COLÉGIO PEDRO II
SECRETARIA DE ENSINO

CONCURSO PARA PROFESSORES DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO
~ 2002 ~

Reservado para Avaliação

1º Examinador: ....
2º Examinador: ....
3º Examinador: ....

Antes de iniciar a prova, leia atentamente as seguintes instruções:

- Esta prova terá a duração máxima de 05 (cinco) horas.
- Preencha as informações solicitadas no rodapé da folha, abaixo da linha pontilhada, único local autorizado para a identificação do candidato.
- **Será eliminado do Concurso Público o candidato que:**

  a) UTILIZAR-SE DE QUALQUER ARTIFÍCIO QUE O IDENTIFIQUE EM QUALQUER ESPAÇO FORA DO RODAPÉ DESTA PÁGINA;

  b) usar, durante a realização da prova, máquina de calcular, rádios, gravadores, fones de ouvido, telefones celulares, *pagers* ou fontes de consulta de qualquer espécie, excetuando-se o uso de materiais específicos para os candidatos de Artes Visuais e Desenho;

  c) ausentar-se da sala sem assinar a lista de presença, diante do Fiscal.

- A prova deverá ser respondida, obrigatoriamente, com caneta esferográfica de tinta azul ou preta nas questões discursivas.
- A interpretação dos enunciados faz parte da aferição de conhecimentos e da avaliação, não cabendo, portanto, esclarecimentos.
- O candidato não poderá retirar-se da sala onde se realiza a prova, antes que transcorram 60 (sessenta) minutos de seu início.
- Os três últimos candidatos, ao entregarem suas provas, permanecerão em sala como testemunhas do encerramento dos trabalhos a cargo do Fiscal de Sala.
- Entregue o caderno de questões completo ao Fiscal ao término da prova.
- **AGUARDE AUTORIZAÇÃO PARA COMEÇAR A RESPONDER ÀS QUESTÕES.**

ATENÇÃO: Comunicamos aos candidatos que a solicitação de vista da PROVA ESCRITA deverá ser apresentada no Protocolo Geral, situado no Campo de São Cristóvão, 177 – Prédio da Direção Geral (térreo), no prazo de até 48 (quarenta e oito) horas, após a divulgação dos resultados.

NOME: (letra de fôrma) ....
DISCIPLINA: .... Nº DE INSCRIÇÃO: ....
ASSINATURA: ______________________________

COLÉGIO PEDRO II
DIRETORIA GERAL
SECRETARIA DE ENSINO

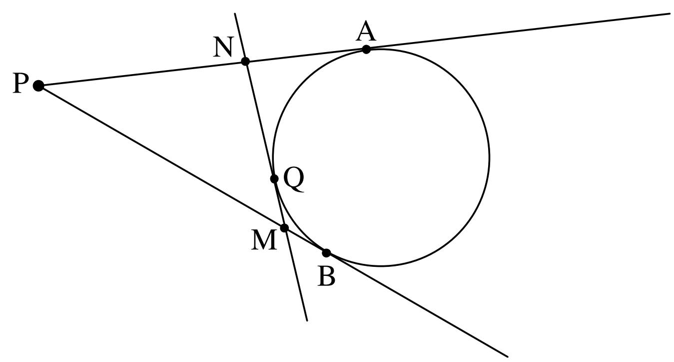
CONCURSO PÚBLICO PARA PROFESSORES DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO
= 2002 =

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

PRIMEIRA PARTE - QUESTÕES DISCURSIVAS (70 pontos)
Todas as questões devem apresentar o raciocínio.

1ª questão: (valor: 4 pontos)

Considere uma circunferência C e um ponto P, exterior à ela. Por este ponto, traçam-se duas tangentes à C, sendo A e B os pontos de tangência. Uma outra tangente à circunferência é traçada pelo ponto Q, pertencente a C, determinando os pontos de intersecção M e N, nas retas tangentes, conforme a figura. Sabe-se que $\overline{PA} = 17\text{ cm}$.

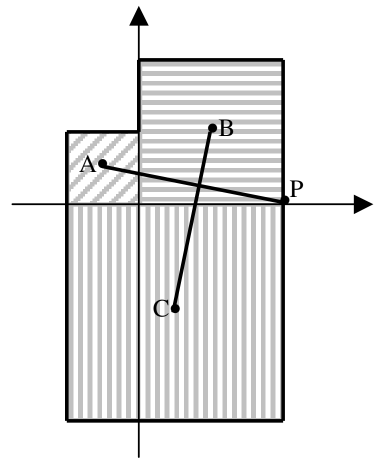


a) Obtenha o perímetro do triângulo PMN.

b) Expresse a medida do segmento $\overline{AB}$ em função do ângulo $A\hat{P}B$, na forma mais simplificada possível.

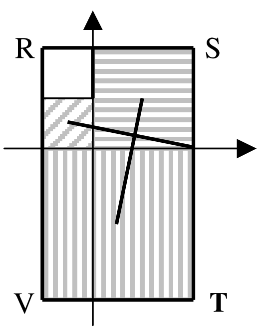
2ª questão: (valor: 6 pontos)

Observe a figura hexagonal, formada por três quadrados justapostos. O ponto A é o centro do quadrado de lado 2, o ponto B é o centro do quadrado de lado 4 e o ponto C é o centro do terceiro quadrado.



a) Mostre que os segmentos $\overline{AP}$ e $\overline{BC}$ são congruentes e perpendiculares.

b) Uma transformação é aplicada aos pontos do menor quadrado, transformando o hexágono original no retângulo RSTV, delineado na figura abaixo. Determine a matriz associada a esta transformação.



3ª questão: (valor: 6 pontos)

As senhas de um determinado banco são formadas por seis algarismos não nulos, abcdef, e por um dígito verificador X. Para acessar sua conta, um cliente deve digitar os sete algarismos. O dígito X é definido como sendo o resto da divisão do número $N = a^{bc} + f^{de}$ por 7. Por exemplo, na senha 165132, N é $1^{65} + 2^{13} = 8193$, portanto o dígito X vale 3.

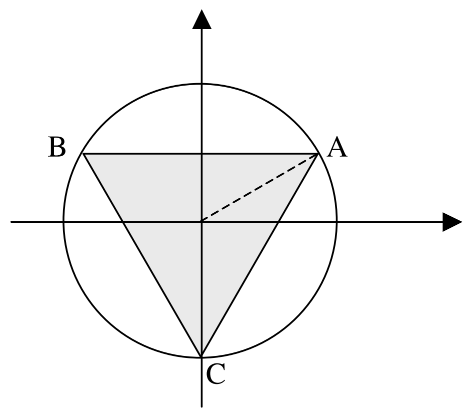
a) Um cliente tem como senha o número 232784. Determine o dígito X para esta senha.

b) Um cliente esqueceu sua senha, mas sabe que o primeiro algarismo é 7 e o sexto é 1, isto é, tem a forma 7bcde1-X. Apesar do esquecimento, ele consegue determinar o dígito X. Que valor ele encontrou para X ?

4ª questão: (valor: 6 pontos)

Considere o triângulo equilátero ABC, da figura. Ele está inscrito em um círculo de raio 4 cm, centrado na origem do plano de Argand-Gauss.

a) Escreva o complexo z, associado ao ponto A



b) Apresente uma equação polinomial de coeficientes reais, de menor grau possível, que possua como raízes os números complexos associados aos vértices do triângulo ABC.

5ª questão: (valor: 8 pontos)

Numa gincana participam duas equipes, **A** e **B**. Uma das tarefas consiste na criação de uma linguagem para a qual foram feitas as seguintes definições:

- Um conjunto de k elementos distintos constitui um alfabeto de k caracteres.
- Qualquer seqüência de 1 ou mais caracteres (distintos ou não) de um alfabeto constitui uma palavra.
- O número de elementos da seqüência determina o comprimento da palavra.

Ganha a prova a equipe cuja linguagem gera o maior número de palavras de um determinado comprimento n.

A equipe **A** criou um alfabeto com apenas dois caracteres e suas palavras podem repetir à vontade esses caracteres.

Por acaso, a equipe **B** criou um alfabeto com exatamente n caracteres, mas todas as suas palavras são formadas apenas por caracteres distintos.

a) Determine quantas palavras de comprimento n podem ser formadas pela linguagem da equipe **A**. Chame esta expressão de F_A.

b) Determine quantas palavras de comprimento n podem ser formadas pela linguagem da equipe **B**. Chame esta expressão de F_B.

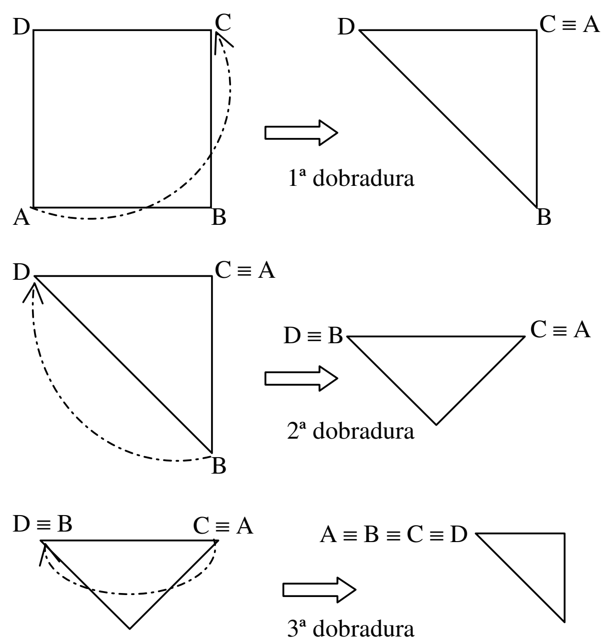
c) Apresente o menor valor de n, para o qual a equipe B ganha a prova. Chame este número de p.

d) Prove, pelo Princípio da Indução Finita, que $F_B > F_A$, $\forall\ n \geq p$.

6ª questão: (valor: 8 pontos)

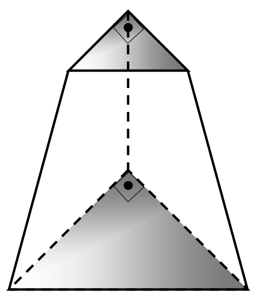
A grande novidade nas aulas de Iniciação Artística de uma escola são as dobraduras em papel, que fascinam estudantes e professores. Aproveitando-se do interesse dos alunos, a equipe de matemática montou a seguinte atividade: a partir de uma grande folha de papel quadrada, efetuam-se várias dobraduras, obtendo uma série de triângulos conforme as figuras abaixo.

a) Determine, em função do lado λ do quadrado, o perímetro do triângulos obtido na décima dobradura.



b) Determine, em função do lado λ do quadrado, a soma das áreas dos triângulos obtidos, caso fosse possível realizar essas dobraduras infinitas vezes.

c) Um tronco de pirâmide de bases paralelas é construído, tendo por base maior um triângulo congruente ao triângulo obtido na primeira dobradura e, por base menor, um triângulo congruente ao triângulo obtido na terceira dobradura. Qual deve ser a altura do tronco, para que seu volume seja $\frac{7\lambda^3}{24}$?



<u>7ª questão</u>: (valor: 6 pontos)

Considere um lugar onde, em cada período do dia (manhã ou tarde), ou chove ou faz sol. Quando chove de manhã não chove à tarde.

a) Durante **n** dias, choveu nove vezes, de manhã ou à tarde. Houve sete tardes sem chuva e também houve oito manhãs sem chuva. Determine o valor de **n**.

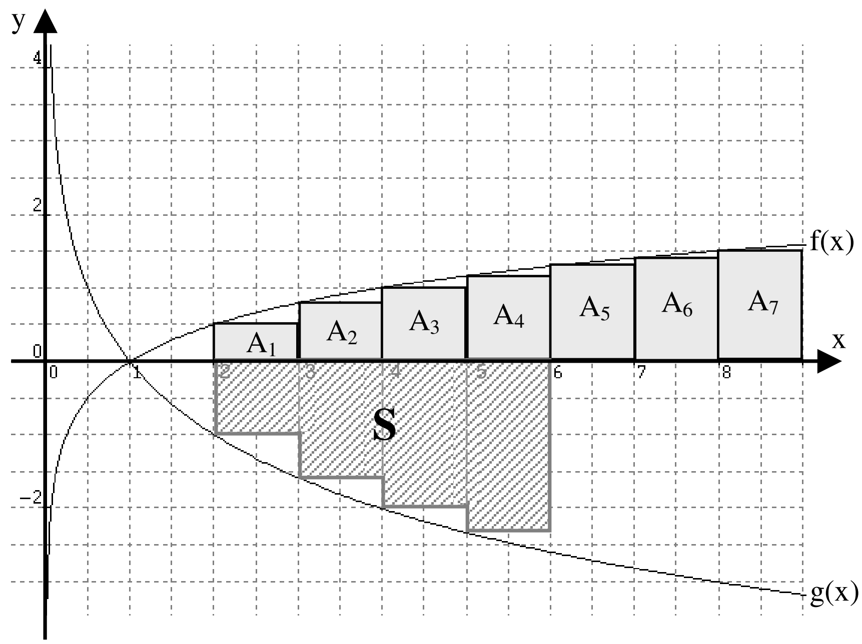
b) Considerando o item a, em quantos desses **n** dias fez sol o dia inteiro?

c) Considere que seja $\frac{2}{3}$ a probabilidade de fazer sol em um período do dia, caso no mesmo período do dia anterior tenha feito sol, e, igualmente, seja $\frac{2}{3}$ a probabilidade de chover em um período do dia, caso no mesmo período do dia anterior tenha chovido. Se hoje fizer sol pela manhã e chover à tarde, qual é a probabilidade de fazer sol o dia inteiro, depois de amanhã?

<u>8ª questão</u>: (valor: 6 pontos)

Observe o gráfico das funções reais $f(x) = \ell og_4 x$ e $g(x) = \ell og_{\frac{1}{2}} x$, representadas na figura.

Determine o maior $\mathbf{n} \in \mathbb{N}$, tal que a soma $A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$ não exceda o valor absoluto da área **S**.



<u>9ª questão</u>: (valor: 8 pontos)

Observe a seqüência de figuras a seguir. Cada uma indica em quantas regiões o plano é dividido, respectivamente, por 1, 2, 3 e 4 circunferências, **sendo que duas quaisquer sempre se interceptam**.

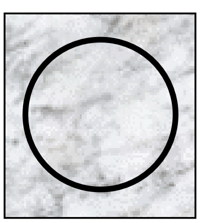


Figura 1

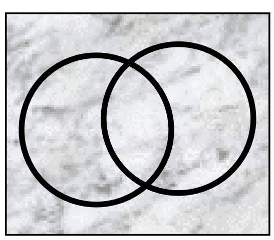


Figura 2

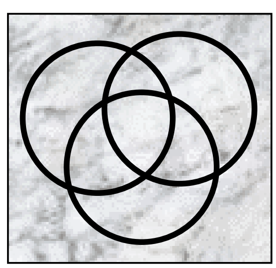


Figura 3

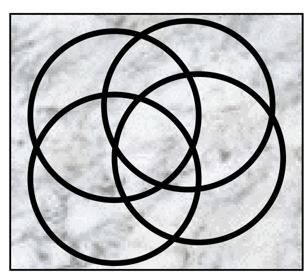


Figura 4

Considere esta seqüência infinita.

a) Complete a tabela:

Figura	Número de círculos	Número de regiões do plano
1	1	2
2	2	4
3	3	8
4	4	
5	5	
...	...	...
10	10	

b) Seja f(n) o número de regiões do plano, quando o número de circunferências desenhadas é igual a n. Escreva a relação existente entre f(n +1) e f(n).

c) Encontre a lei que determina o número de regiões obtidas no plano, em função do número de circunferências desenhadas.

d) Apresente o menor valor de n, que divide o plano em mais do que 2002 regiões.

10ª questão: (valor: 8 pontos)

Estude a função real $f(x) = 3 + x^2 e^x$ e esboce seu gráfico.

Sua análise deverá ser norteada em:

- domínio e imagem da função
- comportamento da função nos extremos do domínio
- determinação de assíntotas
- pesquisa de raízes
- obtenção de pontos críticos (pontos de máximos e mínimos, pontos de inflexão)
- estudo da concavidade
- intervalos de crescimento e decrescimento

11ª questão: (valor: 4 pontos)

Ao elaborar uma prova de Matemática para suas turmas de 5ª série, um professor resolveu dar as mesmas questões, mudando apenas os dados numéricos. Uma das questões foi assim enunciada:

Turma 501: Com quatro latas de leite condensado, sua mãe faz noventa brigadeiros. Quantos brigadeiros iguais a esses ela fará com oito latas?

Turma 502: Com quatro latas de leite condensado, sua mãe faz noventa brigadeiros. Quantos brigadeiros iguais a esses ela fará com seis latas?

O desempenho da turma 501 nesta questão, foi muito melhor que o da turma 502.
Ante à surpresa do professor quanto ao fato, sua coordenadora argumentou que o grau de dificuldade da questão na turma 502 foi maior.

Coloque-se no lugar da coordenadora e defenda sua argumentação.

SEGUNDA PARTE - DISSERTAÇÃO (Valor: 30 pontos)

Desenvolva o tema sorteado sob a forma de Dissertação, utilizando, no mínimo, três páginas e, no máximo, cinco. Se desejar, utilize esta folha para rascunho, sem destacá-la do corpo da prova. Entretanto, **para efeito de avaliação, o rascunho não será considerado**.

TEMAS PARA DISSERTAÇÃO

1. Frações.
2. Números reais.
3. Juros simples e compostos.
4. Semelhança de figuras planas.
5. Função quadrática.
6. Análise combinatória.
7. Equações polinomiais.
8. Vetores no R^3
9. Transformações no plano.
10. Integral definida.