

In einem rechteckigen Land sollen zwei Dörfer mit einer Straße verbunden werden.

Das Land wurde vermessen und in gleichgroße Stücke sowohl in horizontaler als auch vertikaler Richtung unterteilt. Jedem Teil ist so ein Index (x,y) zugewiesen. Die erste Zelle (links oben) hat den Index $(1,1)$ erhalten, die Zelle rechts unten den Index $(20,20)$.

Die Baukosten für die einzelnen Zellen sind je nach Beschaffenheit unterschiedlich, aber bereits bekannt. Es wird die kostengünstigste Verbindung der zwei Dörfer gesucht.

Allgemeine Aufgabenbeschreibung:

Ein rechteckiges, sehr heterogenes Gebiet (Wald, Seen, etc.) ist in ein Raster von $(n \times m)$ Zellen aufgeteilt worden. Es sollen maximal 20×20 Zellen sein. Es sollen nun Wege zwischen zwei Zellen innerhalb dieses Gebietes gebaut werden (z. B.: Die Startzelle $(1,2)$ soll mit der Zielzelle $(7,8)$ verbunden werden). Nun sind die Kosten für die Bebauung der Zellen unterschiedlich hoch. So ist z.B. der Bau einer Brücke über einen See teurer als das Roden von Bäumen in einem Waldstück. Die mittleren angenommenen Kosten für jede Zelle werden jeder Zelle zugeordnet. Es werden ganzzahlige Kosten zwischen 1 Kosteneinheit (KE) „leichter Bau“ und 9 KE „hohe Baukosten“ vereinbart und zugewiesen. Es wird nun ein Weg von der Startzelle zur Zielzelle mit minimierten Kosten gesucht. Hierzu soll vorab zum Vergleich eine mögliche Kostenobergrenze bestimmt werden. Danach soll die kostenminimale Lösung ermittelt werden.

Es sind immer nur horizontale oder vertikale Verbindungen in die nächste Zelle möglich. Sollte es mehrere Wege geben, welche die gleichen minimalen Kosten erfordern, ist die kürzeste Lösung zu wählen.

Als Eingabeformat wird gefordert:

1. Zeile: Kommentar, der das gewählte Beispiel beschreibt. Ein Kommentar beginnt mit einem „i“
2. Zeile: Kosteneinheiten einer Zellenzeile. Die Kosten der einzelnen Zellen sind jeweils durch ein Komma getrennt. Die Größe eines Feldes ergibt sich aus der Anzahl der Elemente in der ersten Zeile sowie der Anzahl der eingelesenen Zeilen.
3. Die Startzelle ist durch ein „S“, die Zielzelle durch ein „Z“ gekennzeichnet

Als Ausgabeformat wird gefordert

1. Zeile: Kommentar aus der Eingabe
2. Zeile: Anzahl der Zellen, Indizes der Startzelle und der Zielzelle
3. Zeile: Abschätzung der Kostenobergrenze
4. Zeile: Ermittelte Minimalkosten
- ab 5. Zeile: Weg, der zu den Minimalkosten führt

Beispiel 1 mit 8 x 8 Zellen

Eingabeformat:

7-stufiges Gebiet mit 8 x 8 Zellen:

```

9, 9, 3, 9, 9, 3, 9, 9
9, 9, 3, 3, 9, 9, 9, 9
9, 1, 9, 9, 9, 9, 9, 9
9, 1, 1, 9, 9, 9, 9, 9
9, 3, 1, 1, 9, 9, 3, 9
9, 1, 1, 9, 9, 9, 9, 9
9, 1, 1, 1, 1, 2, 9, 9
9, 3, 9, 1, 9, 9, 3, 9
    
```

Dies entspricht dem folgenden Gebiet mit der eingezeichneten Lösung:

9	9	9	9	9	9	9	9
9	S	9	9	9	9	9	9
9	1	9	9	9	9	9	9
9	1	1	9	9	9	9	9
9	9	1	9	9	9	9	9
9	1	1	9	9	9	9	9
9	1	1	1	1	Z	9	9
9	9	9	9	9	9	9	9

Die Zellen, die zur Bildung der Kostenobergrenze genommen wurden, sind hier durch die gestrichelte Strecke gekennzeichnet.

Ausgabe:

Gebiet mit 8 x 8 Zellen

Startzelle: 2,2, Zielzelle: 7,6

Abschätzung der Kostenobergrenze: 16 KE

Minimalkosten: 8 KE

Weg: S; 3,2; 4,2; 4,3; 5,3; 6,3; 7,3; 7,4; 7,5; Z

Aufgabenstellung

Abschätzen einer Kostenobergrenze

Ermitteln Sie für eine gegebene Start- und Zielzelle eine realistische Obergrenze für die zu erwartenden Baukosten und begründen Sie diese.

Verbesserung

Entwickeln Sie einen Algorithmus (Programm) zur Minimierung der Baukosten.