PROVA ESCRITA DISCURSIVA DE MATEMÁTICA

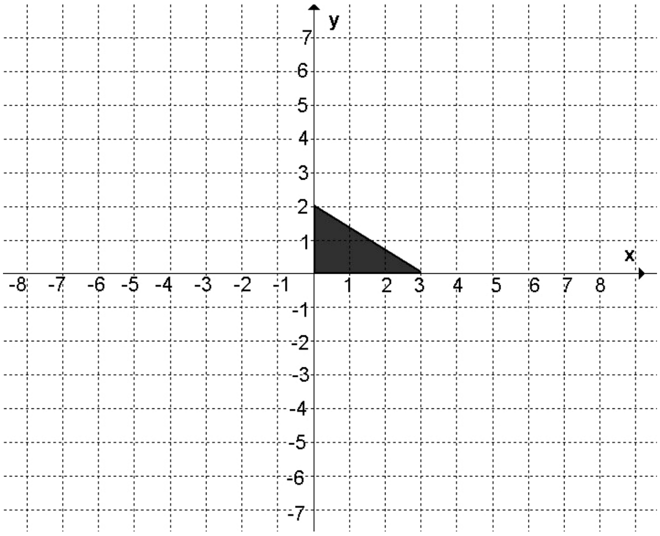
PRIMEIRA PARTE - QUESTÕES DISCURSIVAS (70 pontos)

As questões devem apresentar desenvolvimento lógico, justificando as respostas dadas.

1ª QUESTÃO

Valor do item a: 04 pontos
Valor do item b: 04 pontos
Valor total da questão: 08 pontos

Observe o triângulo representado no plano cartesiano ortogonal abaixo.



a) Aplique em cada um dos seus vértices a transformação afim $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + B$, em que $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ e, utilizando o plano cartesiano acima, esboce o novo triângulo.

b) Mostre que a área do novo triângulo é igual ao produto da área do triângulo inicial pelo módulo do determinante de A.

2ª QUESTÃO

3ª QUESTÃO

Valor do item a:	04 pontos
Valor do item b:	05 pontos
Valor do item c:	06 pontos
Valor total da questão:	15 pontos

Diversos problemas probabilísticos decorrem de considerações geométricas ou admitem interpretações geométricas. A resolução de tais problemas envolve a seleção aleatória de pontos em espaços amostrais representados por figuras geométricas. Neste caso, a probabilidade de um dado evento é uma relação entre medidas geométricas homogêneas, tais como comprimento, área ou volume.

a) Esboce, no R^2, a região $S = \{ (x, y) \in R^2 \mid 0 < x \leq 2 \text{ e } 0 < y \leq 2 \}$

b) Esboce, no R^2, a região $A = \{(x, y) \in S \mid x \cdot y \leq 1 \text{ e } \frac{y}{x} \leq 2\}$.

c) Considere como experimento aleatório a escolha de um ponto na região S. Mostre que a probabilidade de que este ponto pertença à região A é $P(A) = \dfrac{1 + 3\,\ell n\,2}{8}$.

4ª QUESTÃO

Valor total da questão: 07 pontos

Entre as propostas constantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática, destaca-se:

> [...] o ensino da Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa; <u>o ensino-aprendizagem de Matemática tem como ponto de partida a resolução de problemas</u>; a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.
>
> (PCNs – 5ª a 8ª séries, Ministério da Educação e Cultura – Secretaria de Ensino Fundamental, p.56)

Considerando a parte sublinhada no texto, elabore, **<u>em poucas linhas</u>**, uma situação-problema relacionada ao tema “Mínimo Múltiplo Comum (MMC)”, ao nível de 6º ano do Ensino Fundamental.

5ª QUESTÃO

Valor do item a:	04 pontos
Valor do item b:	05 pontos
Valor do item c:	05 pontos
Valor total da questão:	14 pontos

O matemático francês Abraham De Moivre, radicado na Inglaterra, morreu aos 87 anos, após ter predito o dia da própria morte: achou que estava dormindo 15 minutos a mais cada noite e somando os termos da progressão aritmética imaginada, calculou que morreria no dia em que dormisse durante 24 horas. Morreu.
É dele a conhecida fórmula da potenciação de um número complexo:

$$(\cos x + i\ \mathrm{sen}\, x)^n = \cos(nx) + i\ \mathrm{sen}(nx)\,.$$

a) Usando a fórmula de Moivre, calcule $(1-i)^{15}$;

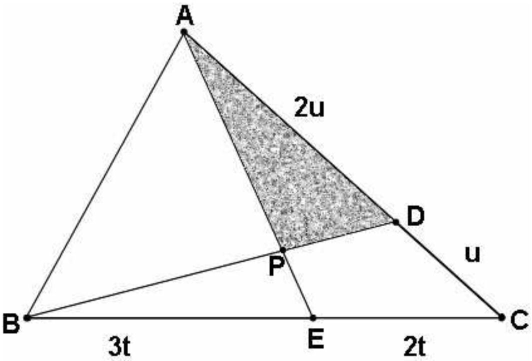
b) Usando a fórmula de Moivre, mostre que $\cos 4x = 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1$;

c) Usando o Princípio da Indução Finita, prove a fórmula de Moivre.

6ª QUESTÃO

Valor total da questão: 07 pontos

Na figura a seguir, $\overline{AE}$ e $\overline{BD}$ são cevianas do triângulo ABC de área Δ. A ceviana $\overline{BD}$ divide o lado $\overline{AC}$ em segmentos cujas medidas estão na razão 2:1 e a ceviana $\overline{AE}$ divide o lado $\overline{BC}$ em segmentos cujas medidas estão na razão 3:2.



Sendo P o ponto de intersecção dessas cevianas, obtenha a área δ do triângulo APD (área sombreada) em função da área Δ do triângulo ABC.

7ª QUESTÃO

Valor do item a: 05 pontos
Valor do item b: 06 pontos
Valor total da questão: 11 pontos

As médias aritmética e geométrica dos números reais positivos x_1, x_2, x_3, ..., x_n podem ser relacionadas através da desigualdade

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \cdots \cdot x_n},$$

ocorrendo a igualdade se, e somente se, $x_1 = x_2 = x_3 = ... = x_n$.

a) Prove esta desigualdade para n = 2.

b) Utilize a desigualdade entre as médias aritmética e geométrica para determinar as raízes r_1, r_2, r_3 e r_4 da equação polinomial $4x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 5 = 0$, sabendo que são reais, positivas e satisfazem à relação:

$$\frac{r_1}{2} + \frac{r_2}{4} + \frac{r_3}{5} + \frac{r_4}{8} = 1$$

SEGUNDA PARTE - DISSERTAÇÃO (30 pontos)

Desenvolva o tema sorteado sob a forma de Dissertação, utilizando, no mínimo três páginas e, no máximo, cinco. Se desejar, utilize as folhas de rascunho, sem destacá-las do corpo da prova. Entretanto, **para efeito de avaliação, o rascunho não será considerado**.

TEMAS PARA DISSERTAÇÃO

1. Múltiplos e Divisores.
2. Polígonos Regulares.
3. Seqüências Numéricas.
4. Funções Trigonométricas.
5. Probabilidades.
6. Matrizes e Transformações no Plano.
7. Equações Algébricas.
8. Sólidos de Revolução.
9. Função Logarítmica.
10. Vetores em R^2 e R^3.