COLÉGIO PEDRO II
SECRETARIA DE ENSINO
CONCURSO PARA PROFESSORES DO MAGISTÉRIO DO ENSINO BÁSICO, TÉCNICO E TECNOLÓGICO
~ 2008 ~

PROVA PRELIMINAR DE MATEMÁTICA

Antes de iniciar a prova, leia atentamente as seguintes instruções:

- Esta prova contém **50 (cinqüenta) questões**. Verifique se este caderno de questões está completo.
- A prova terá a duração máxima de **03 (três) horas**.
- O candidato somente poderá retirar-se da sala onde se realiza a prova após decorridos 60 (sessenta) minutos do início da mesma.
- A interpretação dos enunciados faz parte da aferição de conhecimentos e da avaliação, não cabendo, portanto, esclarecimentos adicionais durante a realização da prova.
- Os três últimos candidatos, ao entregarem suas provas, permanecerão em sala como testemunhas do encerramento dos trabalhos a cargo do fiscal da sala.
- O fiscal lhe entregará o **Cartão Resposta**, **com seus dados nele impressos**. Verifique se estão corretos e, em caso de dúvida, dirija-se ao fiscal.
- As respostas das questões deverão ser assinaladas no Cartão Resposta, **obrigatoriamente com caneta esferográfica de tinta azul escura ou preta**.
- Somente serão consideradas as respostas assinaladas no **Cartão Resposta**.
- Qualquer tipo de rasura, marcação de mais de um item de resposta ou uso de corretivo no **Cartão Resposta** invalidará a(s) questão(ões).
- **Em nenhuma hipótese, o Cartão Resposta poderá ser substituído**.
- Ao término da prova, **entregue ao fiscal este caderno de questões e o Cartão Resposta**. Caso já tenham decorrido duas horas do início da prova, o **caderno de questões** poderá ser levado pelo candidato.
- **Será eliminado deste Concurso Público o candidato que:**

  a) usar, durante a realização da prova, máquina de calcular, rádios, gravadores, fones de ouvido, telefones celulares, *pagers*, equipamentos eletrônicos ou fontes de consulta/comunicação de qualquer espécie;

  b) ausentar-se da sala sem assinar, diante do fiscal, a lista de presença.

AGUARDE AUTORIZAÇÃO PARA COMEÇAR A RESPONDER ÀS QUESTÕES.

Questão 01

Considerando A e B conjuntos, a negação da proposição “ $x \in (A \cap B)$ ” é

A) $x \notin A$ ou $x \in B$.

B) $x \notin A$ e $x \notin B$.

C) $x \notin A$ ou $x \notin B$.

D) $x \in A$ e $x \notin B$.

Questão 02

Considerando A um conjunto qualquer, define-se $P(A) = \{ X \mid X \subset A \}$ como sendo o conjunto das partes de A. Se M e N são conjuntos disjuntos com, respectivamente, 3 e 5 elementos, o número de elementos de $P(M) \cup P(N)$ é

A) 24.

B) 39.

C) 40.

D) 256.

Questão 03

Em relação ao conjunto dos números naturais, é **FALSO** afirmar que

A) o conjunto é fechado em relação à operação de multiplicação.

B) a propriedade comutativa é válida para a operação de adição.

C) a propriedade associativa é válida para a operação de multiplicação.

D) o conjunto é fechado em relação à operação de subtração.

Questão 04

Em 1640, através de uma carta, Fermat comentou com um de seus amigos ter feito a demonstração de um resultado bastante importante para a Teoria dos Números. Porém, nunca o publicou. O mérito coube a Euler que, em 1760, conseguiu uma generalização desse teorema hoje conhecido como Pequeno Teorema de Fermat. Para fazê-la, Euler introduziu a função Ø conhecida como *Indicador de Euler* e definida para todo número natural n > 1 da seguinte forma: Ø(n) é a quantidade de números naturais primos com n e menores do que n. Então, é correto afirmar que Ø(20) é igual a

A) 5.

B) 6.

C) 7.

D) 8.

Questão 05

Uma latinha de Coca-Cola com 250 mL, menor que a convencional (350 mL), foi lançada em 2005, com preço no varejo de R$ 1,00. O lançamento visou à ampliação do mercado entre consumidores de baixa renda. Então, considerando apenas a quantidade de refrigerante em cada lata, uma latinha convencional deveria custar

A) R$ 1,00.

B) R$ 1,20.

C) R$ 1,40.

D) R$ 1,60.

Questão 06

A soma $\frac{1}{10\sqrt{9}+9\sqrt{10}}+\frac{1}{11\sqrt{10}+10\sqrt{11}}+\frac{1}{12\sqrt{11}+11\sqrt{12}}+\cdots+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ vale

A) 1/90.

B) 4/33.

C) 7/30.

D) 1.

Questão 07

O holandês Escher (1898-1972) usava construções geométricas em suas obras, como o "limite circular IV" (figura 1). Parte da imagem central foi ampliada e colocada num plano de Argand-Gauss (figura 2), com destaque para a figura que é simétrica em relação à reta r.

Supondo z = 4 (cos75° + i sen75º), o complexo w é igual a

A) $2+2\sqrt{3}\,i$.

B) $2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\,i$.

C) $2\sqrt{3}+2\,i$.

D) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)i$.

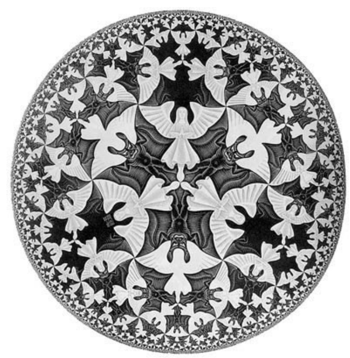


figura 1

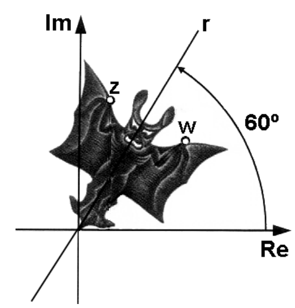


figura 2

Questão 08

Considere uma esfera cujo raio mede 3, centrada na origem de um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais. Na superfícies dessa esfera, o número de pontos que tem coordenadas inteiras é

A) 30.

B) 24.

C) 12.

D) 8.

Questão 09

Antes da atual "tolerância zero para bebida no trânsito", o nível máximo de álcool permitido no organismo de um motorista era de 0,8 gramas por litro. Admita que o nível de álcool N no sangue de uma pessoa decresce de acordo com a lei $N(t) = N_0\ (0{,}5)^t$, onde N_0 é o nível inicial de álcool e t é medido em horas. Naquela ocasião, um motorista que apresentasse nível alcoólico de 2 gramas por litro, deveria esperar, para voltar a dirigir com segurança, um tempo mínimo de

A) 15 minutos.

B) 44 minutos.

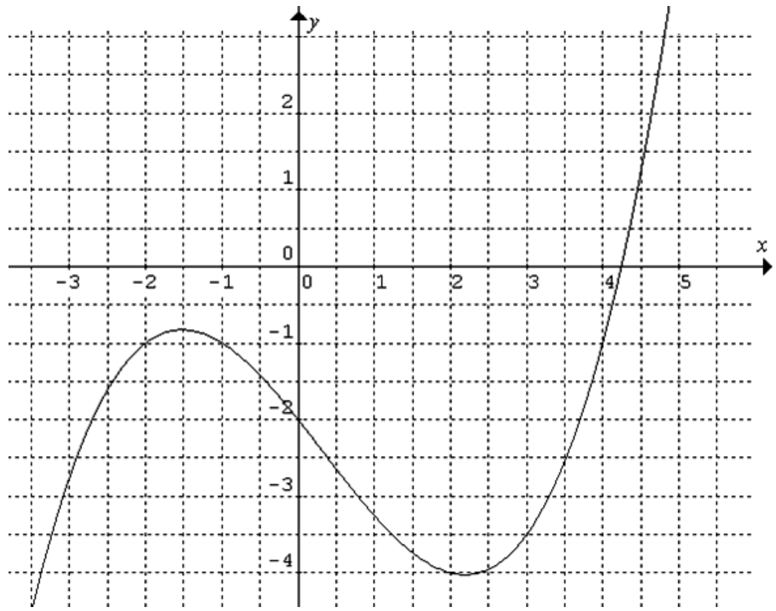
C) 1 hora e 20 minutos.

D) 1hora e 45 minutos.

Dado: log 2 = 0,30

Questão 10

No plano cartesiano ortogonal abaixo, está representada a função polinomial P dada por $P(x) = \frac{1}{8}(x + 2)(x + 1)(x - 4) - 1$.



Com base no gráfico, analise as afirmações a respeito de P(x):

I – A equação P(x) = 0 possui apenas uma raiz real.

II – O produto das raízes da equação P(x) = 0 é igual a 16.

III – A equação P(x) + 1 = 0 possui três raízes inteiras.

O número de afirmações corretas é

A) 0.

B) 1.

C) 2.

D) 3.

Questão 11

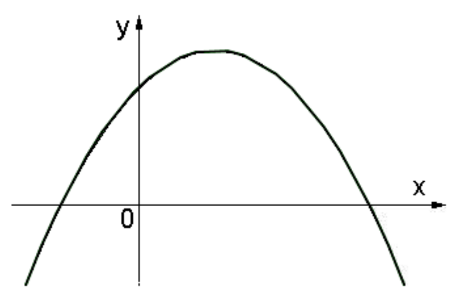
O gráfico abaixo é a representação de uma função real f dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. É correto afirmar que

A) $ab < 0$.

B) $ac > 0$.

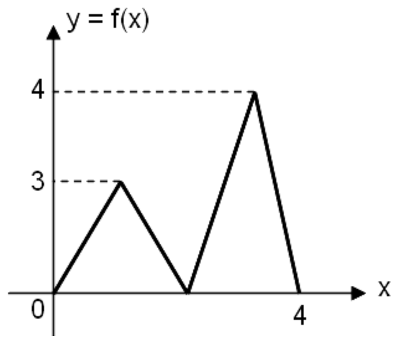
C) $bc < 0$.

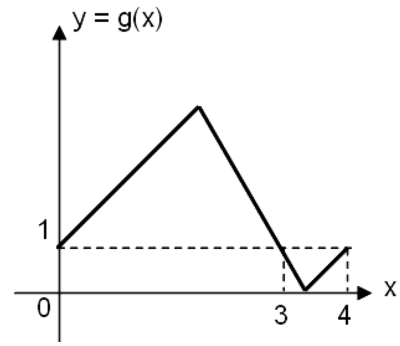
D) $b^2 - 4ac \leq 0$.



Questão 12

Duas funções reais f e g, ambas de domínio [0, 4], estão representadas graficamente abaixo.





O número de elementos do conjunto - solução da equação g[f(x)] = 1 é

A) 3.

B) 4.

C) 6.

D) 7.

Questão 13

No sistema cartesiano ortogonal abaixo, estão representadas as funções f e g dada por $g(x) = 2 + \dfrac{3}{x-4}$. Analisando o gráfico, é possível resolver a inequação $\dfrac{2x-5}{x-4} \leq f(x)$.

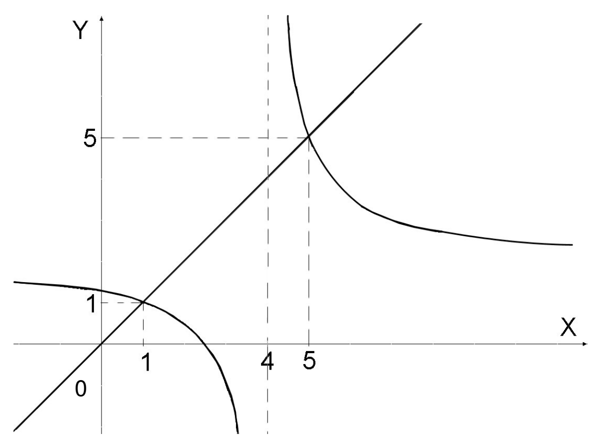
O conjunto solução dessa inequação é

A) $]-\infty, 1] \cup]4, \infty[$.

B) $[1, 4[\cup [5, \infty[$.

C) $[1, 5] - \{ 4 \}$.

D) $[1, 4[\cup]4, 5[$.



Questão 14

O conjunto-imagem da função real f definida por f(x) = $\sqrt{18-2x^2} + \sqrt{x^2-9}$ é

A) $]-\infty, -3] \cup [3, \infty[$.

B) $[-3, 3]$.

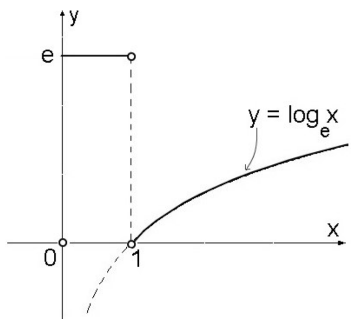
C) $\{0\}$.

D) $\{-3, 3\}$.

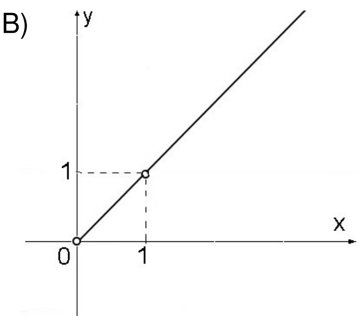
Questão 15

Considere a função f:] 0, ∞[→ R, definida por $f(x) = e^{|\log_e x|}$. Assinale o gráfico que melhor representa esta função.

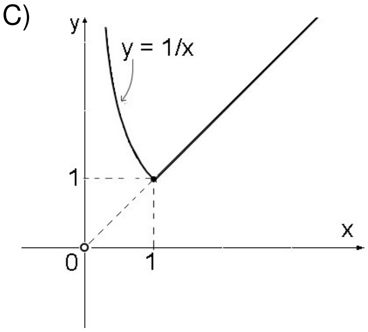
A)



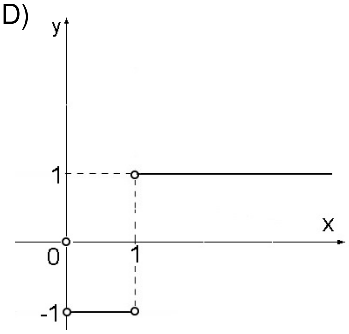
B)



C)



D)



Questão 16

Considere que o conjunto-imagem da função f dada por f(x) = arc sen x é o intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. O valor de $\operatorname{tg}\left[\operatorname{arc\,sen}\left(-\frac{2}{3}\right)\right]$ é igual a

A) $+\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

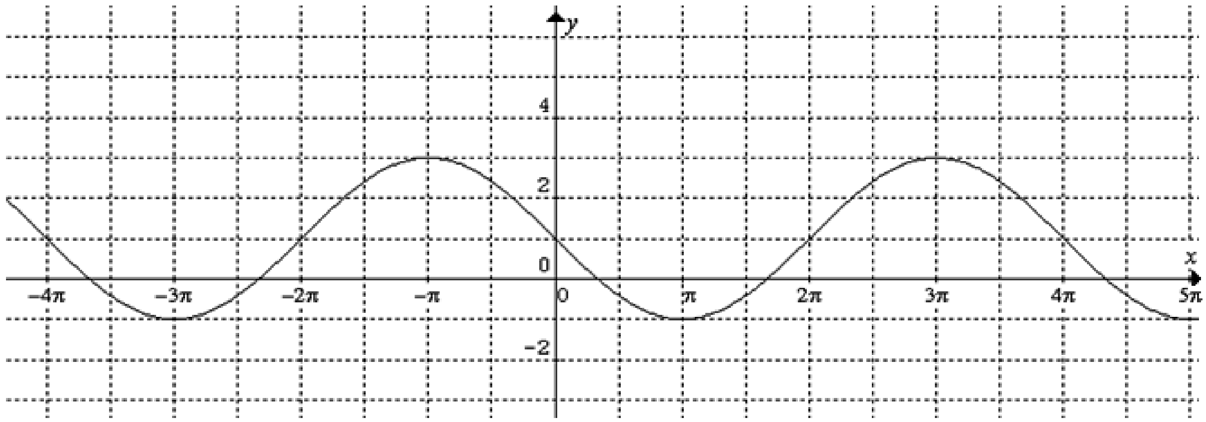
B) $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D) $+\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Questão 17

O gráfico abaixo é a representação de uma função dada por y = a + b·sen(c·x) , em que a, b e c são números reais, diferentes de zero.



Com base no gráfico, é correto afirmar que **a – b + c** é igual a

A) $\frac{7}{2}$.
B) 3.
C) 1.
D) $-\frac{1}{2}$.

Questão 18

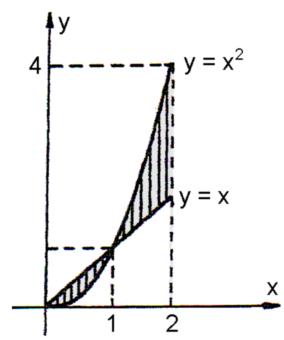
O valor da expressão $\dfrac{\text{sen } 91^\circ \cos 29^\circ + \text{sen } 29^\circ \cos 91^\circ}{\cos 74^\circ \cos 29^\circ + \text{sen } 74^\circ \text{ sen } 29^\circ}$ é

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
D) $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Questão 19

No plano cartesiano ortogonal abaixo, estão representadas as funções reais definidas por $y = x^2$ e $y = x$ restritas ao intervalo [0, 2]. A área hachurada na figura mede

A) 2.
B) $\frac{3}{2}$.
C) 1.
D) $\frac{1}{2}$.



Questão 20

Assinale, dentre as igualdades abaixo, a única **FALSA**:

A) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(x \cdot \text{sen} \frac{1}{x} \right) = 1.$

B) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{x+2} = e^{-2}.$

C) $\lim\limits_{x \to 0} \left(x \cdot \text{sen} \frac{1}{x} \right) = 0.$

D) $\lim\limits_{x \to \infty} (x + \text{sen}\, x) = \infty.$

Questão 21

Considerando a função real f, definida por $f(x) = \text{sen}^2 x + \cos x$, analise as afirmações abaixo:

I – A derivada da função é $f'(x) = (2\cos x - 1) \cdot \text{sen}\, x$.

II – O ponto $A(\pi, -1)$ é um mínimo local de f.

III – O ponto $B(0, 1)$ é um máximo local de f.

É correto concluir que

A) nenhuma afirmação é verdadeira.

B) apenas uma afirmação é verdadeira.

C) existem duas afirmações verdadeiras.

D) todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 22

O valor da expressão F = cos ($\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{24} + ...$) é

A) $-\frac{1}{2}$.

B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D) $\frac{1}{2}$.

Questão 23

Um jogo de cartas chinês é constituído de 30 cartões, com 3 números consecutivos em cada um, não havendo repetição nem ausência de qualquer número. Os três primeiros cartões do jogo estão representados abaixo. A soma dos números do 21º cartão vale

A) 150.

B) 165.

C) 177.

D) 186.

Questão 24

Considere dois vetores, $\vec{u}$ e $\vec{v}$, em R^3, tais que o produto escalar entre eles é unitário e o produto vetorial é $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. O ângulo formado pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ mede

A) 30º.

B) 60º.

C) 90º.

D) 120º.

Questão 25

Num sistema de capitalização composta, considere um empréstimo de R$ 500,00, a juros mensais de 20%. Após dois meses, foi paga a quantia de R$ 250,00 e, no final do mês seguinte a este pagamento, a dívida foi liquidada. O valor do último pagamento foi

A) R$ 256,00.

B) R$ 464,00.

C) R$ 320,00.

D) R$ 564,00.

Questão 26

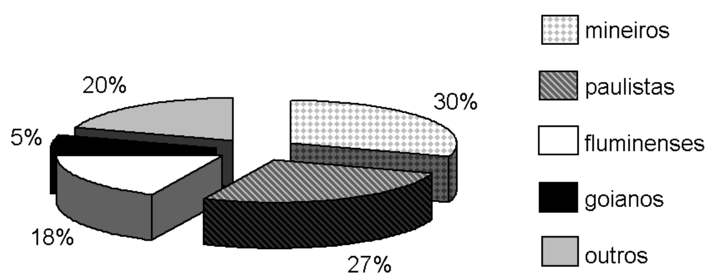
A revista Época, em sua edição nº 322 (16 Jul 2004), numa reportagem intitulada "*América, nunca mais*", informou que 1,25 milhões de pessoas saíram do país, entre 1999 e 2004, para tentar viver nos Estados Unidos e apresentou o gráfico abaixo. O total de fluminenses que rumou para os Estados Unidos foi de

A) 225 mil pessoas.

B) 250 mil pessoas.

C) 337,5 mil pessoas.

D) 375 mil pessoas.



Questão 27

Considere que todos os funcionários de uma empresa receberam, no mês de julho, um abono salarial de R$ 100,00. Nesse caso, uma medida estatística da distribuição de salários que não sofreu alteração, neste mês, foi

A) a média.

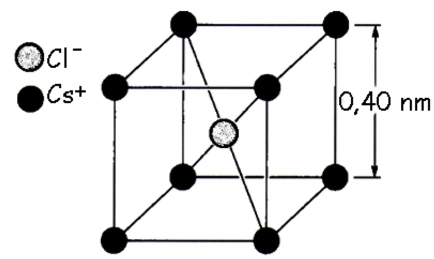
B) a mediana.

C) o desvio-padrão.

D) a moda.

Questão 28

Na estrutura cristalina básica do cloreto de césio, íons de césio (Cs^+) são vértices de um cubo e o íon de cloro (Cl^-) está no centro desse cubo, conforme sugere a figura. Considerando o comprimento da aresta do cubo igual a 0,40 nm, a distância entre o íon de cloro e um dos íons de césio é, em nm, igual a



A) $0{,}2\sqrt{2}$.

B) $0{,}2\sqrt{3}$.

C) $0{,}4\sqrt{2}$.

D) $0{,}4\sqrt{3}$.

Questão 29

O filósofo grego Aristóteles (384–322 a.C.) é considerado o criador do pensamento lógico. Ele afirmou que "*o céu deve ser necessariamente esférico, pois a esfera, sendo gerada pela rotação do círculo, é, de todos os corpos, o mais perfeito*". Imagine que o céu de Aristóteles seja uma esfera com noventa mil quilômetros de raio. A razão entre o volume e a área da superfície dessa esfera é, em quilômetros, igual a

A) 20 mil.

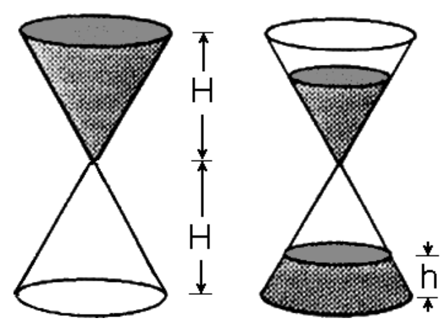
B) 30 mil.

C) 40 mil.

D) 50 mil.

Questão 30

Uma ampulheta pode ser considerada como dois cones retos de altura H, unidos pelo vértice. Inicialmente, o cone superior encontra-se completamente cheio de areia. Após algum tempo, metade da areia contida no cone superior passa para o inferior, onde atinge uma altura h, a partir da base, como se pode ver na figura.



A razão $\frac{H}{H - h}$ vale

A) 2.

B) $\sqrt{2}$.

C) $\sqrt[3]{2}$.

D) $\frac{1}{2}$.

Questão 31

Um poliedro convexo de 9 vértices possui apenas uma face pentagonal, faces quadrangulares e triangulares. Sabendo que o número de faces quadrangulares é o maior possível, o número de arestas deste poliedro é

A) 14.

B) 13.

C) 11.

D) 9.

Questão 32

Considere uma matriz M, de 2ª ordem. A soma dos elementos da diagonal principal de M é chamada de traço da matriz e representada por T. Se $T \neq 0$ e λ_1 e λ_2 são raízes da equação $\det(M - \lambda \cdot I_2) = \det(M) - \det(\lambda \cdot I_2)$, sendo I_2 a matriz identidade de 2ª ordem, então

A) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = T$.

B) $\lambda_1 + \lambda_2 = \dfrac{T}{2}$.

C) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1$.

D) λ_1 e λ_2 independem de T.

Questão 33

Uma cédula de R$ 100,00 foi trocada por 30 cédulas, sendo algumas de R$ 2,00, outras de R$ 5,00 e as demais de R$ 10,00. O número de cédulas de R$ 2,00 recebidas nessa troca está compreendido entre

A) 12 e 15.

B) 15 e 22.

C) 22 e 28.

D) 28 e 32.

Questão 34

A representação gráfica, no R^2 e no R^3, do conjunto-solução do sistema $\begin{cases} x = 4 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$ é, respectivamente

A) um ponto e uma reta.

B) uma reta e um plano.

C) um ponto e um ponto.

D) inexistente e uma reta.

Questão 35

Considere, em R^3, o ponto S(0, 0, 6) e o triângulo ABC de vértices A(0, 0, 0), B(2, 0, 0) e C(0, 4, 0). A distância de A ao plano do triângulo BCS é

A) 6.

B) $\dfrac{12}{11}$.

C) $\dfrac{12}{7}$.

D) 8.

Questão 36

A representação gráfica, no plano de Argand-Gauss, dos números complexos z tais que $|z+1| = |z-i|$ é

A) uma reta de coeficiente angular 2.

B) uma circunferência de centro (1, −1).

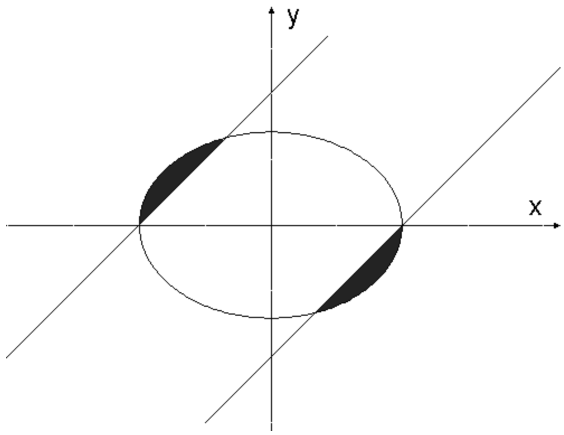
C) uma reta paralela ao eixo das abscissas.

D) uma reta que passa pela origem.

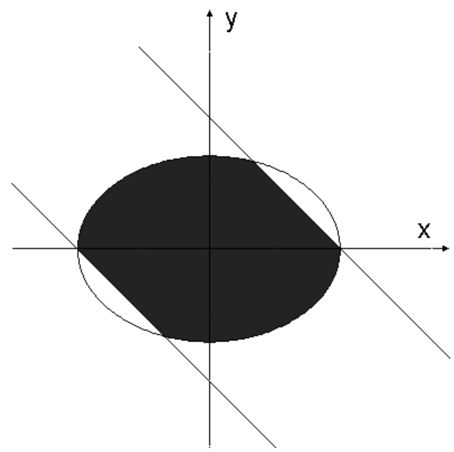
Questão 37

Em R^2, considere o sistema de inequações $\begin{cases} |x+y| \le a \\ 2x^2 + y^2 \le a^2 \end{cases}$, em que a > 0. Dos gráficos abaixo, a região sombreada que melhor representa a solução do sistema é:

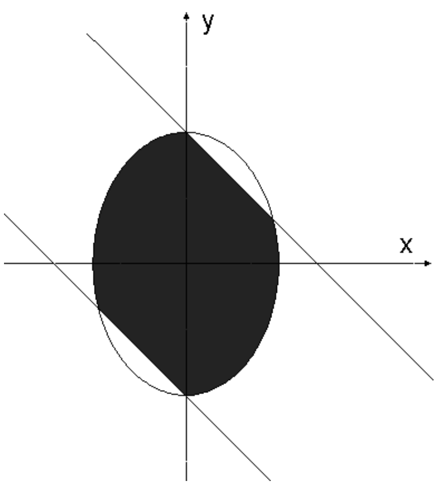
A)



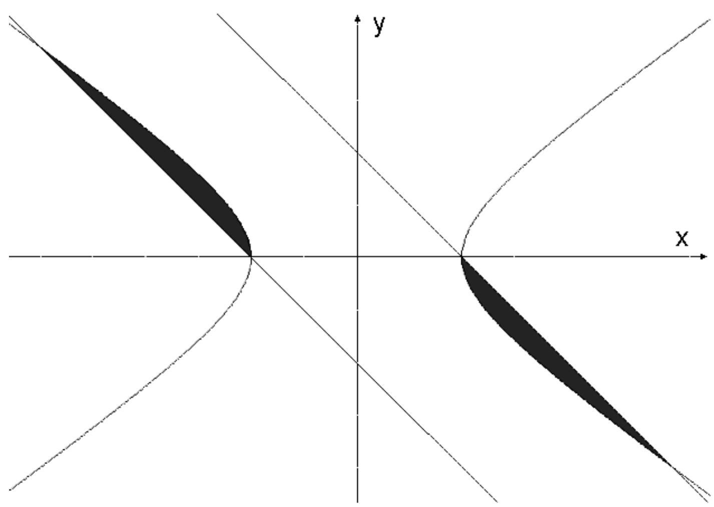
B)



C)



D)



Questão 38

Uma calculadora com defeito não mostra o algarismo 5 quando este é digitado. Se, por exemplo, teclarmos 35457 nesta calculadora, aparecerá no visor o número 347. Quando é digitado um determinado número de 6 algarismos, o visor apresenta apenas 2008. A quantidade de números que podem ter sido digitados nesta situação é

A) 12.

B) 13.

C) 14.

D) 15.

Questão 39

Ao exprimir o produto P= 12 · 16 · 20 · 24 · ... · 100, utilizando fatorial, encontra-se

A) $2 \cdot 25!$.

B) $2^{45} \cdot 25!$.

C) $4^{22} \cdot 25!$.

D) $4 \cdot 25!$.

Questão 40

Um possível valor de k para que o desenvolvimento de $(x^3 + x^k)^4$ tenha um termo independente de x é

A) –3.

B) 1.

C) 2.

D) 3.

Questão 41

Se as raízes da equação quadrática $x^2 - \alpha x + 23 = 0$ são inteiras, então a soma dos módulos dos possíveis valores de α é igual a

A) 18.

B) 32.

C) 36.

D) 48.

Questão 42

Considere o conjunto $S = \{ (x, y) \in R^2 \mid x + y = xy \}$. É correto afirmar que

A) S possui infinitos elementos, com $x \neq 1$ e $y \neq 1$.

B) $S = \varnothing$.

C) S possui apenas um elemento.

D) S possui exatamente dois elementos, com $x \neq 1$ e $y \neq 1$.

Questão 43

Uma equação polinomial P(x) = 0, de coeficientes racionais, possui como raízes os números $5 + 3i$, $2 - i$ e $\sqrt{2} + \sqrt{3}$. Neste caso, o grau mínimo do polinômio P(x) é

A) 3.

B) 4.

C) 6.

D) 8.

Questão 44

Considere a equação $x^2 - 3x + n = 0$, sendo n $\in$ {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Escolhendo aleatoriamente o valor de n, a probabilidade de que esta equação tenha raízes reais é

A) 22,5%.

B) 25%.

C) 37,5%.

D) 50%.

Questão 45

Numa caixa, há 40 bolas numeradas de 1 a 40. Retirando-se, simultânea e aleatoriamente, três bolas desta caixa, a probabilidade de serem obtidos números consecutivos é de

A) 1/260.

B) 1/1560.

C) 3/260.

D) 37/1560.

Questão 46

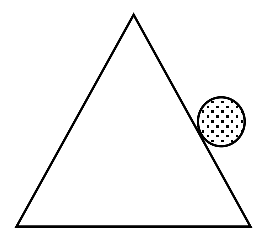
Uma moeda cujo diâmetro mede 2 cm gira, sem deslizar, sobre os lados de um triângulo eqüilátero de perímetro 30 cm. Ao voltar pela primeira vez ao ponto de partida, o centro da moeda terá percorrido, em cm, uma distância igual a

A) 30 cm.

B) $(30 + 2\pi)$ cm.

C) $(30 + 2\pi/3)$ cm.

D) $(30 + \pi)$ cm.



Questão 47

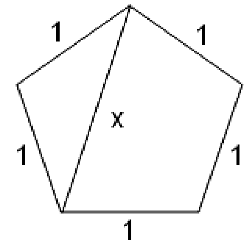
O comprimento da diagonal de um pentágono regular convexo de lado unitário é igual à raiz positiva da equação

A) $x^2 + x - 2 = 0$.

B) $x^2 - x - 2 = 0$.

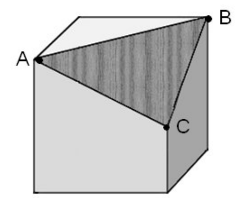
C) $x^2 + x - 1 = 0$.

D) $x^2 - x - 1 = 0$.



Questão 48

Um cubo cujas arestas medem 4 cm é seccionado por um plano que contém os pontos A, B e C, que são respectivamente dois vértices opostos na face superior e o ponto médio de uma aresta vertical, como sugere a figura abaixo. A área do triângulo ABC mede



A) $10\sqrt{2}\ cm^2$.

B) $4\sqrt{6}\ cm^2$.

C) $2\sqrt{5}\ cm^2$.

D) $10\ cm^2$.

Questão 49

Dobra-se uma folha retangular de dimensões **a** e **b** (a < b), de modo que dois vértices diagonalmente opostos coincidam. O comprimento da dobra pode ser expresso, em função de **a** e de **b**, por

A) $\dfrac{a\sqrt{a^2+b^2}}{b}$.

B) $\dfrac{b^2-a^2}{2b}$.

C) $\dfrac{a^2-b^2}{2b}$.

D) $2\sqrt{a^2+b^2}$.

Questão 50

O resto da divisão do número inteiro $N = (116 + 17^{17})^{21}$ por 8 é

A) 1.

B) 4.

C) 7.

D) 5.