1) = a + b = 6, \quad f'(1) = a^2 + b^2 = 20;$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 36 \Rightarrow ab = 8$$

$(a,b) = (4,2)$  veya  $(a,b) = (2,4)$  olabilir.

Buna göre;

$$f(x) = 4x^4 + 2x^2 \Rightarrow f'(x) = 16x^3 + 4x$$

$$\Rightarrow f''(x) = 48x^2 + 4 \Rightarrow f''(1) = 52 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt E**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Türev alma kuralları" konusu ve bunun içine sokulmuş "İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler" konusudur.

Sorunun zorluk düzeyi "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 19

I.  $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(1) = 4$  olduğuna göre,  $f''(1)$  kaçtır?

II. a pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \frac{ax}{x^2 + a^2}$$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(2) = 0$  olduğuna göre,  $f''(2)$  kaçtır?

III. a ve b pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^a \cdot x^b$$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(1) = 4$  olduğuna göre,  $f''(1)$  kaçtır?

IV.  $\mathbb{R}$ 'den  $\mathbb{R}$ 'ye f fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a \cdot x + b}{x^2 - 2x} & x < 0 \text{ ise} \\ \frac{a \cdot x - 1}{x + 1} & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

f fonksiyonu  $\mathbb{R}$ 'de sürekli olduğuna göre,

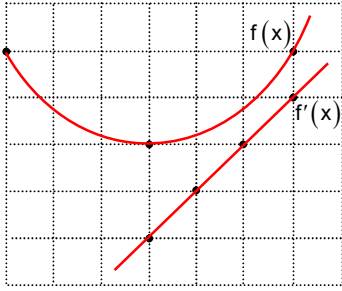
a.  $f'(-2)$  kaçtır?

b.  $f'(2)$  kaçtır?

c.  $f'(0^-)$  kaçtır?

d.  $f'(0^+)$  kaçtır?

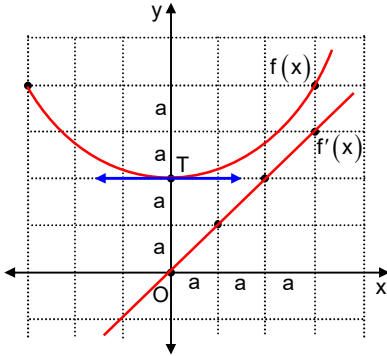
20. Bir bilgisayar programında  $f(x)$  ve  $f'(x)$  ve fonksiyonlarının grafikleri çizdirildik-ten sonra koordinat eksenleri silinmiş ve arka plana eş karelerden oluşan bir ızgara yerleştirildiğinde aşağıdaki görüntü elde edilmiştir.



Buna göre;  $f(x)$ 'in alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$  B)  $\frac{3}{4}$  C)  $\frac{5}{3}$  D)  $\frac{6}{5}$  E)  $\frac{8}{9}$

### Çözüm



$y = f'(x)$  bir doğru ise,  $f$  bir parabolüdür.

$y = f(x)$  fonksiyonunun en küçük değeri, düşey eksenin konumuna göre değişmez. Parabolün T tepesinden geçen düşey doğruyu  $y$  eksenini olarak alabiliriz.

Parabolün T noktasındaki teğetin eğimi "0" olduğundan  $f'(0) = 0$  olmalıdır.

Buna göre;  $y$  eksenini ile  $y = f'(x)$  fonksiyonunun O kesim noktasından geçen yatay doğru  $x$  eksenini olarak seçilmelidir.

Bu durumda; silinmiş koordinat sistemindeki denklemler,

$$y = f'(x) = x \text{ ve } f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2a \text{ olur.}$$

$f(3a) = 4a$  olduğu kullanılarak  $a$  bulunur:

$$f(3a) = 4a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 9a^2 + 2a = 4a \Rightarrow a = \frac{4}{9} \text{ olur.}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{8}{9} \text{ olup } f \text{ fonksiyonunun alabileceği}$$

en küçük değeri  $\frac{8}{9}$  olduğu görülür.

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Türev ve integral" kavramlarını birlikte düşündürüyor. "Koordinat sistemi" kavramını da sorguluyor.

Soru, "zor" sayılır.

Ama; "çok güzel" bulunduğumu da belirteyim.

Kavramlar üzerine etkili kavrayışlar getiriyor.

### Siz Çözüünüz – 20

I.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $P(r, 3r)$  noktasındaki teğeti,  $y = f'(x)$  doğrusudur.

$y = f'(x)$  doğrusunun eğimi 2 olduğuna göre,  $y = f(x)$  kuralını bulunuz.

II.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $y = f(x)$  fonksiyonunun bir keseni  $y = f'(x)$  doğrusudur.

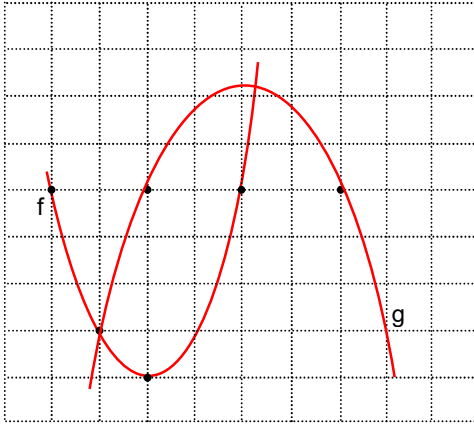
$f$  ve  $f'$  fonksiyonları  $A(-r, -4r)$  ve  $B(5r, 8r)$  noktalarında kesiştiğine göre,  $y = f(x)$  kuralını bulunuz.



- III. Kenar uzunlukları  $a$  birim olan karelerle döşenmiş bir yüzeyde,  $f$  ve  $g$  parabolünün grafikleri çizilmiştir. Grafiklere ait noktalardan bazıları işaretlenmiştir.

Grafiklerin çizildiği koordinat sisteminin  $x$  eksenini karelerin yatay kenarlarına,  $y$  eksenini de dikey kenarlarına paraleldir.

Ancak; konumları belirsizdir.



- a. Bu veri ile  $f'(a)$  değeri bulunabilir mi?  
 b.  $g'(1) = 1$  ise;  $f'(1)$  kaçtır?  
 c.  $y = f(x)$ 'in en küçük değeri  $-6$  ise,  $y = g(x)$ 'in en büyük değeri kaçtır?

- IV.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $y = f(x)$  fonksiyonunun türevi, eğimi 2 olan,  $y = f'(x)$  doğrusudur.

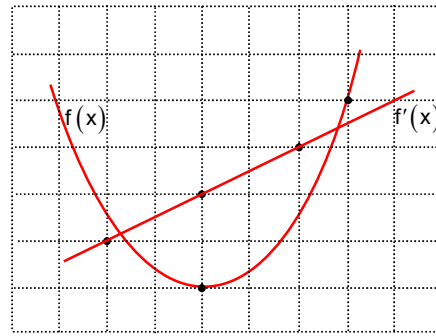
- a.  $f$  ve  $f'$  fonksiyonlarının  $A(1, 3)$  noktasında kesiştiği bilinmektedir. Buna göre,  $y = f(x)$  kuralını bulunuz.  
 b.  $f(1) = 1$  ve  $f'(3) = 2$  olduğuna göre;  $y = f(x)$  kuralını bulunuz.

- V. Kenar uzunlukları  $a$  birim olan karelerle örülü bir yüzeyde,  $y = f(x)$  ve  $y = f'(x)$  fonksiyonlarının grafikleri çizilmiştir.

$y = f'(x)$  fonksiyonu doğrusal olup grafiklere ait noktalardan bazıları işaretlenmiştir.

Grafiklerin çizildiği koordinat sisteminin  $x$  eksenini karelerin yatay kenarlarına,  $y$  eksenini de dikey kenarlarına paraleldir.

Ancak; konumları belirsizdir.



- a. Bu veri ile  $f'(a)$  değeri bulunabilir mi?  
 b.  $f(4)$  kaçtır?  
 c.  $y = f(x)$ 'in en küçük değeri kaçtır?

- VI.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $y = f(x)$  fonksiyonunun türevi, eğimi 2 olan,  $y = f'(x)$  doğrusudur.

$f$  ve  $f'$  fonksiyonlarının grafikleri  $(2, f(2))$  noktasında birbirine teğet olduğuna göre;  $y = f(x)$  kuralını bulunuz.

21. Saatte  $V$  kilometre sabit hızla hareket eden bir roketin 1 saatte tükettiği yakıt miktarı, birim türünden

$$f(V) = \frac{V^3}{20} - 7V^2 + 265V$$

fonksiyonu ile hesaplanmaktadır.

Buna göre, bu roketin sabit bir hızla gideceği 100 kilometre yol için tüketmesi gereken yakıt miktarı en az kaç birimdir?

- A) 1000                      B) 2000                      C) 3000  
D) 4000                      E) 5000

### Çözüm

Roket, saatte  $V$  kilometre hızla, 100 km yolu  $\frac{100}{V}$  saatte alır.

Tüketeceği yakıt miktarı,

$$Y = \left( \frac{V^3}{20} - 7V^2 + 265V \right) \cdot \frac{100}{V}$$

$$\Rightarrow Y = 5V^2 - 700V + 26500 \text{ olur.}$$

Tüketilecek  $Y$  yakıt miktarının en az olması,  $\frac{dY}{dV} = 10V - 700 = 0 \Rightarrow V = 70$  km/saat iken gerçekleşebilir.

Tüketilecek yakıt miktarı en az,

$$Y = 5 \cdot 70^2 - 700 \cdot 70 + 26500 = 2000 \text{ birim bulunur.}$$

**Yanıt B**

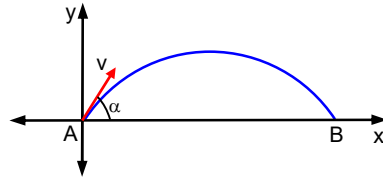
### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Türevin uygulaması" üzerine bilgileri sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi, "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 21

I.



Bir A noktasından yatayla  $\alpha$  açısı yapan doğrultuda  $v$  ilk hızı ile atılan bir cismin yörüngesinin denklemi,  $k$  sabit olmak üzere;

$$y = x \cdot \tan \alpha - k \cdot (1 + \tan^2 \alpha) \cdot x^2$$

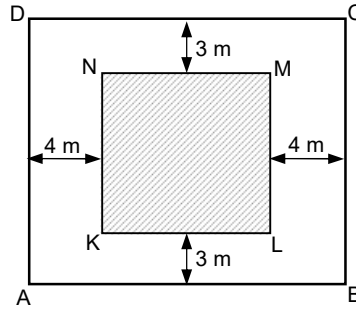
olarak verilmiştir.

Buna göre;  $|AB|$  yatay yolunun en uzun olması için,  $\tan \alpha$  değeri kaç olmalıdır?

II. Teneke malzemeden; hacmi  $V$ , yüksekliği  $h$  ve taban yarıçapı  $r$  olan silindir biçiminde konserve kutusu yapılacaktır.

Yalnız teneke gideri açısından, en ekonomik kutu için  $\frac{h}{r}$  oranı kaçtır?

III.



Geniş bir araziden, kenar uzunluklarını alıcının belirleyebileceği, ABCD dikdörtgeni biçiminde  $1200 \text{ m}^2$ 'lik bir arsa satın alınacak ve bu arsanın KLMN dikdörtgeni ile gösterilen kısmına, verilen ölçülere uygun, bir ev yapılacaktır.

Evin alanının en büyük olması için, arsanın çevresi kaç metre olmalıdır?

22. a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$$

polinomunun

- ♦  $(-\infty, 1)$  aralığında artan,
  - ♦  $(1, 5)$  aralığında azalan,
  - ♦  $(5, \infty)$  aralığında artan,
- olduğu bilinmektedir.

Buna göre,  $f(2)$  kaçtır?

- A) 0    B) 3    C) 6    D) 9    E) 12

### Çözüm

Fonksiyonun türevinin köklerinin 1 ve 5 olduğu görülmektedir.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 3(x-1)(x-5)$$

$$a = -9 \text{ ve } b = 15 \text{ olur.}$$

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1 \Rightarrow f(2) = 3 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt B**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Türevin uygulaması" üzerinedir.

Sorunun zorluk düzeyi, "kolay" sayılır.

### Siz Çözünüz – 22

I.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^3 - 3x^2$

olduğuna göre; aşağıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

- a.  $(-\infty, 0)$  aralığında f artandır.
- b.  $[0, 2]$  aralığında f azalandır.
- c.  $(2, +\infty)$  aralığında f artandır.
- d.  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$  aralığında f artandır.

II.  $f(x) = x^2 + ax + b$  eğrisinin  $(1, 2)$  noktasındaki teğeti  $y = x + 1$  doğrusudur.

Buna göre; f fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralığı bulunuz.

III.  $f(x) = \frac{x^2 + a}{x + b}$  eğrisine, eğrinin y eksenini kestiği noktadan çizilen teğetin denklemi  $y = -x + 1$  doğrusudur.

Buna göre; f fonksiyonunun artan olduğu aralıkları bulunuz.

IV.  $f(x) = x^3 + ax^2 - 1$  eğrisi  $y = 3$  doğrusuna teğettir.

Gerçel sayılarda,  $f(x) \leq 3$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

V.  $f(x) = -x^2 + ax + b$  ve  $g(x) = \frac{c}{x}$  eğrileri

$(1, 2)$  noktasında birbirine teğettir.

Buna göre; gerçel sayılarda  $f(x) \leq g(x)$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

VI.  $f(x)$  polinom fonksiyonu ile bunun  $f'(x)$

türevi,  $f(x) + f'(x) = x^2 + ax + 2$  eşitliğini sağlamaktadır.

$f(-1) = -1$  olduğuna göre,  $f'(-1)$  kaçtır?

VII.  $y = mx^2 - (m+1)x - 2m + 3$  eğrileri A ve B gibi sabit iki noktadan geçer.

Bu eğrilerden  $C(0, 1)$  noktasından geçeni- nin AB'ye paralel teğetinin değme noktasının apsisi kaçtır?

VIII.  $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$  eğrisi x eksenine  $(1, 0)$

noktasında teğet olduğuna göre, b kaçtır?

$$23. \int \frac{(3\sqrt{x} + 2)^5}{\sqrt{x}} dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{18} \cdot (3\sqrt{x} + 2)^6 + C$   
 B)  $\frac{1}{9} \cdot (3\sqrt{x} + 2)^6 + C$   
 C)  $\frac{2}{9} \cdot (3\sqrt{x} + 2)^6 + C$   
 D)  $\frac{1}{3} \cdot (3\sqrt{x} + 2)^6 + C$   
 E)  $\frac{2}{3} \cdot (3\sqrt{x} + 2)^6 + C$

### Çözüm

$$3\sqrt{x} + 2 = u \Rightarrow \frac{3}{2\sqrt{x}} dx = du \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{2du}{3};$$

$$\int \frac{(3\sqrt{x} + 2)^5}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3} \int u^5 du = \frac{1}{9} u^6 + C$$

$$= \frac{1}{9} (3\sqrt{x} + 2)^6 + C \text{ olur.}$$

**Yanıt B**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "İntegral alma işlemleri" üzerinedir.

"Kolay" sayılır.

### Siz Çözünüz – 23

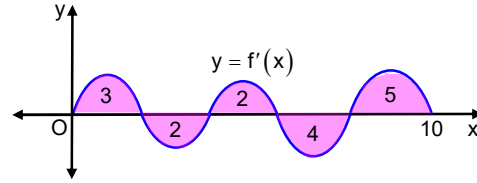
Aşağıda, istenen integralleri bulunuz.

a.  $\int \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$     b.  $\int x^2 \sqrt{x^3 + 2} dx$

c.  $\int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$     d.  $\int \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} dx$

24. Dik koordinat düzleminde, f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiğinin [0,10] kapalı aralığındaki görünümü verilmiştir.

Bu grafikte x ekseninde kalan bölgelerin alanları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

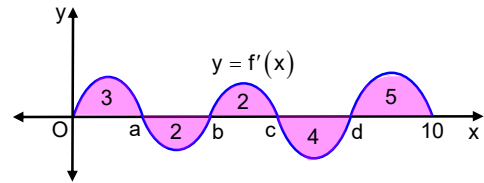


$f(0) = \frac{-1}{2}$  olduğuna göre;

[0,10] aralığında f fonksiyonunun kaç farklı kökü vardır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

### Çözüm



Türevin kökleri 0, a, b, c, d, 10 olsun.

$$\int_0^a f'(x) dx = 3 \Rightarrow f(a) - f(0) = 3$$

$$\Rightarrow f(a) - \left(\frac{-1}{2}\right) = 3 \Rightarrow f(a) = \frac{5}{2}$$

$f(0) = \frac{-1}{2}$  ve  $f(a) = \frac{5}{2}$  'dir.

[0,a] aralığında  $f'(x) \geq 0$  olup f artandır.

Öyleyse; f fonksiyonunun [0,a] aralığında bir  $x_1$  kökü vardır.

$$\int_a^b f'(x) dx = -2 \Rightarrow f(x) \Big|_a^b = -2 \Rightarrow f(b) = \frac{1}{2};$$

$$\int_b^c f'(x) dx = 2 \Rightarrow f(x) \Big|_b^c = 2 \Rightarrow f(c) = \frac{5}{2};$$

$$\int_c^d f'(x) dx = -4 \Rightarrow f(x) \Big|_c^d = -4 \Rightarrow f(d) = \frac{-3}{2};$$

$$\int_d^{10} f'(x) dx = 5 \Rightarrow f(x) \Big|_d^{10} = 5 \Rightarrow f(10) = \frac{7}{2}$$

f fonksiyonunun  $[c, d]$  ve  $[d, 10]$  aralıklarında birer kökünün daha bulunacağı görülür.

**Yanıt C**

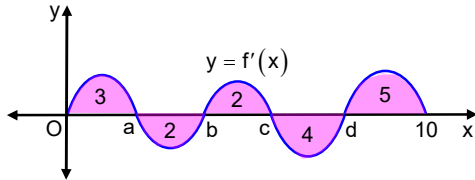
### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, “Belirli integral” ve “Türevin anlamı” üzerinedir.

Sorunun zorluk düzeyi “Orta” sayılır.

### Siz Çözünüz – 24

Dik koordinat düzleminde, f fonksiyonunun türevi olan  $f'$  fonksiyonunun grafiğinin  $[0, 10]$  kapalı aralığındaki görünümü verilmiştir. Bu grafikte x ekseninde kalan bölgelerin alanları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



- $f(c) = 1$  olduğuna göre;  $[0, 10]$  aralığında f fonksiyonunun kaç farklı kökü vardır?
- $f(x) = 0$  denkleminin  $[0, 10]$  aralığında en az bir kökünün olması için  $f(b)$  değeri hangi aralıkta değer almalıdır?
- $f(x) = 0$  denkleminin  $[0, 10]$  aralığında 4 farklı kökünün olması için  $f(a)$  değeri hangi aralıkta değer almalıdır?

**25.** a ve b gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli bir f fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 6 - \frac{3x^2}{2}, & x < 2 \\ ax - b, & x \geq 2 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_2^6 f(x) dx$$

olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

### Çözüm

f fonksiyonu sürekli olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \text{ olmalıdır.}$$

Bu,  $2a - b = 0$  olmasını gerektirir. (1)

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_2^6 f(x) dx$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = \int_2^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = \int_4^6 f(x) dx$$

$$\Rightarrow \left( 6x - \frac{1}{2}x^3 \right) \Big|_0^2 = \left( \frac{a}{2}x^2 - bx \right) \Big|_4^6$$

$$\Rightarrow 8 = 10a - 2b \quad (2)$$

(1) ve (2)'den,  $a + b = 4$  bulunur.

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, “Belirli integral” ve “Süreklilik kavramı” üzerinedir.

Sorunun zorluk düzeyi “Orta” sayılabilir.

## Siz Çözünüz – 25

I. Gerçel sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} 3x+a & x < 1 \text{ ise} \\ a+b & x = 1 \text{ ise} \\ x^2 - bx + 3 & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$  olduğuna göre;

$$\int_0^2 f(x) dx \text{ değeri kaçtır?}$$

II.  $\mathbb{R}$ 'den  $\mathbb{R}$ 'ye  $f$  fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + 1 & x < 0 \text{ ise} \\ x^2 + ax + b & 0 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 2x + a & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

$f$  fonksiyonu  $\mathbb{R}$ 'de sürekli olduğuna göre,

$$\int_0^4 f(x) dx \text{ değeri kaçtır?}$$

III.  $\mathbb{R}$ 'den  $\mathbb{R}$ 'ye  $f$  fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 1 \text{ ise} \\ 3-ax^2 & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

a.  $f$  fonksiyonunun  $\mathbb{R}$ 'de sürekli olması için  $a$  kaç olmalıdır?

b.  $f$  fonksiyonu  $\mathbb{R}$ 'de türevli olabilir mi?

c.  $f'(1^+) = 6$  olduğuna göre;

$$\int_0^2 f(x) dx \text{ değeri kaçtır?}$$

IV.  $\mathbb{R}$ 'den  $\mathbb{R}$ 'ye  $f$  ve

$\mathbb{R} - \{0\}$ 'den  $\mathbb{R}$ 'ye  $g$  fonksiyonları,

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \text{ ise} \\ 1-2x & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases};$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \text{ ise} \\ 1-2x & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralları ile verilmiştir.

a.  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  değerini bulunuz.

b.  $\int_{-2}^2 g(x) dx$  değerini bulunuz.

c.  $\int f(x) dx$  integralini bulunuz.

d.  $\int g(x) dx$  integralini bulunuz.

V.  $\mathbb{R}$ 'den  $\mathbb{R}$ 'ye  $f$  fonksiyonu,

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

kuralı ile verilmiştir.

a.  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  değerini bulunuz.

b.  $\int f(x) dx$  integralini bulunuz.

VI.  $\mathbb{R}$ 'den  $\mathbb{R}$ 'ye  $f$  fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \text{ ise} \\ ax-1 & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

kuralı ile verilmiştir.

$$\int_{-3}^6 f(x) dx = \int_3^6 f(x) dx$$

olduğuna göre,

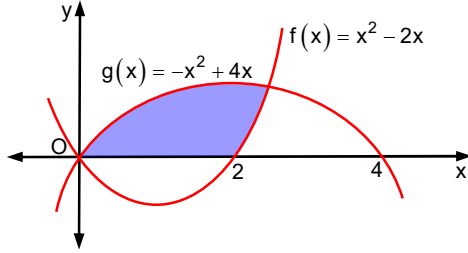
$$\int_0^2 f(x) dx \text{ kaçtır?}$$

26. Dik koordinat düzleminde,

$$f(x) = x^2 - 2x$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

fonksiyonlarının grafikleri ile x ekseninde arasında kalan boyalı bölge aşağıda verilmiştir.



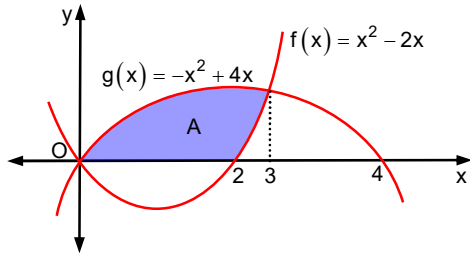
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{17}{3}$  B)  $\frac{19}{3}$  C)  $\frac{20}{3}$  D)  $\frac{22}{3}$  E)  $\frac{23}{3}$

### Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = y = x^2 - 2x \\ g(x) = y = -x^2 + 4x \end{array} \right\} \Rightarrow \mathcal{C} = \{(0,0), (3,3)\}$$

f ve g fonksiyonları, O(0,0) ve (3,3) noktalarında kesişirler.



$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 g(x) dx - \int_2^3 f(x) dx \\ &= \int_0^3 (-x^2 + 4x) dx - \int_2^3 (x^2 - 2x) dx = \frac{23}{3} \end{aligned}$$

İstenen alan,  $\frac{23}{3}$  birimkare olur. **Yanıt E**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "İntegralin uygulaması" üzerinedir.

Sorunun zorluk düzeyi "Orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 26

I. Dik koordinat düzleminde,

$f(x) = y = 2x^2 - 8$  eğrisi,  $g(x) = y = x^2 - 2x$  eğrisi ve x ekseninde sınırlanan ayırık kapalı bölgelerin alanlarını ayrı ayrı bulunuz.

II. Dik koordinat düzleminde,  $y = x^3$  eğrisi ile bu eğrinin (1,1) noktasındaki teğetinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

III. Dik koordinat düzleminde,

$y = x^2$  ve  $x = y^2$  parabollerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

IV. Dik koordinat düzleminde,

$y = x^2 + x + 5$  ve  $y = x^2 - x + 8$  parabolleri ile bunların ortak teğetinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

V. Dik koordinat düzleminde,

$$f(x) = y = |2x^2 - x - 6| \text{ ve}$$

$$g(x) = y = |x^2 - 2x|$$

eğrileri veriliyor.

a. f ve g eğrileri ile sınırlanan kapalı bölgenin alanını bulunuz.

b. f eğrisi, g eğrisi ve x ekseninde sınırlanan kapalı bölgenin alanını bulunuz.

27.  $a \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$  olmak üzere,

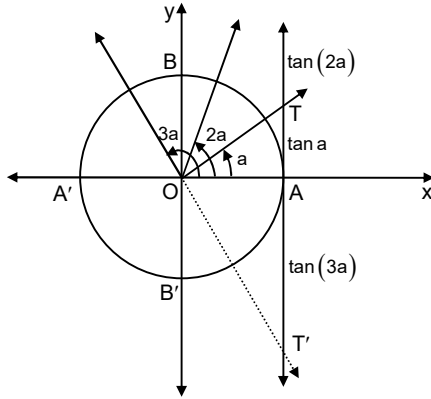
$$x = \tan a, \quad y = \tan(2a), \quad z = \tan(3a)$$

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x < y < z$    B)  $x < z < y$    C)  $y < x < z$   
D)  $z < x < y$    E)  $z < y < x$

### Çözüm

$$\frac{\pi}{6} < a < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < 2a < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < 3a < \frac{3\pi}{4}$$



$$\tan(3a) < 0 < \tan a < \tan(2a) \Rightarrow z < x < y$$

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru, "Trigonometrik fonksiyonların tanımları" üzerine "kolay" bir sorudur.

### Siz Çözünüz – 27

I.  $a \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$  olduğuna göre,

$$\sin a, \quad \cos(2a), \quad \sin(3a), \quad \cos(5a)$$

sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.

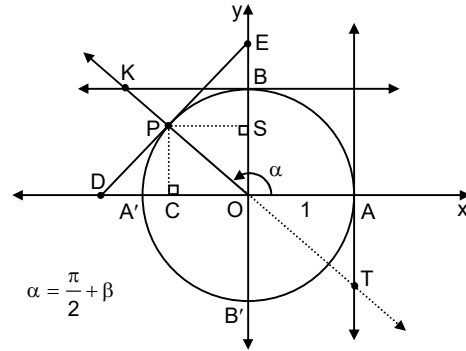
II. Aşağıdaki şekillerde, O merkezli birim çemberler xOy dik koordinat sisteminin eksenlerini A, A', B ve B' noktalarında kesmektedir.

Esas ölçüsü  $\alpha$  olan AOP açılarının bitim kenarlarının, çemberlerin A ve B'deki teğetleri ile kesim noktaları T ve K; çemberlerin P'deki teğetleri ile eksenlerin kesim noktaları D ve E'dir.

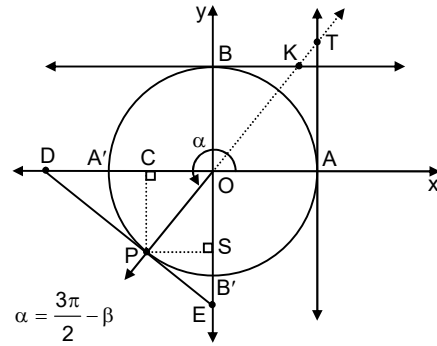
Şekillerde,  $\alpha$  açıları  $\beta$  cinsinden de verilmiştir.

Buna göre; P, T, K, D ve E noktalarının koordinatlarını  $\alpha$  ve  $\beta$  açıları cinsinden yazınız.

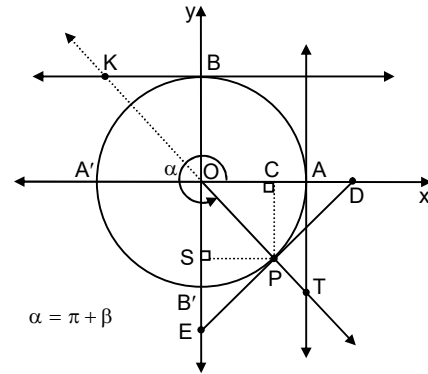
a.



b.

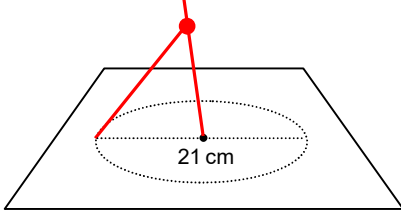


c.





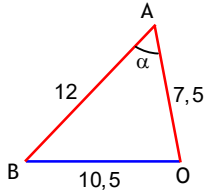
28. Ali bir pergelin sivri ucunu kağıt üzerindeki bir noktaya koyup pergelin açıklığını bozmadan çapı 21 cm olan bir çember çiziyor.



Ali'nin kullandığı pergelin kollarının uzunlukları 7,5 cm ve 12 cm olduğuna göre, pergelin kolları arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

### Çözüm



Kenar uzunlukları verilen bir üçgenin bir açısının ölçüsü istenmektedir.

İşlemleri kolaylaştırmak için, üçgenin benzeri kullanılabilir.

$$7,5 : 10,5 : 12 = 5 : 7 : 8$$

Kosinüs teoremi bize istenileni verir:

$$7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \alpha = 60^\circ \text{ bulunur.}$$

**Yanıt C**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru bir "Trigonometri" uygulamasıdır.

"Benzerlik" kavramının da, üstü kapalı biçimde sorgulanması, kapsamı genişletmiştir.

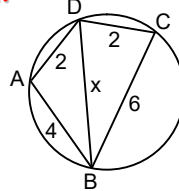
Sorunun, "5 – 7 – 8" sayıları ile "kolay" sayabileceğimiz zorluk düzeyi, "benzerlik" kavramının girişi ile biraz yükselmiştir.

### Siz Çözünüz – 28

Aşağıdaki şekillerde verilenlere göre, istenilenleri bulunuz.

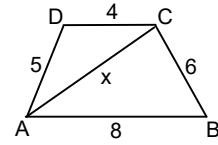
(Uzunluklar cm cinsindedir.)

a.



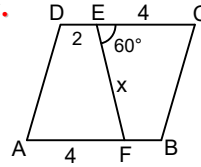
$$|BD| = ?$$

b.



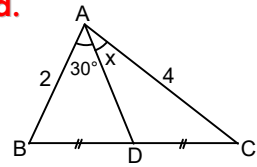
$$|AB| = |DC| \Rightarrow |AC| = ?$$

c.



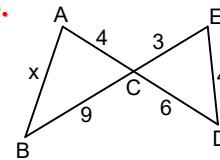
$$ABCD \text{ eşkenar ise} \\ |EF| = ?$$

d.



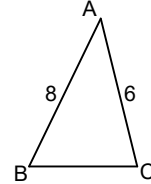
$$|BD| = |DC| \Rightarrow \sin x = ?$$

e.



$$|AB| = ?$$

f.



$$\cos \hat{A} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \hat{B} = ?$$

- g. Gözü yerden 180 cm yüksekte olan Ersoy, bir elektrik direğinin tepesini yatayla  $35^\circ$ 'lik açı yapan bir doğrultuda görüyor. Direğe doğru 40 m yürüdüğünde direğin tepesini gördüğü doğrultunun yatayla yaptığı açı  $55^\circ$  oluyor.

Direğin boyu kaç metredir?

$$29. \frac{\cos^2(80^\circ) + 5\sin^2(80^\circ) - 3}{\cos(50^\circ)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\cot(50^\circ)$  B)  $\sec(20^\circ)$  C)  $\sec(40^\circ)$   
D)  $\operatorname{cosec}(20^\circ)$  E)  $\operatorname{cosec}(40^\circ)$

### Çözüm

Kesrin payında  $-3$  yerine

$$-3[\sin^2(80^\circ) + \cos^2(80^\circ)] \text{ yazılırsa;}$$

$$\frac{\cos^2(80^\circ) + 5\sin^2(80^\circ) - 3}{\cos(50^\circ)}$$

$$= \frac{2[\sin^2(80^\circ) - \cos^2(80^\circ)]}{\cos(50^\circ)}$$

$$= \frac{2[\cos^2(10^\circ) - \sin^2(10^\circ)]}{\sin(40^\circ)}$$

$$= \frac{2\cos(20^\circ)}{2\sin(20^\circ) \cdot \cos(20^\circ)} = 2\operatorname{cosec}(20^\circ) \text{ bulunur.}$$

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Trigonometrik oranlar" arasındaki temel bağıntıların kullanılması becerisinin sorgulanması üzerinedir.

Sorunun zorluk düzeyi, "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 29

I. Aşağıdaki ifadeleri sadeleştiriniz.

$$a. \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\tan^2 x} \quad b. \frac{2\sin\theta \cdot \cos\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta - 1}$$

$$c. \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x}$$

$$d. \frac{1 + 2\sin x \cdot \cos x}{\sin x + \cos x}$$

$$e. \frac{\sec x - \cos x}{\csc x - \sin x}$$

$$f. \frac{\sin x}{1 - \cos x} - \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$g. \frac{\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} - \frac{\cot \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}$$

II. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

$$a. \sin \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$b. \sin^4 \frac{\pi}{12} - \cos^4 \frac{\pi}{12}$$

$$c. \sin^4 \frac{\pi}{24} + \cos^4 \frac{\pi}{24}$$

$$d. \sin^4 \frac{\pi}{16}$$

$$e. \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$$

$$f. \cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}$$

$$g. \cos^2 \frac{11\pi}{18} + \cos^2 \frac{8\pi}{9} - \tan \frac{3\pi}{14} \cdot \tan \frac{2\pi}{7}$$

III. Aşağıda verilenlere göre; istenenleri bulunuz.

$$a. \sin 24^\circ = k \text{ ise } \sin 42^\circ = ?$$

$$b. \cos 27^\circ = k \text{ ise } \tan 36^\circ = ?$$

$$c. \sin 70^\circ = k \text{ ise } \cos 10^\circ = ?$$

$$d. \tan 50^\circ = k \text{ ise } \tan 20^\circ = ?$$

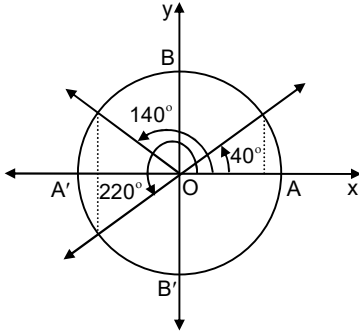
30.  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  olmak üzere,

$$|\sin x| = \cos(50^\circ)$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değerlerinin toplamı kaçtır?

- A)  $\frac{13\pi}{18}$       B)  $\frac{11\pi}{9}$       C)  $\frac{3\pi}{2}$   
D)  $\frac{31\pi}{18}$       E)  $\frac{20\pi}{9}$

### Çözüm



$$\begin{aligned} |\sin x| &= \cos 50^\circ = \sin 40^\circ \\ \Rightarrow \sin x &= \sin 40^\circ \text{ veya } \sin x = -\sin 40^\circ \\ \Rightarrow x_1 &= 40^\circ, \quad x_2 = 140^\circ, \quad x_3 = 220^\circ \\ \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 &= 40^\circ + 360^\circ = \frac{2\pi}{9} + 2\pi \\ \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 &= \frac{20\pi}{9} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Yanıt E**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Açıların Trigonometrik oranları" arasındaki ilişkiler üzerine becerileri bir denklemlle sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi, "kolay" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 30

I. Aşağıdaki trigonometrik oranları  $\theta$  açısının trigonometrik oranları türünden yazınız.

- a.  $\cos(\pi - \theta)$       b.  $\tan(\pi - \theta)$       c.  $\sin(\pi + \theta)$

d.  $\cot(\pi + \theta)$       e.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$       f.  $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$

g.  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)$       h.  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)$

i.  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$       j.  $\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$

k.  $\cos(2\pi - \theta)$       l.  $\tan(2\pi - \theta)$

m.  $\tan\left(\theta + \frac{7\pi}{2}\right)$       n.  $\cos\left(-\theta - \frac{11\pi}{2}\right)$

II.  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$  olduğuna göre  $x$  açısının trigonometrik oranlarını;

- a.  $\sin x$  cinsinden yazınız.  
b.  $\cos x$  cinsinden yazınız.  
c.  $\tan x$  cinsinden yazınız.  
d.  $\cot x$  cinsinden yazınız.

III. Aşağıdaki ifadeleri en sade biçimde yazınız.

a. 
$$\frac{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \cot(x - \pi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos(\pi + x)}$$

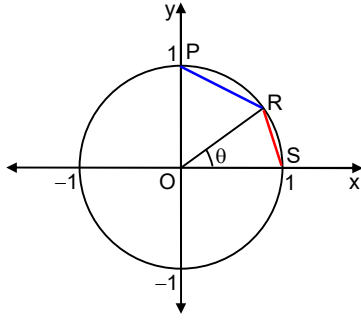
b. 
$$\frac{\sin(x - 3\pi)}{\sin(x + 3\pi)} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$$

c. 
$$\frac{\sin(\pi + \alpha)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} \cdot \frac{\cos(\alpha - 2\pi)}{\cot\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right)} \cdot \frac{\tan(\alpha - 3\pi)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$$

d. 
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

e. 
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{1 + \cot\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)} - \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{1 - \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$$

31.



Şekilde verilen O merkezli birim çemberin üzerindeki  $P(0,1)$  ve  $S(1,0)$  noktaları ile RO doğru parçasının x eksenine yaptığı pozitif yönlü  $\theta$  açısı kullanılarak tanımlanan yeni trigonometrik fonksiyonlar aşağıdaki gibidir:

$$\text{kas}\theta = |\text{RS}|$$

$$\text{sas}\theta = |\text{RP}|$$

Buna göre,

$$\frac{\text{kas}^2\theta}{2 - \text{sas}^2\theta}$$

ifadesi, tanımlı olduğu  $\theta$  değerleri için aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\sin(2\theta)$       B)  $\cos^2(2\theta)$       C)  $\sec\theta$

D)  $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$       E)  $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$

### Çözüm

$$\begin{aligned} \text{kas}^2\theta &= |\text{RS}|^2 \\ &= \sin^2\theta + (1 - \cos\theta)^2 \\ &= 2 - 2\cos\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sas}^2\theta &= |\text{RP}|^2 \\ &= \cos^2\theta + (1 - \sin\theta)^2 \\ &= 2 - 2\sin\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{kas}^2\theta}{2 - \text{sas}^2\theta} &= \frac{2 - 2\cos\theta}{2\sin\theta} = \frac{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \\ &= \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Yanıt D**

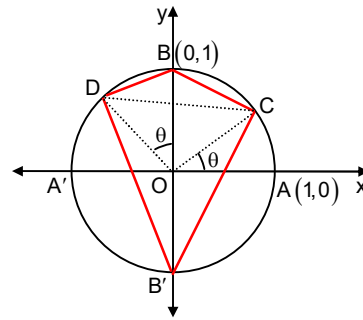
### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Sorunun özü, birim çemberin RS ve RP kirişlerinin uzunluklarının  $\theta$  açısının trigonometrik oranları cinsinden bulunmasıdır.

Hesaplama için, trigonometrik oranların tanımları ile "yarım açı formülleri"ni bilmek yeterlidir.

Sorunun zorluk düzeyi, "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 31



Şekilde; O merkezli birim çember üzerinde A, A', B, B', C ve D noktaları alınmıştır.

$m(\hat{AOC}) = m(\hat{BOD}) = \theta$  olarak verilmiştir.

Aşağıda istenenleri,  $\theta$  cinsinden bulunuz.

- |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| a. $A(B'CB)$          | b. $A(\hat{B'CD})$     |
| c. $A(\hat{B'BD})$    | d. $A(\hat{BOC})$      |
| e. $ BC ^2 -  BD ^2$  | f. $ B'C ^2 -  B'D ^2$ |
| g. $m(\hat{CDB'})$    | h. $\sin(\hat{AOD})$   |
| i. $\tan(\hat{DOB'})$ | k. $\cos(\hat{ADC})$   |
| m. $A(\hat{ADC})$     | n. $A(\hat{BDC})$      |

**32.** Dik koordinat düzleminde bir köşesi orijinde olan bir üçgenin ağırlık merkezi  $(0,6)$  noktası, diklik merkezi ise  $(0,8)$  noktasıdır.

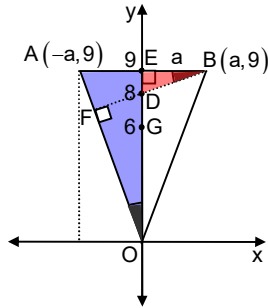
Buna göre;  
bu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

### Çözüm

#### I. yol

O köşesi ile G ağırlık merkezinin ve D diklik merkezinin doğrusal olması, AOB üçgeninin ikizkenar olduğunu gösterir.



Yükseklik ayakları E ve F,

$$|AE| = |EB| = a \text{ olsun.}$$

$G(0,6)$  olduğundan;

$E(0,9)$ ,  $A(-a,9)$ ,  $B(a,9)$  olur.

$\triangle AOE \sim \triangle DBE$  olduğu görülür:

$$\frac{|OE|}{|BE|} = \frac{|AE|}{|DE|} \Rightarrow \frac{9}{a} = \frac{a}{1} \Rightarrow a = 3 \text{ bulunur.}$$

$$A(\triangle AOB) = \frac{2a \cdot 9}{2} \Rightarrow A(\triangle AOB) = 27 \text{ olur.}$$

#### II. yol

$$m_{OA} = \frac{-9}{a} \Rightarrow m_{EB} = \frac{a}{9} \text{ olduğu görülür.}$$

$$FB: y - 8 = \frac{a}{9} \cdot x \text{ olur.}$$

$B(a,9)$  noktası FB üzerindedir:

$$y - 8 = \frac{a}{9} \cdot x \Rightarrow 9 - 8 = \frac{a}{9} \cdot a \Rightarrow a = 3 \text{ bulunur.}$$

$$A(\triangle AOB) = \frac{2a \cdot 9}{2} \Rightarrow A(\triangle AOB) = 27 \text{ olur.}$$

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

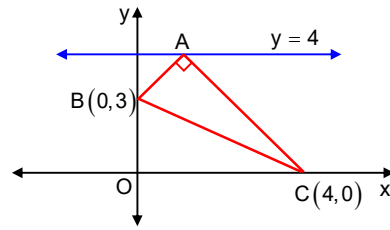
Soru "Analitik ve sentetik geometri" bilgilerini birlikte sorgulamayı amaçlamıştır.

Sorunun şekil çizmeyi öğrenciden beklemesi, zamana karşı bir sınavda, zorluk düzeyini "ortanın üstü"nden daha yukarı çıkarır:

Soru, "zor" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 32

#### I.



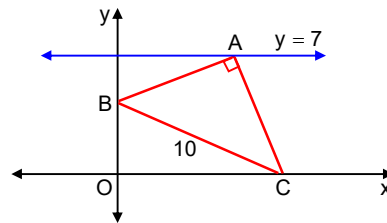
ABC dik üçgeninin A dik açı köşesi

$y = 4$  doğrusu üzerindedir.

$B(0,3)$  ve  $C(4,0)$  olduğuna göre,

$A(\triangle ABC)$  kaç birimkaredir?

#### II.



ABC dik üçgeninin A dik açı köşesi

$y = 7$  doğrusu, B köşesi y eksenine, C köşesi x eksenine üzerindedir.

$|BC| = 10$  birimdir.

$A(\triangle ABC)$  en büyük seçildiğinde,

$A(\triangle OBC)$  kaç birimkare olur?

**33.** Dik koordinat düzleminde,  $y = x + 2$  doğrusu üzerinde bulunan A ve B noktaları arasındaki uzaklık 3 birimdir.

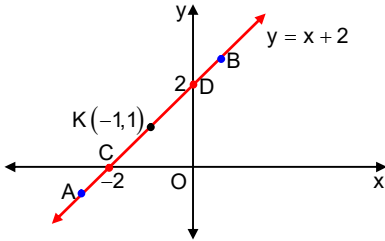
$[AB]$  doğru parçasının orta noktasının koordinatları  $(-1,1)$  olduğuna göre, A ve B noktaları analitik düzlemin hangi bölgelerindedir?

- A) Her ikisi de II. bölgede.  
 B) Her ikisi de III. bölgede.  
 C) Biri I. bölgede, diğeri II. bölgede.  
 D) Biri I. bölgede, diğeri III. bölgede.  
 E) Biri II. bölgede, diğeri III. bölgede.

### Çözüm

AB:  $y = x + 2$  doğrusu, eksenleri  $C(-2,0)$  ve  $D(0,2)$  noktalarında keser.

$K(-1,1)$  noktası  $[CD]$ 'nin de orta noktası olur.



$|CD| = 2\sqrt{2} < |AB| = 3$  olduğundan, A noktası III. bölgede ise B noktası I. bölgede olur.

**Yanıt D**

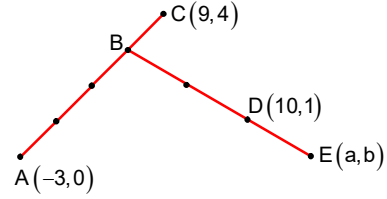
### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Doğrunun analitiği" konusunun en temel bilgilerini, "Gerçel sayıların sıralanması" bilgisi ile birlikte sorgulamaktadır.

Soru, "kolay"dır.

### Siz Çözdünüz – 33

I.



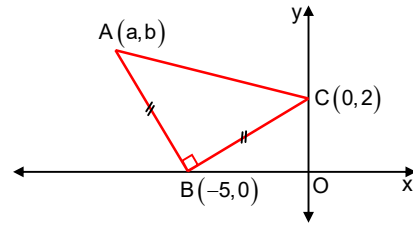
Şekil, bir dik koordinat düzleminde kopyalanmıştır.

A, B, C noktaları doğrusal ve B, D, E noktaları doğrusaldır.

İşaretlenmiş doğrusal noktalar eşit aralıktır.

$A(-3,0)$ ,  $C(9,4)$ ,  $D(8,-1)$  ve  $E(a,b)$  olduğuna göre;  $a+b$  kaçtır?

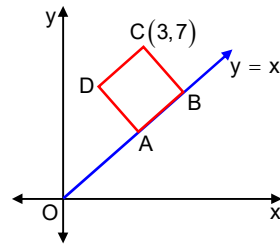
II.



Şekildeki dik koordinat düzleminde,  $AB \perp BC$  ve  $|AB| = |BC|$  olduğu verilmiştir.

$A(a, b)$ ,  $B(-5, 0)$  ve  $C(0, 2)$  olduğuna göre;  $a+b$  kaçtır?

III.



ABCD karesinin  $[AB]$  kenarı  $y = x$  doğrusu üzerindedir.

$C(3,7)$  olduğuna göre D köşesinin koordinatlarının toplamı kaçtır?

34. Dik koordinat düzleminde,  $A(3,4)$  noktasında dik kesişen iki doğrunun eğimleri toplamı  $\frac{3}{2}$  olarak hesaplanıyor.

Bu iki doğrunun x eksenini kestiği noktalar B ve C noktaları olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

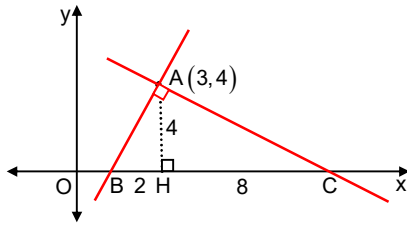
- A) 24 B) 20 C) 16 D) 12 E) 8

### Çözüm

Pozitif eğimli olan doğrunun eğimi m olsun. Buna dik olan diğer doğrunun eğimi  $-\frac{1}{m}$  olur.

$$m + \left(-\frac{1}{m}\right) = \frac{3}{2} \text{ ise } m = 2 \text{ bulunur.}$$

Doğruların birinin eğimi 2, diğerinin eğimi  $-\frac{1}{2}$  olur.



ABC üçgeninin hipotenüsüne ait yüksekliğin ayağı H olsun.

$$|AH| = 4; \quad m_{AB} = 2 \Rightarrow |BH| = 2;$$

$$m_{AC} = -1/2 \Rightarrow |HC| = 8; \quad |BC| = 10 \text{ olur.}$$

$$A(\triangle ABC) = \frac{10 \cdot 4}{2} \Rightarrow A(\triangle ABC) = 20 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt B**

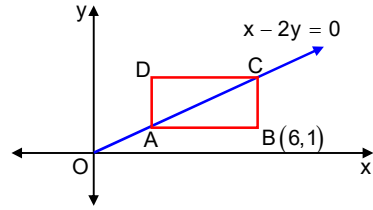
### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Doğrunun analitiği" konusundaki temel bilgiler üzerinedir.

Sorunun zorluk düzeyi, "ortanın altı" sayılır.

### Siz Çözünüz – 34

I.



Kenarları koordinat eksenlerine paralel olan ABCD dikdörtgeninin  $[AC]$  köşegeni  $x = 2y$  doğrusu üzerindedir.

$B(6,1)$  olduğuna göre D köşesinin koordinatlarının toplamı kaçtır?

II. ABC üçgeni, dik açı köşesi C olan bir dik üçgendir.  $A(1,1)$  ve  $B(9,7)$  olup C köşesi x eksenindedir.

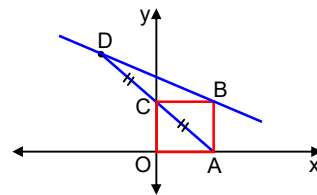
Bu koşullara uyan ABC üçgenlerinden, alanı büyük olanının alanını bulunuz.

III.  $d_1: x + 2y - 1 = 0$  doğrusu üzerindeki A noktasının  $B(1,2)$  noktasına göre simetriği,  $d_2: x - y + 6 = 0$  doğrusu üzerinde olduğuna göre; A noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

IV.  $d: y = x$  doğrusu üzerindeki A ve B noktaları  $d_1: y = 2x - 1$  ile  $d_2: y = 2x + 5$  doğrularının sınırladığı bölgededir.

Buna göre;  $|AB|$  uzunluğunun en büyük tam sayı değeri kaçtır?

V.



OABC karedir. D noktası A'nın C'ye göre simetriğidir.

BD'nin denklemi,  $y = mx + 6$  olduğuna göre; D noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

**35.** Ayşe ile Ferhat, pizza satın almak için bir dükkana giriyorlar.

Bu dükkanda satılan, 13 daire dilimine ayrılmış daire şeklindeki bir bütün pizzadan Ayşe'nin satın aldığı 2 dilim birbiriyle özdeş iken Ferhat'ın satın aldığı 11 dilim de birbiri ile özdeştir.

Daha sonra bu dilimlerden üç tanesini birleştirerek yarım daire şeklinde bir pizza elde ediyorlar.

Buna göre; büyük dilimlerden birinin merkez açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 90 B) 81 C) 75 D) 72 E) 60

### Çözüm

Ayşe'nin aldığı dilimlerin merkez açılarının ölçüsü  $x$  derece, Ferhat'ın aldığı dilimlerin merkez açılarının ölçüleri  $y$  derece olsun.

$2x + 11y = 360$  iken  $x + 2y = 180$  olamayacağı görülür.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 11y = 360 \\ 2x + y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 18 \text{ ve } x = 81 \text{ derece}$$

bulunur.

**Yanıt B**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler" bilgileri ile çözülebilen bir problemdir.

Sorunun zorluk düzeyi, "ortanın altı"dır.

Ancak; uzun açıklama ile zorluk düzeyi "orta" düzeye çıkarılmaya çalışılmış diye düşünülebilir.

### Siz Çözünüz – 35

**I.** 10, 20 ve 50 kuruşluklardan oluşan 14 tane paranın tutarı 3 liradır.

20 kuruşlukların sayısı 10 kuruşlukların sayısının 2 katı olduğuna göre, 50 kuruşluklar kaç tanedir?

**II.** 10, 20 ve 50 kuruşluklardan oluşan 10 tane paranın tutarı 310 kuruştur.

Bu paralardan en az kaç 50 kuruşluktur?

**III.** Bir tepsi börekten eş merkez açılı 4 dilim ayrıldıktan sonra, kalanı 9 eş merkez açılı dilimlere bölünüyor.

Eldeki dilimlerden 7 tanesi ile yarım tepsi börek hazırlanabiliyor.

Buna göre; büyük dilimlerin merkez açılarının ölçüsü kaç değişik değer alabilir?

**IV.** A ve B şehirlerinin arası 720 km 'dir.

Bir otobüs ile bir kamyon A'dan aynı anda yola çıkıyorlar. Taşıtların hızları sabittir.

Otobüs 200 km yol aldığı anda, kamyon 50 km geride kalıyor.

Otobüs B'ye kamyonun 3 saat önce giriyor.

Kamyonun hızı saatte kaç km'dir?

**V.** Halil her gün aynı verimle, eşit süreler çalışarak üzerinde çalıştığı işi bitirmiştir.

Günde 2 saat daha fazla çalışsaydı, işi 2 gün daha erken; günde 2 saat daha az çalışsaydı, 3 gün daha geç bitirecekti.

Halil bu işi kaç saatte bitirmiştir?

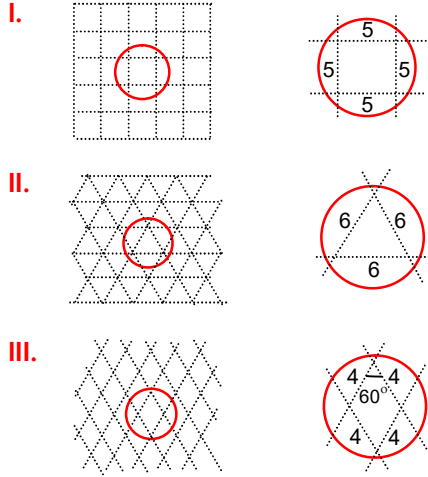
**VI.** Bir satıcı, fiyatları aynı olan gömleklerden bir miktar satın almıştır. Gömleklerin tanesi 4 lira ucuz olsaydı, aynı paraya 6 gömlek daha fazla; 5 lira ucuz olsaydı, 8 gömlek daha fazla alabilecekti.

Buna göre; satıcı gömleğin tanesini kaç liradan almıştır.



36. Mehmet, deseni özdeş şekillerden oluşan bir tel örgüye yarıçapı 2 cm olan küre şeklindeki tenis topunu fırlattığında top tel örgünün içinden tel örgüye değmeden geçmiştir.

Buna göre, bu tel örgünün görünümü



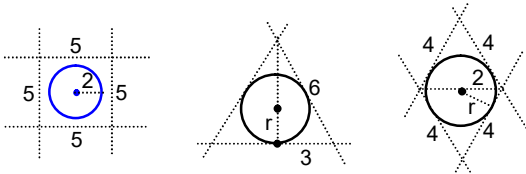
şekillerinden hangileri olabilir?

- A) Yalnız I    B) Yalnız II    C) Yalnız III  
D) I ve II    E) I ve III

### Çözüm

Yarıçapı 2 cm olan kürenin, tel örgü düzlemi ile en büyük arakesiti, yarıçapı 2 cm olan daire olur.

Arakesit dairesi, kenarları 5 cm olan karesel bölgeye kolaylıkla oturtulabilir.



Kenarları 6 cm olan eşkenar üçgensel bölgeye ve kenarları 4 cm olan eşkenar dörtgensel bölgeye oturtulabilecek en büyük dairenin yarıçapı  $\sqrt{3}$  cm olarak hesaplanır. Bu hesap yukarıdaki şekillerde çizilen  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  üçgenleri ile kolayca yapılabilir.

Öyleyse; örgü yalnız I. şekildeki gibi olabilir.

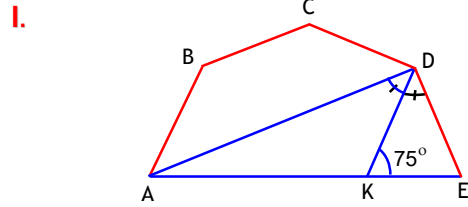
**Yanıt A**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Uzay geometri"ye dokunan "Düzlem geometri" sorusudur. "Çokgenlerin içteğet çemberleri"nin yarıçaplarını bulma üzerinedir. Üç boyutlu şekillerin düzlemlerle arakesitleri de sorgulanmaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi, "ortanın altı" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 36

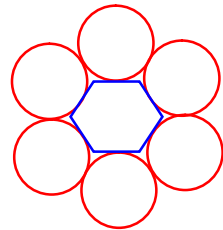


A, B, C, D ve E noktaları bir kenarı 6 birim olan bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir.

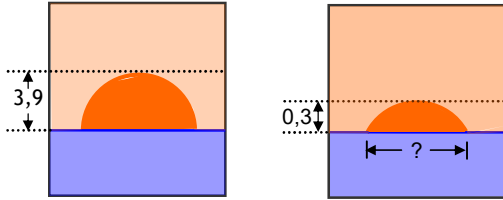
$\hat{ADK} \cong \hat{KDE}$  ve  $m(\hat{DKE}) = 75^\circ$  'dir.

- a. ADCB dörtgensel bölgesine çizilebilecek olan en büyük çemberin yarıçapı kaç birimdir?
- b. [BA] ve [BC] kenarlarına teğet olan 4 cm yarıçaplı çemberin merkezinin, CD doğrusuna uzaklığı kaç cm'dir?

- II. Yarıçapları 3'er birim olan eş çemberler birbirlerine ve şekildeki düzgün altıgene kenarlarının orta noktalarında teğettir. Buna göre; altıgenin kenar uzunluğu kaç birimdir?



37. Selim'in gün batımını izlerken çektiği Şekil-1'deki fotoğrafta denizin üstünde yarım daire biçiminde görünen güneşin en üst noktasının denize uzaklığı 3,9 cm olarak ölçülüyor.



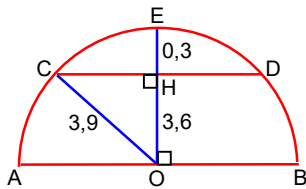
Selim, Şekil-1'deki fotoğrafı çektikten bir süre sonra aynı noktadan Şekil-2'deki fotoğrafı çekiyor. Bu fotoğrafta güneşin en üst noktasının denize uzaklığı 0,3 cm olarak ölçülüyor.

Buna göre; Şekil-2'de “?” ile gösterilen uzunluk kaç cm'dir?

- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

### Çözüm

Yarıçap uzunluğu 3,9 cm olan bir çemberin, merkezinden  $3,9 - 0,3 = 3,6$  cm uzaktaki kirişinin uzunluğu istenmektedir.



Şekli inceleyiniz.

OHC dik üçgeninde,

$$|CH|^2 = |OC|^2 - |OH|^2 \Rightarrow |CH| = 1,5 \\ \Rightarrow |CD| = 3 \text{ cm bulunur.}$$

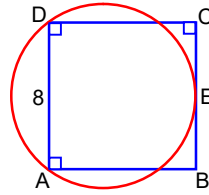
**Yanıt A**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru “Çemberin geometrisi” ile ilgili, “kolay” sayılabilecek bir sorudur.

### Siz Çözünüz – 37

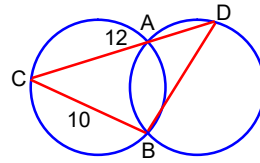
I.



ABCD karesinin A ve D köşelerinden geçen çember [BC] kenarına E'de teğettir.

Karenin bir kenarının uzunluğu 8 birim olduğuna göre, çemberin çapı kaç birimdir?

II.

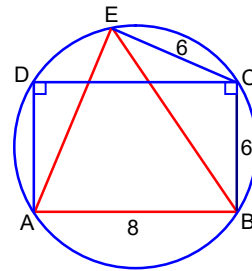


Eş iki çember A ve B noktalarında kesişmektedir. [AC] ve [AD], çemberlerin kirişleri olup doğrusaldır.

|CB| = 10 cm ve |CD| = 12 cm olduğuna göre,

- a.  $A(\triangle BCD)$  kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?  
b. Çemberlerin yarıçapları hangi değerleri alabilir?

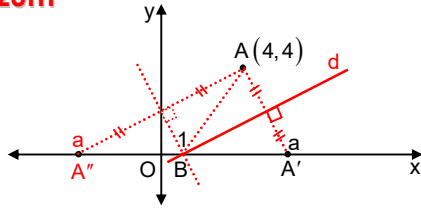
III.



E noktası ABCD dikdörtgeninin çevrel çemberi üzerindedir.

|AB| = 8 cm ve |BC| = |CE| = 6 cm olduğuna göre,  $A(\triangle EAB)$  kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?

38. Dik koordinat düzleminde, (4,4) noktasının (1,0) noktasından geçen bir doğruya göre simetriği olan nokta (a,0) olduğuna göre, a sayısının alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?  
A) -24 B) -16 C) -8 D) 16 E) 32

**Çözüm**

A(4,4) noktasının B(1,0) noktasından geçen bir d doğrusuna göre simetriği A'(a,0) olsun.

$|BA'| = |BA|$  olduğu görülür.

$$|BA'| = |BA| \Rightarrow |a-1| = 5 \\ \Rightarrow a_1 = -4, a_2 = 6 \text{ bulunur.}$$

$$a_1 \cdot a_2 = -4 \cdot 6 = -24 \text{ olur.}$$

**Yanıt A****Sorunun konusu ve zorluk düzeyi**

Soru "Doğrunun analitiği" konusundaki temel bilgileri ve becerileri sorgulamaktadır.

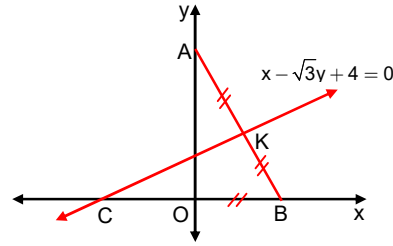
Etkili çözüm yoluna girildiğinde, soru "kolay" bulunabilir. Ancak; etkili çözüm yolunu seçmek beceri düzeyi ile ilgilidir.

Sorunun zorluk düzeyi "orta", hatta "ortanın üstü", sayılabilir.

**Siz Çözünüz – 38**

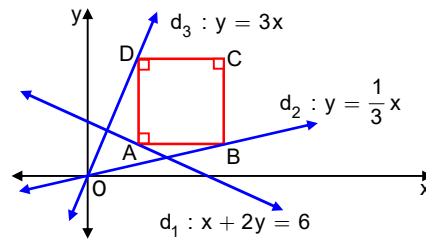
- I. A ve B noktaları  $d : x + 3y - 8 = 0$  doğrusuna göre simetrik iki noktadır.  
 $|AB| = 2\sqrt{10}$  olduğuna göre;  
A ve B noktalarının ordinatlarının farkının mutlak değeri kaçtır?

II.



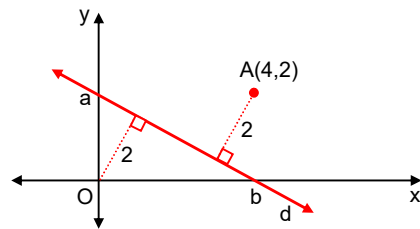
Şekilde;  
CK :  $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$  ve  
 $|AK| = |KB| = |OB|$  olduğuna göre,  
K noktasının koordinatlarını bulunuz.

III.



Şekildeki ABCD karesinin A köşesi  $d_1 : x + 2y = 6$  doğrusu,  
B köşesi  $d_2 : y = \frac{1}{3}x$  doğrusu ve  
D köşesi  $d_3 : y = 3x$  doğrusu üzerindedir.  
Karenin kenarları eksenlere paraleldir.  
Buna göre; C köşesinin koordinatları nedir?

IV.



Şekildeki d doğrusu O(0,0) ve A(4,2) noktalarından 2'şer birim uzaklıktadır.  
 $a > 0$  ve  $b > 0$  olduğuna göre;  
d doğrusunun denklemini bulunuz.

39. Dik koordinat düzleminde,  $y = mx$  doğrusu

$$x^2 - 26x + y^2 + 144 = 0$$

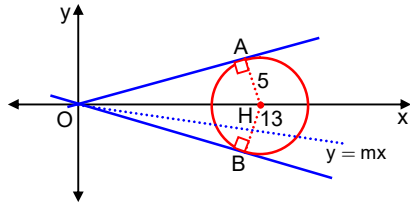
çemberini iki farklı noktada kesmektedir.

Buna göre;  $m$  sayısının alabileceği tüm değerleri gösteren aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$  B)  $\left(-\frac{3}{8}, \frac{3}{8}\right)$  C)  $\left(-\frac{4}{9}, \frac{4}{9}\right)$   
D)  $\left(-\frac{5}{12}, \frac{5}{12}\right)$  E)  $\left(-\frac{7}{24}, \frac{7}{24}\right)$

### Çözüm

$$x^2 - 26x + y^2 + 144 = 0 \Rightarrow (x - 13)^2 + y^2 = 25$$



Şekli inceleyiniz.

$$m_{OA} = \frac{5}{12} \text{ ve } m_{OB} = -\frac{5}{12} \text{ 'dir.}$$

$-\frac{5}{12} < m < \frac{5}{12}$  koşulunu sağlayan  $y = mx$  doğruları,  $H(13, 0)$  merkezli ve 5 br yarıçaplı çemberi iki farklı noktada keserler.

**Yanıt D**

### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Doğru ve çemberin analitiği" ile ilgili temel bilgileri sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "ortanın altı" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 39

I.  $A(-1, 4)$  noktasının  $d: x + my - 2 = 0$  doğrularına göre simetriklerinin geometrik yerinin denklemini bulunuz.

II. Dik koordinat düzleminde; başlangıç noktasından geçen bir çember,  $y$  eksenini kestiği noktada  $d: 2x - y + 4 = 0$  doğrusuna teğettir.

Bu çemberin denklemini bulunuz.

III. Dik koordinat düzleminde;  $A(-1, 2)$ ,  $B(3, -2)$  ve  $C(-3, 0)$  noktaları veriliyor.

ABC üçgeninin

a. çevrel çemberinin denklemini bulunuz.

b. içteğet çemberinin denklemini bulunuz.

IV. Dik koordinat düzleminde;  $d_1: x + 1 = 0$ ,  $d_2: y - 1 = 0$  ve  $d_3: 3x + 4y - 13 = 0$  doğrularının belirttiği üçgenin

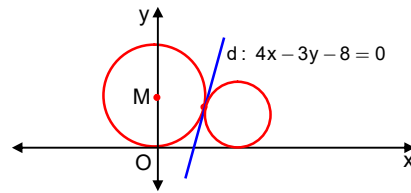
a. çevrel çemberinin denklemini bulunuz.

b. içteğet çemberinin denklemini bulunuz.

V. Dik koordinat düzleminde;  $3x + 4y + k = 0$  doğrusu,  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 = 0$  çemberine birinci bölgede teğettir.

Değme noktasının koordinatlarını bulunuz.

VI.

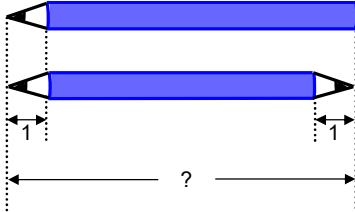


Dik koordinat düzleminde, çemberler  $x$  eksenine ve birbirlerine teğet olup birinin merkezi  $y$  eksenindedir.

$4x - 3y - 8 = 0$  doğrusu çemberlerin değme noktalarındaki ortak teğettir.

Bu çemberlerin denklemlerini bulunuz.

40. Uçlarından biri açılmış olan bir kurşun kalemin şekilde görüldüğü gibi açılmamış olan kısmı dik dairesel silindir, açılmış olan ucu ise yüksekliği 1 birim olan bir dik dairesel koni şeklindedir.



Kalemin diğer ucu, açılmış olan ucuyla özdeş olacak ve kalemin uzunluğu değişmeyecek biçimde açıldığında kalemin toplam hacmi %5 oranında azalıyor.

Buna göre, kalemin toplam uzunluğu kaç birimdir?

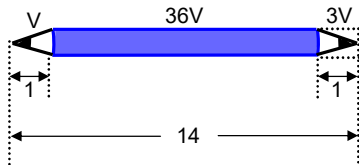
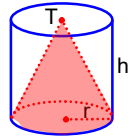
- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

### Çözüm

$$V_{\text{Koni}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = V$$

$$V_{\text{Silindir}} = \pi r^2 \cdot h = 3V$$

$$\text{Yontulacak hacim} = 2V$$



Kalemin ilk durumundaki hacminin %5'i  $2V$ 'dir. Öyleyse; kalemin ilk durumundaki hacmi  $40V$  olur. Sol ucun hacmi  $V$ , sağ uçtaki toplam hacim  $3V$  olacağından; ortadaki silindirik hacim  $36V$  olur.  $3V$  hacimli silindirin yüksekliği 1 birim olduğundan,  $36V$  hacimli silindirin yüksekliği 12 birim olur.

Kalemin toplam uzunluğu,  
 $1 + 12 + 1 = 14$  birim bulunur.

**Yanıt B**

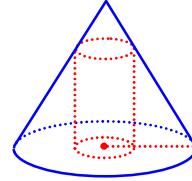
### Sorunun konusu ve zorluk düzeyi

Soru "Uzay geometrisi" yanında "Orantı" kavramını da sorgulamaktadır.

Sorunun zorluk düzeyi "orta" sayılabilir.

### Siz Çözünüz – 40

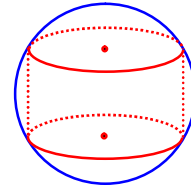
I.



Bir dik koninin içine bir dik silindir şekildeki gibi yerleştirilmiştir.

Koni ve silindirin taban yarıçaplarının oranı 3 olduğuna göre, hacimlerinin oranı kaçtır?

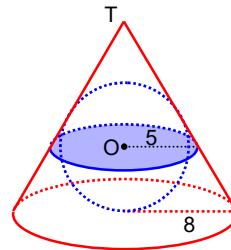
II.



Yarıçapı 5 cm olan kürenin içine, yüksekliği 6 cm olan silindir yerleştirilmiştir.

Silindirin taban çemberleri kürenin yüzeyine değdiğine göre, silindirin hacmini bulunuz.

III.



Şekildeki O merkezli küre, dik koninin yüzlerine teğettir.

Kürenin merkezinden geçen ve koninin taban düzlemine paralel olan düzlemin koni ile arakesiti, yarıçapı 5 cm olan çemberdir.

Koninin taban yarıçapı 8 cm ise yüksekliği kaç cm dir?