Kümeler – Etkinlik Çözümleri

Muharrem Şahin

Etkinlik 2 – 1

a. Aynı adları yazmış olmalısınız.

b. Size sıcakkanlı gelen biri, arkadaşınıza öyle gelmeyebilir.
Farklı adları yazmış olabilirsiniz.

c. Büyük bir olasılıkla farklı adlar yazmışsınızdır.

d. Bazı öğretmenleri kiminiz genç kiminiz yaşlı sayabilir.

e. Bu sayının sıfır olduğu bellidir.

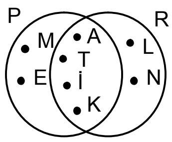
f. Her biriniz 8 farklı sayıdan birini yazmış olabilirsiniz.

Açıklamalardan da anlaşılacağı gibi, farklılıklar hangi adları yazacağınızın tam olarak belirtilmemiş olmasından kaynaklanır.

Etkinlik 2 – 2

Kümeleri P ve R ile adlandıralım.
Ortak özelik yöntemi ile,
$P = \{x \mid x$ MATEMATİK sözcüğündeki harftir.$\}$
$R = \{x \mid x$ ANALİTİK sözcüğündeki harftir.$\}$
biçiminde yazılırlar.
Liste yöntemi ile,
$P = \{M, A, T, E, İ, K\}$; $R = \{A, N, L, İ, T, K\}$ olur.

P ve R kümeleri Venn şeması ile yandaki gibi gösterilirler.



Etkinlik 2 – 3

a. Küme ayıracı içine yazabileceğiniz bir eleman yoktur. $A = \{\ \ \}$

b. $B = \{\ \ \}$

c. $C = \{1, 3, 5, 7\}$
C kümesi 4 elemanlıdır.

d. $D = \{9, 11, 13, 15, 17, ...\}$

D kümesinin elemanlarını yazmakla bitiremezsiniz. D kümesi sonsuz elemanlıdır.

Etkinlik 2 – 4

a. "$\mathbf{A \subset A}$" ① önermesinin niceleme mantığındaki karşılığı "$\forall \mathbf{x}, (\mathbf{x \in A}) \Rightarrow (\mathbf{x \in A})$" dır. ②

② önermesinin, x'in herhangi bir a değeri için yorumlaması "$(\mathbf{a \in A}) \Rightarrow (\mathbf{a \in A})$" ③ olur.

"$a \in A \equiv p$" dersek, yorumlama "$\mathbf{p \Rightarrow p}$" ④ önermesine dönüşür.
② önermesinin bütün yorumlamaları "$p \Rightarrow p$" biçiminde olacağından; "$\mathbf{A \subset A}$" önermesinin doğruluğu, "$\mathbf{p \Rightarrow p}$" önermesinin bir totoloji olup olmadığına bağlı olacaktır.
"$p \Rightarrow p$" önermesinin bir totoloji olduğu açıktır.
O hâlde, $\mathbf{A \subset A}$ dır.

b. "$\varnothing \subset \mathbf{A}$" ① önermesinin niceleme mantığındaki karşılığı "$\forall \mathbf{x}, (\mathbf{x} \in \varnothing) \Rightarrow (\mathbf{x \in A})$" dır. ②

$x = a$ yorumlaması ile $(a \in \varnothing) \Rightarrow (a \in A)$ ③ önermesi elde edilir. "$a \in \varnothing \equiv 0$" dır.
"$a \in A \equiv p$" dersek, ③ önermesi "$0 \Rightarrow p$" önermesine dönüşür.
② önermesinin bütün yorumlamaları "$\mathbf{0 \Rightarrow p}$" biçiminde olur.
"$0 \Rightarrow p$" önermesi bir totoloji olduğundan $\varnothing \subset \mathbf{A}$ dır.

Etkinlik 2 – 5

$(A = B) \Leftrightarrow [\forall x, (x \in A) \Leftrightarrow (x \in B)] \Rightarrow (A = B)$

$\Leftrightarrow \{\forall x, [(x \in A) \Rightarrow (x \in B)] \wedge [(x \in B) \Rightarrow (x \in A)]$

(İki yönlü koşullu önermenin tanımından)

$\Rightarrow (\mathbf{A = B}) \Leftrightarrow (\mathbf{A \subset B}) \wedge (\mathbf{B \subset A})$ dır.

(Alt kümenin tanımından)

Etkinlik 2 – 6

a. $\varnothing$ Alt küme sayısı 1'dir.

b. $\varnothing$, {a}
Alt küme sayısı 2'dir.

c. $\varnothing$, {a}, {b}, {a, b}
Alt küme sayısı 4'tür.

d. $\varnothing$, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c}, {a, b, c}
Alt küme sayısı 8'dir.

e. $\varnothing$, {a}, {b}, {c}, {d}, {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d}, {c, d}, {a, b, c}, {a, b, d}, {a, c, d}, {b, c, d}, {a, b, c, d}
Alt küme sayısı 16'dır.

f. Alt kümelerin sayılarının, 2'nin kuvvetleri olduğuna dikkat ediniz.

Görünüşe göre, n elemanlı kümenin alt kümelerinin sayısı 2^n olmalıdır.

Kümenin Eleman Sayısı	Kümenin alt Kümelerinin Sayısı
0	$1 = 2^0$
1	$2 = 2^1$
2	$4 = 2^2$
3	$8 = 2^3$
4	$16 = 2^4$

Etkinlik 2 – 7

a. $\binom{6}{3} = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$

b. $\binom{6}{4} = \binom{6}{2} = \dfrac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$

c. $2^6 - 1 = 63$

d. Kuvvet kümesi $2^6 = 64$ elemanlı olup bunun alt kümelerinin sayısı 2^{64} olur.

Etkinlik 2 – 8

a. A kümesinin a'yı içermeyen alt kümeleri, {b, c, d, e, f} kümesinin alt kümeleridir.
Bunların sayısı da $2^5 = 32$ dir.

b. A kümesinin b'yi bulunduran alt kümeleri, b'nin yanına {a, c, d, e, f} kümesinin alt kümelerinin elemanları yazılarak elde edilir.
O halde, b'yi bulunduran alt küme sayısı
$2^5 = 32$ dir.

c. $2^4 = 16$

d. Tüm alt kümelerin sayısından a ve b'yi içermeyen alt kümelerin sayısı çıkarılırsa, geriye a veya b'yi içeren alt kümelerin sayısı kalır.
$2^6 - 2^4 = 48$

Etkinlik 2 – 9

a. Koşula uyan D kümelerinin sayısı, A'nın alt kümelerinin sayısı kadardır.
Bu da, $2^3 = 8$ dir.

b. Koşula uyan E kümeleri B'nin A'yı kapsayan alt kümeleridir.
Bunların sayısı da {d, e, f, g} kümesinin alt kümelerinin sayısı olup $2^4 = 16$ dır.

c. 4 elemanlı E kümelerinin sayısı, {d, e, f, g} nin 1 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşit olup 4'tür.

d. $\binom{4}{2} = 6$

Etkinlik 2 – 10

a. B kümesinin yalnız a'nın bulunduğu alt kümelerinin sayısı 2^3 olup a, b, c'den yalnız birinin bulunduğu alt kümelerinin sayısı $3 \cdot 2^3 = 24$ olur.

b. B kümesinin örneğin a ve b'yi bulunduran alt kümelerinin sayısı $2^3 = 8$ dir.

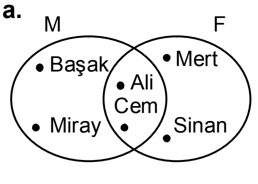
A kümesinin herhangi iki elemanı $\binom{3}{2} = 3$ değişik biçimde seçilebilir. O hâlde, istenen alt kümelerin sayısı $3 \cdot 8 = 24$ olur.

c. $2^3 = 8$

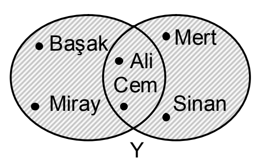
d. a, b, c'den hiç birinin bulunmadığı alt kümelerin sayısı $2^3 = 8$; yalnız birinin bulunduğu alt kümelerin sayısı 24'tür.
İstenen sayı $8 + 24 = 32$

Etkinlik 2 – 11

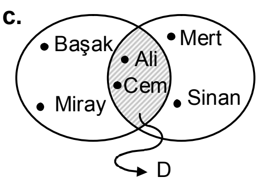
a.



b.



c.

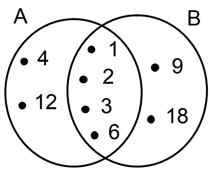


d. $Y = \{x \mid (x \in M) \vee (x \in F)\}$
$D = \{x \mid (x \in M) \wedge (x \in F)\}$

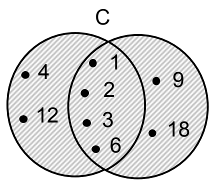
Etkinlik 2 – 12

$A = \{1,2,3,4,6,12\}$ ve $B = \{1,2,3,6,9,18\}$ dir.

a.

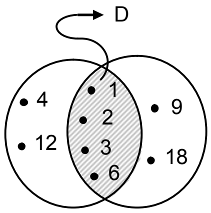


b.



$C = \{1,2,3,4,6,9,12,18\}$

c.



$D = \{1,2,3,6\}$

Etkinlik 2 – 13

a. $A \cup A = \{x | (x \in A) \vee (x \in A)\}$ ($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup A = \{x | \ x \in A\}$ ($\vee$'nin tek kuvvet öz.)

$\Rightarrow \mathbf{A \cup A = A}$

b. $A \cap A = \{x | (x \in A) \wedge (x \in A)\}$ ($\cap$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cap A = \{x | \ x \in A\}$ ($\wedge$'nin tek kuvvet öz.)

$\Rightarrow \mathbf{A \cap A = A}$

Etkinlik 2 – 14

a. $A \cup \varnothing = \{x | (x \in A) \vee (x \in \varnothing)\}$ ($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup \varnothing = \{x | \ (x \in A) \vee 0\}$ ($\varnothing$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup \varnothing = \{x | \ x \in A\}$ ($p \vee 0 \equiv p$)

$\Rightarrow \mathbf{A \cup \varnothing = A}$

b. $A \cap \varnothing = \{x | (x \in A) \wedge (x \in \varnothing)\}$

$\Rightarrow A \cap \varnothing = \{x | \ [(x \in A) \wedge (x \in \varnothing)] \vee (x \in \varnothing)\}$

($x \in \varnothing \equiv 0$ old. bir önermeye $\vee$ işlemi ile bağlanabilir.)

$\Rightarrow A \cap \varnothing = \{x | \ [(x \in A) \wedge 0] \vee (x \in \varnothing)\}$ ($x \in \varnothing \equiv 0$)

$\Rightarrow A \cap \varnothing = \{x | \ 0 \vee (x \in \varnothing)\}$ ($p \wedge 0 \equiv 0$)

$\Rightarrow A \cap \varnothing = \{x | \ x \in \varnothing\}$ $0 \vee q \equiv q$

$\Rightarrow \mathbf{A \cap \varnothing = \varnothing}$

Etkinlik 2 – 15

a. $A \cup B = \{x | (x \in A) \vee (x \in B)\}$ ($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup B = \{x | (x \in B) \vee (x \in A)\}$ ($\vee$'nin değişme öz.)

$\Rightarrow \mathbf{A \cup B = B \cup A}$ ($\cup$'nin tanımı)

b. a'daki gibi ispatlayınız.

Etkinlik 2 – 16

a. $A \cup (B \cup C) = \{x | (x \in A) \vee [x \in (B \cup C)]\}$

($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup (B \cup C) = \{x | (x \in A) \vee [(x \in B) \vee (x \in C)]\}$

($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup (B \cup C) = \{x | \ [(x \in A) \vee (x \in B)] \vee (x \in C)\}$

($\vee$'nin birleşme öz.)

$\Rightarrow A \cup (B \cup C) = \{x | \ (x \in A) \vee (x \in B)\} \cup C$

($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow \mathbf{A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C}$ ($\cup$'nin tanımı)

b. a'daki gibi ispatlayınız.

Etkinlik 2 – 17

a. $A \cup (B \cap C) = \{x | (x \in A) \vee [x \in (B \cap C)]\}$

($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup (B \cap C) = \{x | (x \in A) \vee [(x \in B) \wedge (x \in C)]\}$

($\cap$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup (B \cap C)$

$= \{x | \ [(x \in A) \vee (x \in B)] \wedge [(x \in A) \vee (x \in C)]\}$

($\vee$'nin $\wedge$ işlemi üz. dağılma öz.)

$\Rightarrow A \cup (B \cap C) = \{x | \ [x \in (A \cup B)] \wedge x \in (A \cup C)\}$

($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow \mathbf{A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)}$ ($\cap$'nin tanımı)

b. a'daki gibi ispatlayınız.

c. a'daki gibi ispatlayınız.

d. a'daki gibi ispatlayınız.

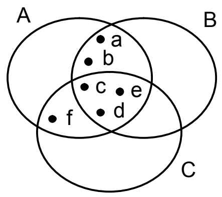
Etkinlik 2 – 18

a. $A \cap B = \{0,1,2,3\}$ ve $A \cap C = \{1,2,3,4\}$ tir.

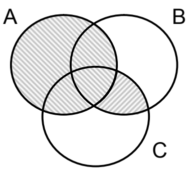
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$\Rightarrow A \cap (B \cup C) = \{0,1,2,3,4\}$

b. $A \cap B = \{a,b,c,d,e\}$ ve $A \cap C = \{c,d,e,f\}$ kümeleri Venn şemasında gösterilirse, C kümesinde en azından c, d, e, f elemanlarının bulunduğu görülür. C kümesi en az 4 elemanlıdır.



c. $A \cup B = \{a,b,c,d,e\}$ ve $A \cup C = \{c,d,e,f\}$ dir. taralı bölgeye karşılık gelen küme $A \cup B$ ve $A \cup C$ kümelerinin kesişimidir. $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{c,d,e\}$ olur.



Etkinlik 2 – 19

a. "$\mathbf{A \subset (A \cup B)}$" ① önermesinin niceleme mantığındaki karşılığı,
"$\forall$**x, (x $\in$ A) $\Rightarrow$ (x $\in$ A) $\vee$ (x $\in$ B)**" dir. ②
② önermesinin $x = a$ için yorumlaması
"**(a $\in$A) $\Rightarrow$ (a $\in$A) $\vee$ (a $\in$B)**" dir. ③
$a \in A \equiv p$ ve $a \in B \equiv q$ dersek ③ önermesi
"**p $\Rightarrow$ (p $\vee$ q)**" önermesine dönüşür. ② önermesinin bütün yorumlamaları "$p \Rightarrow p \vee q$" biçiminde olacaktır.

$p \Rightarrow p \vee q \equiv \underbrace{p' \vee p}_{1} \vee q \equiv 1 \vee q \equiv 1$ olup

"**p $\Rightarrow$ (p $\vee$ q)**" önermesi bir totoloji olduğundan
"**A $\subset$ (A $\cup$ B)**" önermesi doğrudur.

b. a'daki gibi ispatlayınız.

c. a'daki gibi düşünerek,
"**(A $\subset$ B) $\Leftrightarrow$ (A $\cap$ B = A)**" ① önermesine önermeler mantığında karşılık gelen önermenin,
"$(\mathbf{p \Rightarrow q}) \Leftrightarrow [(\mathbf{p \wedge q}) \Leftrightarrow \mathbf{p}]$" ② olduğunu gösterebilirsiniz. ② önermesi

$p \equiv 1$ ve $q \equiv 1$ iken doğru;
$p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ iken doğru;
$p \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ iken doğru;
$p \equiv 0$ ve $q \equiv 0$ iken doğrudur.

Bu durumda, ② önermesi bir totoloji olduğundan ① de doğrudur.

(A $\subset$ B) $\Leftrightarrow$ (A $\cap$ B = A) dır.

d. c'deki gibi ispatlayınız.

Etkinlik 2 – 20

a. $(\mathbf{A \cup C = B \cup C}) \Rightarrow (\mathbf{A = B})$ ① önermesinin bir gerektirme olmadığını göstereceğiz. ① önermesinin önermeler mantığındaki karşılığının,
$[(\mathbf{p \vee r}) \Leftrightarrow (\mathbf{q \vee r})] \Rightarrow (\mathbf{p \Leftrightarrow q})$ ② olduğunu gösterebilirsiniz.
Bu durumda problem, ② önermesinin bir totoloji olmadığını göstermeye dönüşür.
② önermesi, $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ için "$(1 \Leftrightarrow r) \Rightarrow 0$" ③ olur. ③ önermesi, $r \equiv 1$ iken yanlıştır.
Öyleyse, ② önermesi bir totoloji değildir.
O hâlde,
$\mathbf{A \cup C = B \cup C}$ olması $\mathbf{A = B}$ olmasını gerektirmez.
Örneğin; $A = \{1,3\}$, $B = \{3,4,5\}$ ve $C = \{1,4,5\}$ iken $A \cup C = B \cup C$ olduğu halde $A \neq B$ dir.

b. "$(\mathbf{A \cup C}) \subset (\mathbf{B \cup C})$ önermesinin önermeler mantığındaki karşılığının "$(\mathbf{p \vee r}) \Rightarrow (\mathbf{q \vee r})$", "**A $\subset$ B**" nin karşılığının "**p $\Rightarrow$ q**" olduğunu ve "$[(\mathbf{p \vee r}) \Rightarrow (\mathbf{q \vee r})] \Rightarrow (\mathbf{p \Rightarrow q})$" önermesinin bir gerektirme olmadığını göstereceksiniz.
Örneğin; $A = \{2,3,4\}$, $B = \{1,2,3\}$ ve $C = \{4,5\}$ iken $(A \cup C) \subset (B \cup C)$ olduğu halde, $A \not\subset B$ dir.

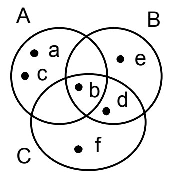
c. a'daki gibi yapınız.

d. b'deki gibi yapınız.

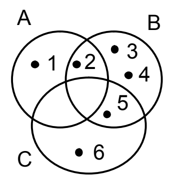
Etkinlik 2 – 21

Üç kümeyi birlikte Venn şeması ile göstermek için önce üç kümenin kesişiminin elemanları, sonra ikişer ikişer kesişimlerinin elemanları yerleştirilmelidir.

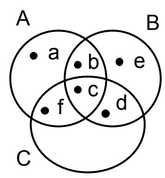
a.



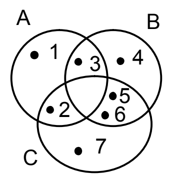
b.



c.



d.



Etkinlik 2 – 22

a. K ve K′ kümelerini liste yöntemi ile yazabilirsiniz.
Ortak özelik yöntemi ile

$K = \{x \mid$ x sınıfınızdaki kız öğrencidir.$\}$

$K' = \{x \mid$ x sınıfınızdaki erkek öğrencidir.$\}$

$K \cup K' = \{x \mid$ x sınıfınızdaki öğrencidir.$\}$ yazılır.

b. K' ve $K \cup K'$ kümelerini liste yöntemi ile yazmak çok zaman alır.

$K' = \{x \mid$ x okulunuzda kız öğrenci. Sınıftan değil$\}$

$K \cup K' = \{x \mid$ Okulunuzdaki kız öğrencidir.$\}$

c. **b** ile aynı biçimde yazılabilir.

d. **b** ile aynı biçimde yazılabilir.

e. Bir T kümesi yazıp soyut ve somut tüm nesneleri bu kümeye aldığınızı düşününüz. Bu T kümesinde T'nin kuvvet kümesi olamayacaktır. O hâlde böyle bir küme yoktur.

f. "Tüm nesnelerin kümesi." ya da "Kümelerin kümesi." ifadeleri bir küme belirtmediğine göre; bir A kümesinin dışındaki nesnelerin kümesinden söz edebilmek için, A'yı kapsayan bir kümenin belirtilmesi gerekir. bu kümeye **evrensel küme** diyeceğiz.
Evrensel küme, incelenen konu ile ilgili tüm nesneleri içerecek kadar geniş, ilgisiz nesneleri içermeyecek kadar dar seçilmelidir.

Etkinlik 2 – 23

a. $(2x+3)(x+2)(x-3)=0$

$\Rightarrow \underset{p(x)}{(2x+3=0)} \vee \underset{q(x)}{(x+2=0)} \vee \underset{r(x)}{(x-3=0)}$

Çift doğal sayılardan hiç biri p(x), q(x) veya r(x) açık önermelerinden her hangi birini doğru yapmaz
$Ç = \varnothing$ olur.

b. $x = 3$ için

$p(3) \equiv 0,\ q(3) \equiv 0,\ r(3) \equiv 1$ olduğundan

$p(3) \vee q(3) \vee r(3) \equiv 1$ dir.

$Ç = \{3\}$ olur.

c. $Ç = \{-2, 3\}$

d. $Ç = \left\{-\frac{3}{2}, -2, 3\right\}$

e. $Ç = \left\{-\frac{3}{2}, -2, 3\right\}$

Etkinlik 2 – 24

a." $\mathbf{A \subset E}$ "① önermesinin niceleme mantığındaki karşılığı " $\forall \mathbf{x}, (\mathbf{x \in A}) \Rightarrow (\mathbf{x \in E})$ " ② dir.

② önermesinin " $(\mathbf{a \in A}) \Rightarrow (\mathbf{a \in E})$ " ③ yorumlamasında $a \in A \equiv p$, $a \in E \equiv 1$ sembolleştirmesi yapılırsa, bunun önermeler mantığındaki " $\mathbf{p \Rightarrow 1}$ " ④ karşılığı elde edilir.
" $\mathbf{p \Rightarrow 1}$ " önermesi bir totoloji olduğundan " $\mathbf{A \subset E}$ " önermesi doğrudur.

b. **<u>I. yol</u>**

" $\mathbf{A \cap E = A}$ " önermesinin niceleme mantığındaki karşılığı $\forall \mathbf{x}, (\mathbf{x \in A}) \wedge (\mathbf{x \in E}) \Leftrightarrow (\mathbf{x \in A})$ " ;

önermeler mantığındaki karşılığı " $(\mathbf{p \wedge 1}) \Leftrightarrow \mathbf{p}$ " veya " $\mathbf{p \Leftrightarrow p}$ " dir. " $\mathbf{p \Leftrightarrow p}$ " bir totoloji olduğundan " $\mathbf{A \cap E = A}$ " dır.

<u>II. yol</u>

" $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$ " teoremini ispatlamıştınız.
Buna göre, $A \subset E$ olduğundan $\mathbf{A \cap E = A}$ olur.

<u>III. yol</u>

$A \cap E = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in E)\}$ ($\cap$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cap E = \{x \mid (x \in A) \wedge 1\}$ $(x \in E \equiv 1)$

$\Rightarrow A \cap E = \{x \mid x \in A\}$ $(p \wedge 1 \equiv p)$

$\Rightarrow \mathbf{A \cap E = A}$

c. Siz, **b**'deki I. ve II. yolları bu teoremin ispatlanmasına uygulayınız.
III. yolu biz uygulayalım :

$A \cup E = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in E)\}$ ($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup E = \{x \mid [(x \in A) \vee (x \in E)] \wedge (x \in E)\}$ $(x \in E \equiv 1)$

$\Rightarrow A \cup E = \{x \mid [(x \in A) \vee 1] \wedge (x \in E)\}$ $(x \in E \equiv 1)$

$\Rightarrow A \cup E = \{x \mid 1 \wedge (x \in E)\}$ $(p \vee 1 \equiv 1)$

$\Rightarrow A \cup E = \{x \mid x \in E\}$ $(1 \vee p \equiv p)$

$\Rightarrow \mathbf{A \cup E = E}$

Etkinlik 2 – 25

a. <u>I. yol</u>

$A \cup A' = \{x | (x \in A) \vee (x \in A')\}$ ($\cup$'nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup A' = \{x | (x \in A) \vee (x \notin A)\}$ (A' nin tanımı)

$\Rightarrow A \cup A' = \{x | [(x \in A) \vee (x \notin A)] \wedge (x \in E)\}$ $(x \in E \equiv 1)$

$\Rightarrow A \cup A' = \{x | \ 1 \wedge (x \in E)\}$ $(p \vee p' \equiv 1)$

$\Rightarrow A \cup A' = \{x | \ x \in E\}$ $(1 \wedge p \equiv p)$

$\Rightarrow \mathbf{A \cup A' = E}$

<u>II. yol</u>

"$\mathbf{A \cup A' = E}$" önermesinin önermeler mantığındaki karşılığının "$\mathbf{p \vee p' \equiv 1}$" olduğunu göstererek ispatlayınız.

b. a'daki gibi ispatlayınız.

c. $(A')' = \{x | (x \in E) \wedge (x \notin A)'\}$

$\Rightarrow (A')' = \{x | \ 1 \wedge (x \in A)\}$

$\Rightarrow (A')' = \{x | \ x \in A\}$

$\Rightarrow \mathbf{(A')' = A}$

d. $\varnothing' = \{x | (x \in E) \wedge (x \notin \varnothing)\}$

$\Rightarrow \varnothing' = \{x | (x \in E) \wedge (x \notin \varnothing)'\}$

$\Rightarrow \varnothing' = \{x | (x \in E) \wedge 0'\}$

$\Rightarrow \varnothing' = \{x | (x \in E) \wedge 1\}$

$\Rightarrow \varnothing' = \{x | \ x \in E\}$

$\Rightarrow \mathbf{\varnothing' = E}$

e. "$(A')' = A$" ve "$\varnothing' = E$" teoremlerini ispatladık.

Buna göre; $E = \varnothing' \ \Rightarrow E' = (\varnothing')' \Rightarrow \mathbf{E = \varnothing}$ bulunur.

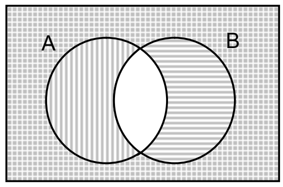
f. "$(\mathbf{A \subset B}) \Leftrightarrow (\mathbf{B' \subset A'})$" ① önermesinin önermeler mantığındaki karşılığının "$(\mathbf{p \Rightarrow q}) \Leftrightarrow (\mathbf{q' \Rightarrow p'})$" ② olduğunu gösteriniz. $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ olduğundan ② önermeski bir totolojidir.

O hâlde; "$(\mathbf{A \subset B}) \Leftrightarrow (\mathbf{B' \subset A'})$ dir.

Etkinlik 2 – 26

$A' \rightarrow$ ≡

$B' \rightarrow$ ||||



a. $(A \cup B)'$ kümesine karşılık gelen bölgenin hem yatay hem düşey çizgilerle taranmış olduğuna dikkat ediniz.

Buna göre; $\mathbf{(A \cup B)' = A' \cap B'}$ olmalıdır.

b. $(A \cap B)'$ kümesine karşılık gelen bölgenin yatay veya düşey çizgilerle taranmış olduğuna dikkat ediniz. Buna göre; $\mathbf{(A \cap B)' = A' \cup B'}$ olmalıdır.

Etkinlik 2 – 27

a. $(A \cup B)' = \{x | \ X \notin (A \cup B)\}$

$\Rightarrow (A \cup B)' = \{x | [x \in (A \cup B)]'\}$

$\Rightarrow (A \cup B)' = \{x | [(x \in A) \vee (x \in B)]'\}$

$\Rightarrow (A \cup B)' = \{x | (x \notin A) \wedge (x \notin B)\}$

$\Rightarrow (A \cup B)' = \{x | (x \in A') \wedge (x \in B')\}$

$\Rightarrow \mathbf{(A \cup B)' = A' \cap B'}$

b. a'daki gibi ispatlayınız.

Etkinlik 2 – 28

a. $A' \cap B' = (A \cup B)' = \{1,2,3,5,7\}' = \{4,6\}$

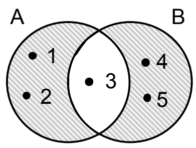
b. $A' \cup B' = (A \cap B)' = \{3,7\}' = \{1,2,4,5,6\}$

Etkinlik 2 – 29

a. $A-B=\{1,2\}$;

$B-A=\{4,5\}$ dir.

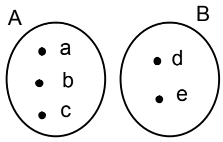
$A\neq B$ iken $A-B\neq B-A$ olduğu şemadan da görülmektedir.



b. $A-B=\{a,b,c\}$;

$B-A=\{d,e\}$ dir.

$A\cap B=\varnothing$ ise $A-B=A$ ve $B-A=B$ olduğu açıktır.



c. Siz yapınız.

d. Siz yapınız.

Etkinlik 2 – 30

a. $A-B\{x|(x\notin A)\wedge(x\notin B)\}$ (Fark iş. tanımı)

$\Rightarrow A-B\{x|(x\in A)\wedge(x\in B')\}$ (Tümleme tanımı)

$\Rightarrow \mathbf{A-B=A\cap B'}$ ($\cap$'nin tanımı)

b. $A-A=A\cap A'$

$\Rightarrow \mathbf{A-A=\varnothing}$ $\qquad(A\cap A'=\varnothing)$

c. $A-\varnothing=A\cap\varnothing'$

$\Rightarrow A-\varnothing=A\cap E$ $\qquad(\varnothing'=E)$

$\Rightarrow \mathbf{A-\varnothing=A}$ $\qquad(A\subset E)$

d. $\varnothing-A=\varnothing\cap A'$

$\Rightarrow \varnothing-\mathbf{A}=\varnothing$ $\qquad(\varnothing\subset A')$

e. $E-A=E\cap A'$

$\Rightarrow \mathbf{E-A=A'}$ $\qquad(A'\subset E)$

f. "$(\mathbf{A\subset B})\Leftrightarrow(\mathbf{A-B=\varnothing})$" ① önermesinin önermeler mantığındaki karşılığının "$(\mathbf{p\Rightarrow q})\Leftrightarrow[(\mathbf{p\wedge q'})\Leftrightarrow\mathbf{0}]$" ② olduğunu ve ② önermesinin bir totoloji olduğunu gösteriniz.

Etkinlik 2 – 31

a. **<u>I. yol</u>**

"$(\mathbf{A\cup B=A\cap B})\Leftrightarrow(\mathbf{A=B})$" ① önermesinin önermeler mantığındaki karşılığının "$[(\mathbf{p\vee q})\Leftrightarrow(\mathbf{p\wedge q})]\Leftrightarrow(\mathbf{p\Leftrightarrow q})$" ② olduğunu ve ② önermesinin bir totoloji olduğunu gösteriniz.

<u>II. yol</u>

Önce, $A=B$ nin gerekli koşul olduğunu gösterelim:

$A\cup B=A\cap B$ ise $A\subset(A\cap B)$ ① olur.

Diğer taraftan, her A ve B kümesi için $(A\cap B)\subset A$ dir. ②

① ve ② den $A\cap B=A$ ③ olur.

Aynı şekilde; $A\cup B=A\cap B$ ise $B\subset(A\cap B)$ ve $(A\cap B)\subset B$ olduğundan $A\cap B=B$ ④ olur.

③ ve ④ ten $A=B$ bulunur.

$\mathbf{(A\cup B=A\cap B)\Rightarrow(A=B)}$ dir.

Şimdi de $A=B$ nin yeterli koşul olduğunu gösterelim:

$A=B$ ise $A\cup B=A$ ve $A\cap B=A$ olup

$A\cup B=A\cap B$ bulunur.

$\mathbf{(A=B)\Rightarrow(A\cup B=A\cap B)}$ dir.

b. $A-(B\cup C)=A\cap(B\cup C)'$ $\qquad(A-B=A\cap B')$

$\Rightarrow A-(B\cup C)=A\cap(B'\cap C')$ (De Mrgan k.)

$\Rightarrow A-(B\cup C)=A\cap A\cap B'\cap C'$ (Tek kuvvet öz.)

$\Rightarrow A-(B\cup C)=(A\cap B')\cap(A\cap C')$
(Değişme ve bir.)

$\Rightarrow \mathbf{A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)}$ $(A\cap B'=A-B)$

c. **b**'deki gibi ispatlayınız.

d. $A-B=A\cap B'$

$\Rightarrow A-B=B'\cap(A')'$ $\qquad[(A')'=A]$

$\Rightarrow \mathbf{A-B=B'-A'}$ $\qquad(A-B=A\cap B')$

e. $(A\cup B)-C=A\cap B\cap C'$ $\qquad(A-B=A\cap B')$

$\Rightarrow(A\cap B)-C=A\cap B\cap C'\cap C'$ (Tek kuvvet öz.)

$\Rightarrow(A\cap B)-C=A\cap B\cap C'\cap C'$ (Değ. ve bir. öz.)

$\Rightarrow \mathbf{(A\cap B)-C=(A-C)\cap(B-C)}$ $(A\cap B'=A-B)$

f. I. yol

$A\cap(B-C)=A\cap B\cap C'$ $\quad(A-B=A\cap B')$

$\Rightarrow A\cap(B-C)=(A\cap B)-C$ $\quad(A\cap B'=A-B)$

C kümesinin $A\cap B$ kümesinde bulunan elemanları $A\cap B\cap C$, $A\cap C$, $B\cap C$ kümelerinin de elemanlarıdır.

$A\cap B$ kümesinden C kümesini çıkarmak demek

$A\cap B\cap C$, $A\cap C$ ya da $B\cap C$ kümesini çıkarmak demektir.

Buna göre,

$\mathbf{A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap B\cap C)}$;

$\mathbf{A\cap(B-C)=(A\cap B)-(B\cap C)}$;

$\mathbf{A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)}$

eşitlikleri geçerlidir.

II. yol

$(A\cap B)-(A\cap C)$ kümesinin $A\cap(B-C)$ kümesine eşit olduğunu gösterelim:

$(A\cap B)-(A\cap C)=A\cap B\cap(A\cap C)'$

$\Rightarrow(A\cap B)-(A\cap C)=A\cap B\cap(A'\cup C')$

$\Rightarrow(A\cap B)-(A\cap C)=B\cap[A\cap(A'\cup C')]$

$\Rightarrow(A\cap B)-(A\cap C)=B\cap[(A\cap A')\cup(A\cap C')]$

$\Rightarrow(A\cap B)-(A\cap C)=B\cap[\varnothing\cup(A\cap C')]$

$\Rightarrow(A\cap B)-(A\cap C)=B\cap A\cap C'$

$\Rightarrow(A\cap B)-(A\cap C)=A\cap(B\cap C')$

$\Rightarrow\mathbf{(A\cap B)-(A\cap C)=A\cap(B-C)}$

işlemlerin dayandırıldığı kuralları siz yazınız.

Etkinlik 2 – 32

$A\Delta B=(A-B)\cup(B-A)$

$\Rightarrow A\Delta B=(A\cap B')\cup(B\cap A')$ (Neden?)

$\Rightarrow A\Delta B=[(A\cap B')\cup B]\cap[(A\cap B')\cup A']$ (Neden?)

$\Rightarrow A\Delta B=[(A\cup B)\cap(B'\cup B)]\cap[(A\cup A')\cap(B'\cup A')]$ (Neden?)

$\Rightarrow A\Delta B=[(A\cup B)\cap E]\cap[E\cap(A'\cup B')]$ (Neden?)

$\Rightarrow A\Delta B=(A\cup B)\cap(A'\cup B')$ (Neden?)

$\Rightarrow A\Delta B=(A\cup B)\cap(A\cap B)'$ (Neden?)

$\Rightarrow\mathbf{A\Delta B=(A\cup B)-(A\cap B)}$

Etkinlik 2 – 33

$\mathbf{A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)}$ ① ve

$\mathbf{(A\Delta B)\cap C=(A\cap C)\Delta(B\cap C)}$ ② olduğu gösterilecektir.

Bunlardan ① önermesinin doğruluğunu biz göstereceğiz. ② önermesini size bırakıyoruz.

I. yol

$\mathbf{A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)}$ ① önermesinin önermeler mantığındaki karşılığının

$\mathbf{[p\wedge(q\vee r)\wedge(q\wedge r)']\Leftrightarrow[p\wedge(q\vee r)]\wedge(p\wedge q\wedge r)'}$ ②

olduğunu gösteriniz.

② önermesi $p\equiv0$ iken, $0\Leftrightarrow0\equiv1$;

$p\equiv1$ iken, $(q\vee r)\wedge(q\wedge r)'\Leftrightarrow(q\vee r)\wedge(q\wedge r)'\equiv1$

olduğundan bir totolojidir.

O hâlde; $\mathbf{A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)}$ önermesi doğrudur.

II. yol

$(A\cap B)\Delta(A\cap C)$ kümesinin $A\cap(B\Delta C)$ kümesine eşit olduğunu gösterelim :

$\mathbf{(A\cap B)\Delta(A\cap C)}$

$=[(A\cap B)\cup(A\cap C)]-[(A\cap B)\cap(A\cap C)]$

$=[A\cap(B\cup C)]\cap(A\cap B\cap C)'$

$=A\cap(B\cup C)\cap[A'\cup(B\cap C)']$

$=(B\cup C)\cap A\cap[A'\cup(B\cap C)']$

$=(B\cup C)\cap\{\underbrace{(A\cap A')}_{\varnothing}\cup[A\cap(B\cap C)']\}$

$=(B\cup C)\cap A\cap(B\cap C)']$

$=A\cap[(B\cup C)\cap(B\cap C)']$

$=A\cap[(B\cup C)-(B\cap C)]$

$\mathbf{=A\cap(B\Delta C)}$

Etkinlik 2 – 34

a. $A\cap(B\cup C)$

b. $B-(A\cup C)$

c. $[A-(B\cup C)]\cup[(B\cap C)-A]$

d. $(A\cap B\cap C)\cup[C-(A\cup B)]$

e. $(A-B)\cap C$

f. $C-(A\cup B)$

g. $[(A\cap C)-B]\cup(B-C)$

h. $(A\cup B)\Delta C$

Etkinlik 2 – 35

Belirtilen kümeleri, önce küme işlemlerinden yararlanarak sadeleştirelim :

a. $(A\cap B)\cup(A-B)$

$=(A\cap B)\cup(A\cap B')$ (Neden?)

$=A\cap(B\cup B')$ (Neden?)

$=A\cap E$ (Neden?)

$=A$ (Neden?)

b. $(A\cup B)\cap B'$

$=(A\cap B')\cup(B\cap B')$ (Neden?)

$=(A\cap B')\cup\varnothing$ (Neden?)

$=A\cap B'$ (Neden?)

c. $(A\cup B)\cap(A\cup B')$

$=A\cup(B\cap B')$ (Neden?)

$=A\cup\varnothing$ (Neden?)

$=A$ (Neden?)

d. $[(A\cup B')\cap(A\cap C)]-[(A\cap C)-B]$

$=(A\cap C)-(A\cap C\cap B')$ (Neden?)

$=(A\cap C)\cap(A\cap C\cap B')'$ (Neden?)

$=(A\cap C)\cap(A'\cup C'\cup B)$ (Neden?)

$=[(A\cap C)\cap(A'\cup C')]\cup[A\cap C\cap B]$ (Neden?)

$=[(A\cap C)\cap(A\cap C)]\cup(A\cap B\cap C)$ (Neden?)

$=\varnothing\cup(A\cap B\cap C)$ (Neden?)

$=A\cap B\cap C$

e. $(A\cap B)\cup[B\cap(C-A)]$

$=(A\cap B)\cup(A'\cap B\cap C)$ (Neden?)

$=[(A\cap B)\cup(A'\cap B)]\cap[(A\cap B)\cup C]$ (Neden?)

$=\underbrace{(A\cup A')}_{E}\cap B\cap[(A\cap B)\cup C]$ (Neden?)

$=[B\cap(A\cap B)]\cup(B\cap C)$ (Neden?)

$=(A\cap B)\cup(B\cap C)$ (Neden?)

$=\mathbf{(A\cup C)\cap B}$ (Neden?)

f. $(A-B)\cup(A-C)\cup(B-C')$

$=\underbrace{(A\cap B')\cup(A\cap C')}\cup(B\cap C)$ (Neden?)

$=[A\cap(B'\cup C')]\cup(B\cap C)$ (Neden?)

$=[A\cup(B\cap C)]\cap[(B'\cup C')\cup(B\cap C)]$ (Neden?)

$=[A\cup(B\cap C)]\cap\underbrace{[(B\cap C)'\cup(B\cap C)]}_{E}$ (Neden?)

$=\mathbf{A\cup(B\cap C)}$ (Neden?)

g. $[A\cap(A'\cup B)]\cup[(A\cup B')\cap B]$

$=\underbrace{(A\cap A')}_{\varnothing}\cup(A\cap B)\cup(A\cap B)\cup\underbrace{(B'\cap B)}_{\varnothing}$

$=\mathbf{A\cap B}$

h. $[(A'\cup B)\cap(B\cup C)]\cup(B'\cap C)$

$=B\cup(A'\cap C)\cup(B'\cap C)$

$=B\cup[(A'\cup B')\cap C]$

$=\underbrace{(B\cup A'\cup B')}_{E}\cap(B\cup C)$

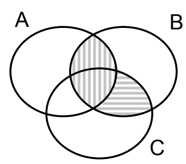
$=\mathbf{B\cup C}$

Şimdi de Venn şemasından yararlanarak sadeleştirme yapalım :

a, b, c, d'yi size bırakıyoruz.

e. $A\cap B\to$ ||||

$B\cap(C-A)\to$ ≡



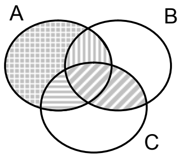
Taralı bölgelerin birleşimi

$\mathbf{(A\cup C)\cap B}$ dir.

f. $A-B \rightarrow$ ≡

$A-C \rightarrow$ ||||

$B-C' \rightarrow$ ////



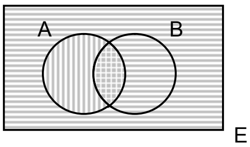
Taralı bölgelerin birleşimi

$\mathbf{A \cup (B \cap C)}$ dir.

g. $A \rightarrow$ ||||

$A' \cup B \rightarrow$ ≡

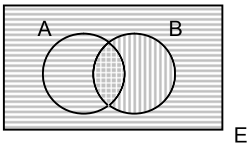
$A \cap (A' \cup B) = A \cap B$ olur.



$A \cup B' \rightarrow$ ≡

$B \quad \rightarrow$ ||||

$(A \cup B') \cap B = A \cap B$ olur.

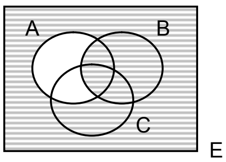


Buna göre,

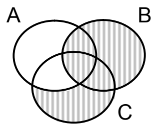
$[A \cap (A' \cup B)] \cup [(A \cup B') \cap B]$

$= (A \cap B) \cup (A \cap B) = \mathbf{A \cap B}$ olur.

h. $A' \cup B \rightarrow$ ≡



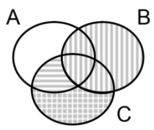
$A' \cup B$ kümesinin $B \cup C$ ile kesişimi yandaki taralı bölge olur.



Taralı bölgeye $B' \cap C$ eklenirse,

$[(A' \cup B) \cap (B \cap C)] \cup (B' \cap C)$

$= \mathbf{B \cup C}$ elde edilir.



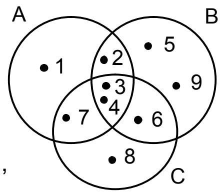
Etkinlik 2 – 36

$(A \cap B) \cap (A \cap C) = A \cap B \cap C$

$\Rightarrow A \cap B \cap C = \{3,4\}$ olur.

Buna göre, $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ kümeleri şemaya yerleştirilir.

$(A \cup C) - (B \cup C) = \{1\}$ olup 1, yalnız A'nın elemanıdır.



$A \cup C$ kümesinden yararlanarak, yalnız C'nin elemanı;

$B \cup C$ kümesinden yararlanarak, yalnız B'nin elemanları yerleştirilir.

Etkinlik 2 – 37

$A = \{a,b,c\}$ ve $B = \{d,e\}$ ise

a. $A \cup B = \{a,b,c,d,e\}$ ve $A \cap B = \varnothing$ olur.

Bu durumda;

$s(A \cup B) = 5,\ s(A) = 3,\ s(B) = 2$ olup

$$\underset{s(A \cup B)}{\underset{\downarrow}{5}} = \underset{s(A)}{\underset{\downarrow}{3}} + \underset{s(B)}{\underset{\downarrow}{2}}$$

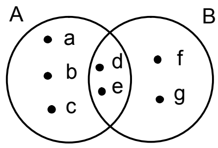
$s(A \cup B) = s(A) + s(B)$ olur.

b. $A = \{a,b,c,d,e\}$ ve

$B = \{d,e,f,g\}$ ise

$A \cup B = \{a,b,c,d,e,f,g\}$ ve

$A \cap B = \{d,e\}$ olur.



$s(A \cup B)$ sayısını bulmak için, işe $s(A) + s(B)$ toplamı ile başlarsınız. $s(A \cap B)$ sayısı -s(A) nın ve s(B) nin içinde olmak üzere- iki kere sayılmış olacağından birini çıkarmak gerekir.

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ olmalıdır.

Gerçekten; verilen A ve B kümeleri için $s(A) = 5$, $s(B) = 4$, $s(A \cup B) = 7$, $s(A \cap B) = 2$ olup

$$\underset{s(A \cup B)}{\underset{\downarrow}{7}} = \underset{s(A)}{\underset{\downarrow}{5}} + \underset{s(B)}{\underset{\downarrow}{4}} - \underset{s(A \cap B)}{\underset{\downarrow}{2}}$$

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ olur.

Etkinlik 2 – 38

$s(A \cup B)$

$= \underbrace{s(A-B) + s(A \cap B)}_{s(A)} + \underbrace{s(B-A) + \mathbf{s(A \cap B)}}_{s(B)} - \mathbf{s(A \cap B)}$

$\Rightarrow \mathbf{s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)}$ olur.

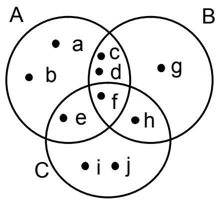
Etkinlik 2 – 39

A, B ve C ayrık kümeler olsaydı,

$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C)$

olurdu.

Genel durumda, bu toplamda $s(A \cap B)$ hem s(A)'nın hem s(B)'nin; $s(A \cap C)$ hem s(A) nın hem s(C) nin; $s(B \cap C)$ hem s(B) nin hem s(C) nin içinde olmak üzere ikişer kere sayılmış olurlar. Birer kere çıkarmak gerekir.



$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C)$
$\qquad - s(B \cap C) + ?$

$s(A \cap B \cap C)$ sayısı s(A), s(B), s(C) nin içinde olmak üzere üç kere sayılmış;

$s(A \cap B)$, $s(A \cap C)$, $s(B \cap C)$ nin içinde olmak üzere üç kere çıkarılmış olup toplamda bulunmamaktadır. Bunu eklememiz gerekir.

Buna göre,

$$\mathbf{s(A \cup B \cup C)}$$
$$\mathbf{= s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C)}$$
$$\mathbf{- s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)}$$

bulunur.

Etkinlik 2 – 40

$s(A \cup B \cup C)$ sayısını bulmak için

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ eşitliğinden yararlanacağız.

$s(A \cup \underbrace{B \cup C}) = s(A) + s(B \cup C) - s[A \cap (B \cup C)]$

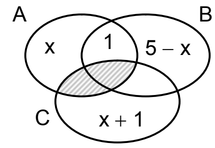
$\Rightarrow s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(B \cap C)$
$\qquad - s[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$

$\Rightarrow s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(B \cap C)$
$\qquad - s[(A \cap B) + s(A \cap C) - s(A \cap B \cap C)]$

$\Rightarrow \mathbf{s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B)}$
$\qquad \mathbf{- s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)}$

Etkinlik 2 – 41

$A \cap C = \varnothing$ olduğundan, şemada taranarak atılmış, $s(A \cap B) = 1$ ve $s(B \cap C) = 1$ değerleri yerlerine yazılmıştır.



$s(A - B) = x$ dersek,

$s(A \cup B) = 7$ olduğundan $s[B - (A \cup C)] = 5 - x$;

$s(B \cup C) = 8$ olduğundan $s[C - (A \cup B)] = x + 1$

olur.

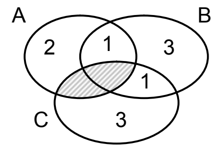
$s(A \cup C) = 7$ olduğundan,

$x + 1 + x + 1 + 1 = 7 \Rightarrow x = 2$

bulunur.

$s(A \cup B \cup C) = 10$

olur.

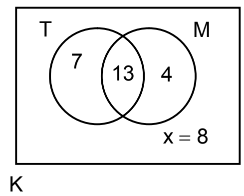


Etkinlik 2 – 42

$s(K) = 32$, $s(T) = 20$,

$s(M') = 15$, $s(T \cap M)' = 19$

olarak verilmiştir.



a. $s(M) = s(K) - s(M')$

$\Rightarrow s(M) = 32 - 15$

$\Rightarrow s(M) = 17$ dir.

$s(T \cap M) = s(K) - s(T \cap M)' = 32 - 19 = 13$ tür.

$s(T - M) = s(T) - s(T \cap M) = 20 - 13 = 7$ dir.

$s(M - T) = s(M) - s(T \cap M) = 17 - 13 = 4$ tür.

b. Bu değerler şemadaki yerlerine yazılırsa,

$s(K) = 7 + 13 + 4 + x = 32$

$\Rightarrow x = 8$ bulunur.

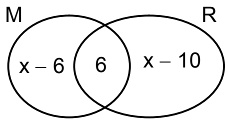
İki dersten de kalan öğrenci sayısı 8'dir.

Etkinlik 2 – 43

$s(M \cup R) = 30$,

$s(M) = s(R) + 4$,

$s(M \cup R) = 6$ olarak verilmiştir.



a. $s(M) = x$ dersek, $s(R) = x - 4$ ve $s(R - M) = x - 10$ olur.

b. $s(M \cup R) = s(M) + s(R - m)$

$\Rightarrow 30 = x + x - 10 \Rightarrow x = 20$ bulunur.

Müzik kursuna katılan öğrenci sayısı 20'dir.

Etkinlik 2 – 44

a. $a + b + c$

b. $a + b + c + t$

c. $a + b + c + x + y + z + k$

d. $x + y + z$

e. $x + y + z + a + b + c + t$

f. $x + y + z + k$

g. k

h. $a + b + c + x + y + z + k + t$

Etkinlik 2 – 45

a. $a + b + c + 2(x + y + z) + 3k$ (Neden?)

b. $a + b + c + x + y + z + 2k$ (Neden?)

c. En az iki gazete alan daire sayısı $x + y + z + k$ dır.

$$\begin{array}{rl} & a + b + c + 2(x + y + z) + 3k = 70 \\ - & a + b + c + x + y + z + 2k = 40 \\ \hline & x + y + z + k = 30 \end{array}$$

En az iki gazete alan daire sayısı 30'dur.

Etkinlik 2 – 46

a. Şema dört ayrık kümenin birleşimini göstermektedir.

	Türk öğ.	Alman öğ.
Kız öğ.	I	II
Erkek öğ.	III	IV

$I = \{x \mid x$ Türk'tür ve kızdır.$\}$

$II = \{x \mid x$ Alman'dır ve kızdır.$\}$

$III = \{x \mid x$ Türk'tür ve erkektir.$\}$

$IV = \{x \mid x$ Alman'dır ve erkektir.$\}$

b. Gruptaki öğrencilerin sayısına $10 \cdot x$ dersek, Alman öğrenci sayısı $10 \cdot x \cdot \frac{30}{100} = 3x$; kız öğrenci sayısı $10 \cdot x \cdot \frac{40}{100} = 4x$ olur.

Türk kızlarının sayısına da y dersek, alt kümelerdeki öğrenci sayıları şemada gösterildiği gibi olur.

	Türk öğ.	Alman öğ.
Kız öğ.	y	4x – y
Erkek öğ.	7x – y	y – x

c. Alman erkeklerinin sayısı Türk kızlarının sayısından 3 eksiktir. Buna göre, $y - x + 3 = y \Rightarrow x = 3$ olur.

Gruptaki öğrenci sayısı da $10 \cdot x = 10 \cdot 3 = 30$ bulunur.

d. Türk erkekleri ile Alman kızlarının toplam sayısı 19'dur. $x = 3$ bulunduğundan

$(7x - y) + (4x - y) = 19 \Rightarrow y = 7$ olur.